Ярославский государственный педагогический
университет им. К. Д. Ушинского

Кафедра общей физики
Лаборатория механики

Лабораторная работа № 15.

Определение скорости звука в различных средах с помощью стоячих волн.

Ярославль
2011

Оглавление

Дополнения и уточнения — Т.Н. Спиридонова

Компьютерная верстка, оформление — Е.Н. Шевелева

ноябрь 2011 г.

Лабораторная работа № 15.
Определение скорости звука в различных средах с помощью стоячих волн.

Цель работы:

- знакомство с некоторыми методами определения скорости звука в воздухе и в твердых телах;
- сравнение результатов эксперимента с теорией.

Приборы и принадлежности: стеклянный цилиндр, соединенный резиновой трубкой с резервуаром, наполненным водой; камертон, молоточек; стеклянная трубка, закрытая с одного конца; латунный стержень, генератор, стержень с диском.

1. Краткая теория

Механические колебания, возникшие в какой-либо точке упругой среды, передаются другим точкам, вызывая смещение их из положения равновесия. Процесс распространения колебаний в среде называется механической волной. При этом колеблющиеся частицы не перемещаются с распространяющимся волновым процессом, а колеблются около равновесных положений. В продольной волне колебания частиц происходят в направлении распространения волны, а в поперечной они перпендикулярны направлению распространения колебаний. Будут ли волны продольными или поперечными в данной среде определяют упругие свойства ее. В жидкостях и газах распространяются только продольные механические волны, так как в них не возникают упругие силы, стремящиеся возвратить сдвинутый слой в положение равновесия. В твердых телах могут распространяться и продольные, и поперечные механические волны.

Под скоростью распространения волны (скоростью звука) понимают фазовую скорость, то есть скорость распространения данной фазы колебания, например, максимума смещения точки. Рассмотрение динамики волнового процесса позволяет получить теоретические выражения для фазовой скорости различных волн. Так, для продольных волн скорость v обратно пропорциональна корню квадратному из коэффициента упругости среды α и ее плотности ρ:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha\rho}} \tag{1.1}$$

Приближенно это выражение может быть заменено следующим:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{1.2}$$

где E — модуль Юнга среды.

Расстояние, на которое распространяется данная фаза колебаний за период, называется **длиной волны** λ. Ее можно определить также как наименьшее расстояние между точками, колеблющимися в одинаковых фазах.

Фазовая скорость и длина волны связаны простым соотношением:

$$v = \frac{\lambda}{T}, \tag{1.3}$$

где T — период колебаний источника и точек среды.

Или

$$v = \lambda\nu\,, \tag{1.4}$$

где ν — частота колебаний.

Из этих выражений можно определить на опыте фазовую скорость волны. Для этого нужно измерить длину волны и частоту или период колебаний.

Смещение ξ точек бегущей волны является функцией ее координаты x и времени t. Уравнение плоской гармонической бегущей волны, распространяющейся в положительном направлении оси X, имеет вид:

$$\xi = A\cos\left(\omega t - kx\right),$$

где A — амплитуда колебаний; ω — круговая частота: $\omega = 2\pi\nu$; k — волновое число: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $(\omega t - kx)$ — фаза.

При наложении двух встречных бегущих плоских волн с одинаковыми амплитудами образуются **стоячие волны** с характерными точками - узлами и пучностями смещений.

Уравнение стоячей волны можно получить, если сложить левые и правые части двух уравнений:

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - kx)\,;$$

$$\xi_2 = A\cos(\omega t + kx)\,,$$

где ξ_1 — смещение точек прямой, а ξ_2 — обратной или отраженной от препятствия волны. Получается следующее выражение:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t\,.$$

Так смещаются со временем точки в стоячей волне.

Множитель $\cos\omega t$ показывает, что в точках среды возникают колебания той же частоты, что и встречных волн.

Модуль множителя $2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$, не зависящий от времени, называется амплитудой результирующего колебания. Как видно, она зависит от координаты точки.

