

Ярославский государственный педагогический  
университет им. К. Д. Ушинского

Кафедра общей физики  
Лаборатория молекулярной физики

**Лабораторная работа № 6**  
**Определение отношения**  
 **$C_p/C_V$  методом**  
**Клемана-Дезорма**

Ярославль  
2007

---

## Оглавление

1. Вопросы для подготовки к работе . . . . .	3
2. Краткая теория . . . . .	3
3. Описание принципиальной схемы установки. Вывод расчетной формулы	4
3.1. Вариант Клемана-Дезорма вывода расчетной формулы .	8
4. Выполнение работы . . . . .	10
5. Контрольные вопросы . . . . .	12
6. Содержание отчета . . . . .	12
7. Литература . . . . .	12

## Лабораторная работа № 6

### Определение отношения $C_p/C_v$ методом Клемана-Дезорма

#### Цель работы:

- знакомство с одним из методов определения отношения теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме,
- сравнение результатов эксперимента с теорией.

**Приборы и принадлежности:** лабораторная установка ФПТІ-6.

## 1. Вопросы для подготовки к работе

1. Изопроцессы в газах (изотермический, изохорический, изобарический и адиабатический).
2. Классическая теория теплоемкости газа. Теплоемкости  $c_p$  и  $c_v$ , связь между ними.
3. Расчетная формула, измерение величин, входящих в нее. Условия правильного выполнения работы.

## 2. Краткая теория

Элементарная теплота  $\delta Q$  связана с бесконечно малым изменением температуры  $dT$  следующим образом:

$$\delta Q = C dT. \quad (2.1)$$

Величина  $C$  характеризует тепловые свойства тела и называется теплоемкостью. Теплоемкость численно равна количеству теплоты, необходимому для повышения температуры на 1 градус (Кельвин).

Для характеристики тепловых свойств веществ существуют понятия удельной  $c$  и молярной  $C$  теплоемкости. Связь между ними выражается так:

$$C = M c, \quad (2.2)$$

где  $M$  — молярная масса.

---

В газе различают теплоемкости: при постоянном давлении — удельную  $c_p$  и молярную  $C_p$ ; при постоянном объеме — удельную  $c_v$  и молярную  $C_v$ . Это связано с тем, что необходимое для нагревания количество теплоты зависит от условий его подвода.

Можно показать, что молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме связаны уравнением Майера:

$$C_p = C_v + R. \quad (2.3)$$

С достаточной точностью калориметрическим методом можно измерить лишь  $C_p$ . Теплоемкость газа при постоянном объеме непосредственно определить трудно, так как масса газа в нагреваемом сосуде мала по сравнению с массой калориметра, и измерения недостаточно точны. Поэтому  $C_v$  находят опытным путем, измеряя  $C_p$  и отношение теплоемкостей:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Отношение теплоемкостей  $\gamma$  входит в уравнение Пуассона для адиабатического процесса:

$$PV^\gamma = const. \quad (2.4)$$

Согласно классической теории теплоемкости идеального газа  $\gamma$  не зависит от температуры и однозначно определяется числом степеней свободы  $i$  его молекул.

В настоящей работе для измерения  $\gamma$  (показателя адиабаты) применяется метод Клемана-Дезорма.

### **3. Описание принципиальной схемы установки. Вывод расчетной формулы**

Экспериментальный метод можно пояснить с помощью установки, состоящей из стеклянного сосуда большой емкости (рис. 3.1), соединенного с манометром, который может соединяться с атмосферой или с насосом. Разность между давлением воздуха в сосуде и атмосферным давлением измеряется открытым жидкостным манометром, одно колено которого соединено с сосудом.

Обозначим атмосферное давление во время опыта  $P_o$ , абсолютную температуру воздуха в комнате  $T_o$ , объем газа  $V = V_c$ , а массу газа в сосуде  $m_o$ . Если, разобшив баллон с атмосферой, накачать в него насосом небольшое количество воздуха, давление в сосуде повысится.