В некоторых точках амплитуда стоячей волны равна сумме амплитуд обоих слагаемых колебаний. Такие точки называются **пучностями**. Координаты их можно найти из условия:

$$\left|\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right| = 1\,,$$

в этих точках $A_c = 2A$. Координаты пучностей:

$$x_{\text{п}} = \pm n\frac{\lambda}{2}; \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

В **узлах** амплитуда результирующего колебания всегда равна нулю. Условие образования узлов:

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0\,,$$

отсюда можно найти координаты узлов:

$$x_{\text{уз.}} = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}\,.$$

Нетрудно показать, что расстояния между двумя соседними пучностями или узлами стоячей волны равны половине длины волны:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}\,, \tag{1.5}$$

а расстояние узла от ближайшей пучности равно $\frac{\lambda}{4}$.

Эти особенности позволяют определять на опыте длину волны, а затем и ее скорость из выражений (1.3) или (1.4). Для этого нужно сделать видимыми или слышимыми пучности стоячей волны.

Стоячие волны образуются обычно при интерференции прямой и отраженной волн. На границе отражения может оказаться узел или пучность в зависимости от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, более плотная, чем среда, в которой распространяется волна, на границе сред получается узел; в противном случае — пучность.

Рассмотрим два случая образования стоячих волн, которые используются в этой работе.

1. Пусть имеется труба, закрытая с одного конца. Если к отверстию поднести источник звука, то в столбе воздуха, находящегося в трубе, возникнут колебания с частотой источника.

   Всякий раз, когда частота вынужденных колебаний будет практически совпадать с собственной частотой воздушного столба, будет наблюдаться явление резонанса. Собственные частоты колебаний воздушного столба определяются его длиной ℓ и скоростью распространения звука в воздухе v. Теоретические расчеты показывают, что собственные частоты ν_n воздушного столба в случае, когда радиус его мал по сравнению с длиной, могут быть вычислены так:

   $$\nu_n = \frac{v}{4\ell} n\,,$$

   где $n = 1, 3, 5 \ldots$

   Схематически образующиеся стоячие волны можно изобразить следующим образом:

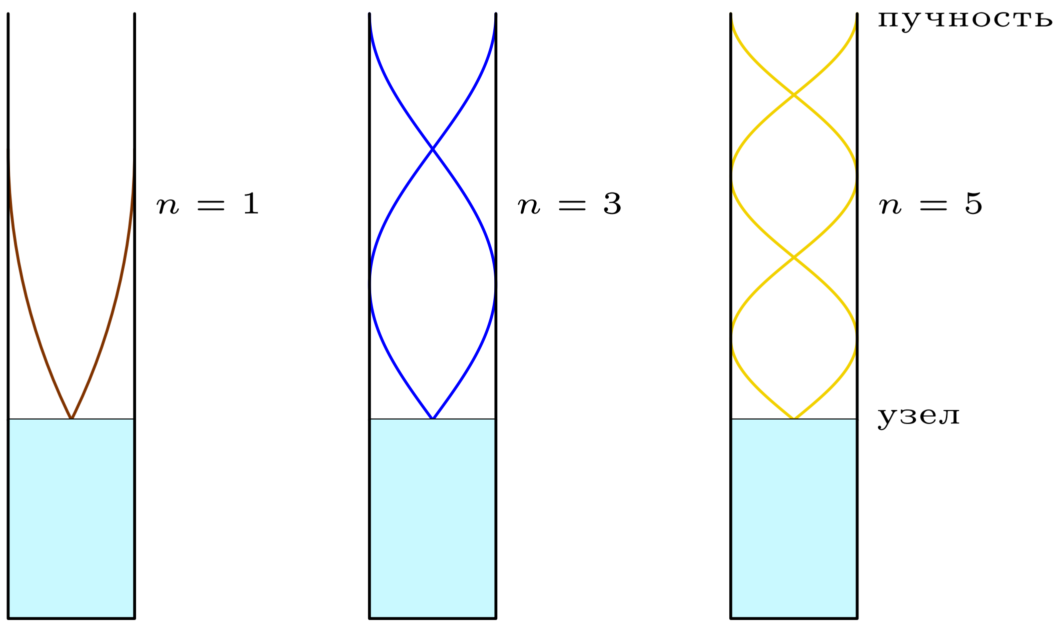

Рис. 1.1

Если частота колебаний источника постоянна, явление резонанса наблюдается при плавном изменении длины воздушного столба всякий раз, когда на длине его укладывается **нечетное число четвертей длин волн**:

$$\ell = n\frac{\lambda}{4}\,,$$

при этом у открытого конца всегда образуется пучность.

Из этого выражения видно, что наименьшая разность длин воздушного столба, при которых последовательно наблюдается явление резонанса, равно половине длин волны. Это свойство используется в работе для расчета длины волны и скорости звука в воздухе $\left(\Delta\ell = \Delta n\frac{\lambda}{2}\,;\ \Delta n_{\text{наим.}} = 2\right)$.

2. Если обе границы твердого тела (стержня, струны и пр.) находятся в одном и том же положении – обе неподвижны или обе свободны, для образования устойчивых стоячих волн необходимо, чтобы **на длине тела L укладывалось целое число полуволн.**

   Если один конец тела свободен, а другой закреплен, для образования упругих стоячих волн необходимо, чтобы **на длине его умещалось нечетное число четвертей длин волн.**

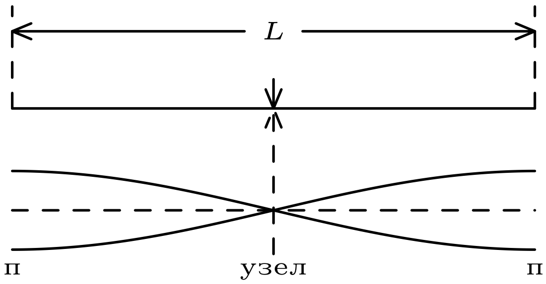

Рис. 1.2

В работе используется латунный стержень, закрепленный посередине. В месте закрепления находится узел стоячей волны, а на концах — пучности. Если возбудить в стержне колебания основного тона ($n = 1$), на длине стержня уложится одна полуволна, а длина волны будет равна его удвоенной длине: $\lambda = 2L$.

2. Выполнение работы

Задание 1. Определение скорости звука в воздухе методом резонанса.

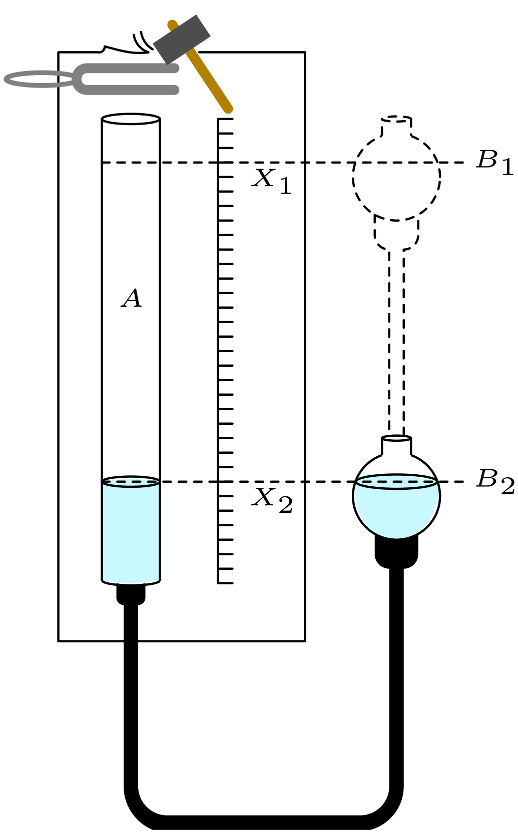

Рис. 2.1

Экспериментальная установка состоит из стеклянного цилиндра (трубы), соединенного резиновой трубкой с резервуаром, наполненым водой. Поднимая или опуская резервуар, можно менять уровень воды в цилиндре и тем самым изменять длину воздушного столба. Положение уровня жидкости измеряется по шкале.