При любой массе газа он занимает в сосуде весь объем  $V_c$ . При накачивании или выпуске воздуха масса его в сосуде меняется, и уравнения изопроцессов становятся непригодными. Но они сохраняют свой вид, если рассматривать удельный объем  $\frac{V_c}{m}$ . Объем сосуда остается неизменным, поэтому увеличение массы газа в сосуде приводит к уменьшению удельного объема газа.

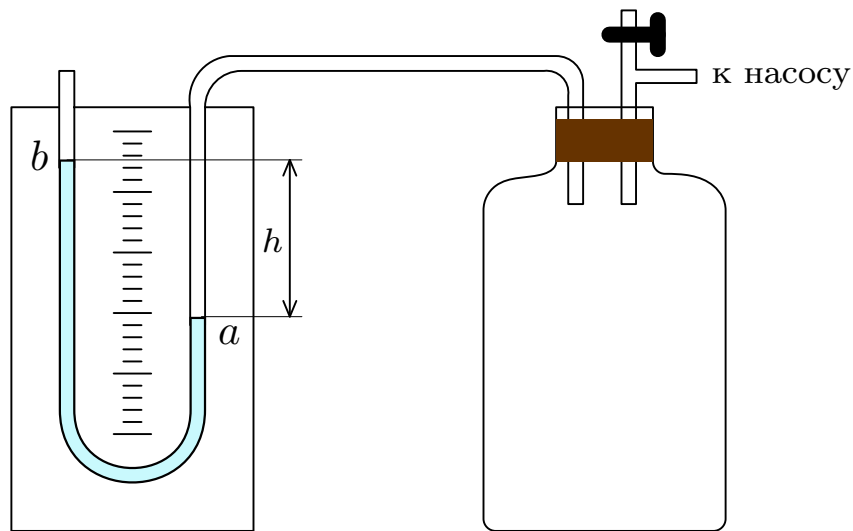


Рис. 3.1

При помощи насоса в сосуд накачивается некоторое количество газа массы  $m_1$ , занимающего некоторый объем  $V_c$ . Его удельный объем  $\frac{V_c}{m_1}$ .

При накачивании газа совершается работа внешними силами. Если накачивать газ быстро, то теплообменом газа с окружающей средой через стенки можно пренебречь и считать процесс адиабатическим. За счет работы внешних сил увеличится внутренняя энергия газа, он нагреется до температуры  $T_1 > T_o$ , а давление его станет равным  $P_1$ . Установится **первое состояние** газа. Процесс накачивания изображен на рис. 3.2 кривой 0 – 1. На оси абсцисс указаны удельные объемы.

После прекращения накачивания неизменная масса  $m_1$ , изохорически охлаждается до комнатной температуры  $T_o$  за счет теплообмена. Из-за малой теплопроводности стекла это продолжается 3 – 4 минуты. Изохорический процесс на рис. 3.2 изображен прямой 1 – 2. В конце изохорического процесса устанавливается **второе состояние** газа с давлением

$P_2 = P_o + \Delta P_1$ , температурой  $T_2 = T_o$  и удельным объемом  $\frac{V_c}{m_1}$ .

Здесь  $\Delta P_1$  — избыточное над атмосферным давление газа, измеряемое манометром во втором состоянии, то есть после накачивания и установления равновесного состояния газа в сосуде.

Если теперь на короткое время открыть кран, часть газа выйдет из сосуда, давление его станет равным атмосферному, а температура газа в сосуде понизится. Этот процесс можно считать адиабатическим вследствие быстроты ( $0,5 - 1$  с). Состояние газа при открытом кране является **третьим состоянием** и характеризуется параметрами  $\frac{V_c}{m_2}$  ( $m_2$  — масса газа, оставшегося в сосуде),  $P_3, T_3$ , причем  $P_3 = P_o$ , а  $T_3 < T_c$ .