В качестве источника колебаний используется камертон с частотой колебаний $\nu = 517$ Гц.

Звуковая волна, идущая от камертона, и волна, отраженная от поверхности воды, интерферируют в столбе воздуха над водой. Если длина воздушного столба такова, что на ней укладывается **нечетное** число четвертей длин волн, то в ней возникают устойчивые стоячие волны с узлом на границе сред и с пучностью у открытого конца цилиндра. В этот момент воздушный столб в цилиндре звучит наиболее громко, так как у открытого конца лежат пучности смещений и скоростей частиц и условия отдачи энергии в окружающую среду наиболее выгодные.

При изменении уровня воды в цилиндре звук ослабевает. Он вновь усилится до максимума, когда уровень воды смещается на расстояние полуволны, и длина воздушного столба снова будет равна нечетному числу четвертей длин волн. По известной частоте колебаний камертона и измеренной длине полуволн как расстояний между двумя последовательными максимумами усиления звука нетрудно вычислить скорость звука в воздухе.

Расчетная формула имеет вид:

$$v = \lambda\nu = 2(x_2 - x_1)\nu\,, \tag{2.6}$$

где x_1 — положение уровня воды в первом случае, x_2 — положение воды во втором случае ($x_2 > x_1$).

Рекомендуется следующий **порядок выполнения задания:**

1. Расположить камертон над стеклянным цилиндром A, как показано на рисунке, и ударом молоточка привести ветви его в колебания. Вынуть из держателя резервуар B и, перемещая его в разумных пределах, вначале ориентировочно определить положения уровня воды x_1 и x_2, при которых звук усиливается.
2. Повторить опыт, более медленно меняя уровень жидкости, и не менее 5 раз измерить вначале положение уровня x_1 при первом усилении звука, а затем проделать то же, добиваясь следующего максимума звучания. Замерить x_2.
3. Результаты измерений занести в таблицу и сделать расчеты по формуле (2.6).
4. Сравнить полученное значение скорости звука с теоретическим расчетом из выражения
$$v = v_o\sqrt{\frac{T}{273}}\,, \tag{2.7}$$
здесь v_o — скорость звука в воздухе при $0°C$, равная 332 м/с, T — температура воздуха по шкале Кельвина. Сделать вывод о точности измерений данным методом.

№ опыта	x_1, м	x_2, м	v, м/с	Δv, м/с	$(\Delta v)^2$, (м/с)^2
1					
2					
3					
4					
5					
Сумма	X	X		X	
Среднее	X	X		X	X

Задание 2. Определение скорости звука в металлическом стержне методом Кундта.

Экспериментальная установка состоит из горизонтальной трубки A, один конец которой закрыт пробкой, и генератора электромагнитных колебаний, представляющего собой УНЧ с положительной обратной связью через латунный стержень B. Стержень входит концом, имеющим небольшую пластину D, внутрь трубки A. Стержень закреплен посередине при помощи зажима C.

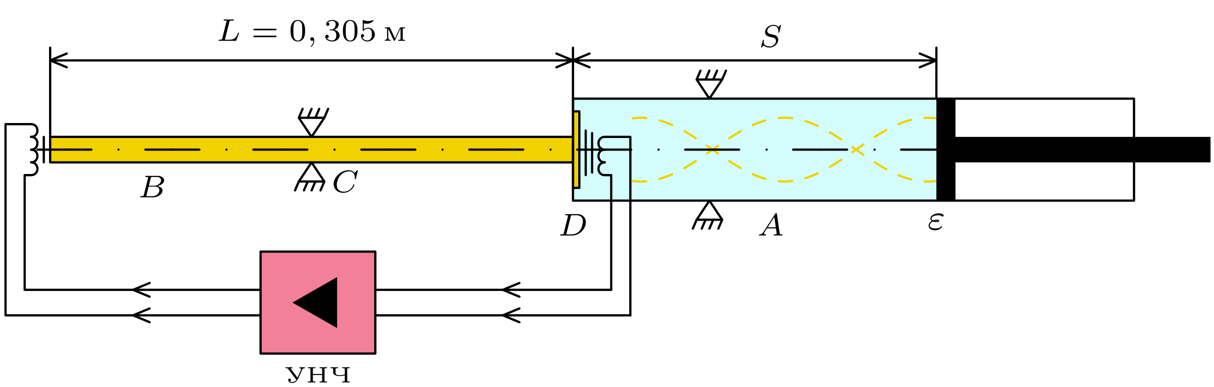

Рис. 2.2

Если возбудить в стержне упругие продольные волны, то распространяясь вдоль стержня и отражаясь от его концов, они образуют в стержне стоячую звуковую волну. Возникает звучание стержня, соответствующее его основному тону. В соответствии с вышесказанным длина волны в стержне λ_1 будет равна $2L$, где L — длина стержня:

$$\lambda_1 = 2L\,. \tag{2.8}$$

Колебания стержня передаются столбу воздуха в трубке, и, если его длина, изменяемая с помощью поршня $\mathcal{E}$, будет равна целому числу полуволн, в трубке образуются устойчивые стоячие волны. При это слышен характерный резонирующий звук. Длина одной фигуры, ограниченная соседними узлами, равна половине длины волны в воздухе λ_2. Измерив длину нескольких фигур, равную длине воздушного столба S, и число их m, можно найти длину одной фигуры $\frac{S}{m}$, а затем длину волны в воздухе:

$$\lambda_2 = 2\frac{S}{m}\,. \tag{2.9}$$

Скорость звука в воздухе:

$$v_2 = \lambda_2 \nu\,. \tag{2.10}$$

Искомая скорость звука в стержне:

$$v_1 = \lambda_1 \nu \tag{2.11}$$

Так как частота звуковых колебаний в стержне и воздухе одинакова, разделив уравнение (2.10) на (2.11) и использовав выражения (2.8) и (2.9), получим расчетную формулу в этом задании:

$$v_1 = \frac{mL}{S} v_2\,. \tag{2.12}$$

Рекомендуется следующий **порядок выполнения задания**:

1. Собрать установку, при этом диски на торцах стержня не должны касаться электромагнита. Включить генератор электромагнитных колебаний. Ввести подвижный стержень с диском $\mathcal{E}$ в трубку.
2. Перемещая диск $\mathcal{E}$ внутри трубки A, добиться усиления звука и измерить длину воздушного столба S_1, соответствующего целому числу фигур m_1.
3. Повторить опыт в противоположном направлении перемещения диска $\mathcal{E}$ по трубке. Измерить длину S_2, число фигур m_2, занести результаты в таблицу и т.д.
4. Еще раз проверить опыт, изменив длину S так, чтобы снова получилась отчетливая картина.

5. Сделать расчеты, приняв в формуле (2.12) скорость звука в воздухе v_2, равной числу, полученному в п. 4 задания 1.

№ опыта	S, м	m	v_1, м/с	Δv_1, м/с	$(\Delta v_1)^2$, $(\text{м}/c)^2$
1					
2					
3					
Сумма	╳	╳		╳	
Среднее	╳	╳		╳	╳

6. Сравнить полученное среднее значение скорости звука в стержне с теорией из выражения (1.3). Модуль Юнга и плотность взять из справочника для данного материала стержня.

3. Контрольные вопросы

1. Как образуются стоячие волны? Каковы их особенности?
2. Каковы условия резонанса колебаний в воздушном столбе? Как определить собственные частоты колебаний? Какие звуковые колебания называются основным тоном?
3. Как расположены узлы и пучности стоячей волны в воздушном столбе, закрытом с одного конца? открытом с двух сторон?
4. Как определить длину волны, зная положение узлов и пучностей?
5. Как расположены узлы и пучности в стержне, закрепленном посередине? закрепленном с обоих концов?
6. Сущность рассмотренных методов измерения скорости звука и вывод расчетных формул.
7. С какими волнами проводились опыты: продольными, поперечными, плоскими, сферическими?
8. Какова частота основного тона колебаний стержня во втором задании этой работы?