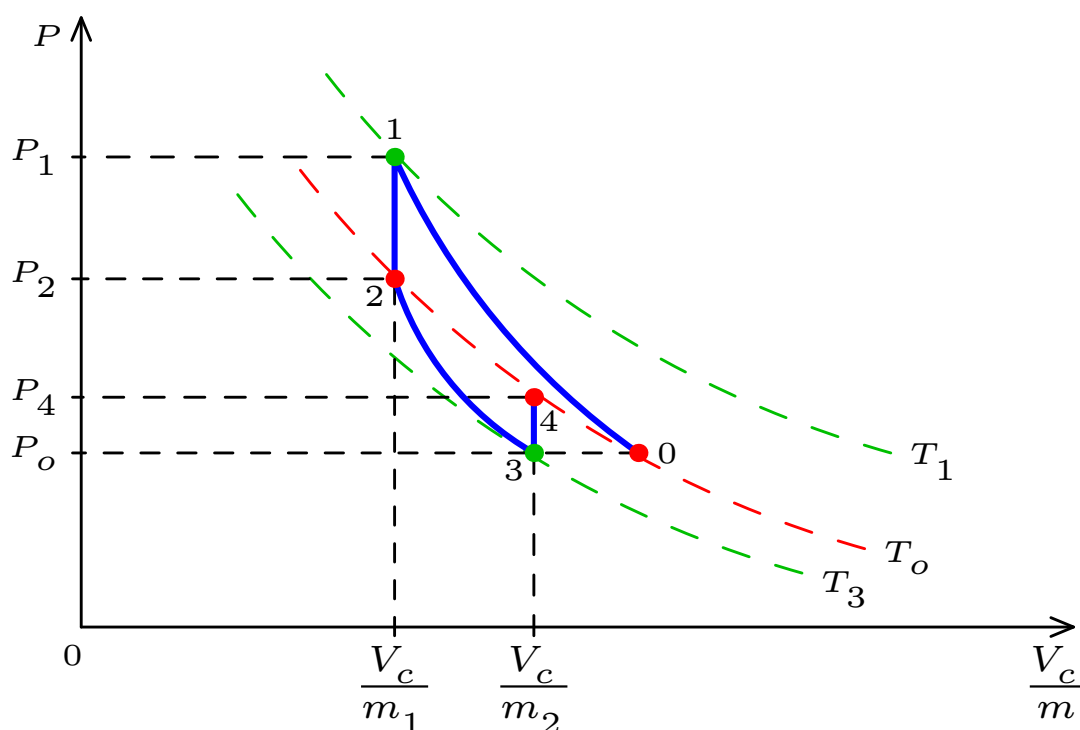


Рис. 3.2

После этого в течение 2–3 минут происходит нагревание газа в сосуде за счет теплообмена, пока температура не сравняется с комнатной; давление газа при этом возрастает. Новое установившееся **состояние является четвертым** и описывается параметрами  $\frac{V_c}{m_2}, P_4, T_4 = T_o$ . При этом  $P_4 = P_o + \Delta P_2$ . Здесь  $\Delta P_2$  — избыточное над внешним давление, измеряемое после того, как кран закрыт и снова наступило равновесное состояние газа. Графики описанных процессов изображены на рис. 3.2. Пунктирные кривые — изотермы.

Для вывода расчетной формулы рассмотрим часть графика, а именно

участки 2 – 3 и 3 – 4 и учтем, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. Переход из второго состояния в третье происходит адиабатически, для него справедливо уравнение Пуассона:

$$\frac{P_2}{P_3} = \left( \frac{V_c}{m_2} \right)^\gamma \cdot \left( \frac{V_c}{m_1} \right)^{-\gamma}. \quad (3.5)$$

При  $P_3 = P_o$  и  $P_2 = P_o + \Delta P_1$ , получаем

$$\frac{P_o + \Delta P_1}{P_o} = \left( \frac{V_c}{m_2} \right)^\gamma \cdot \left( \frac{V_c}{m_1} \right)^{-\gamma}. \quad (3.6)$$

Процесс на участке 3 – 4 изохорический, а точки 2 и 4 лежат на одной изотерме, поэтому можно применить уравнение Бойля - Мариотта для удельных объемов:

$$\frac{P_2}{P_4} = \frac{V_c}{m_2} \cdot \frac{m_1}{V_c}. \quad (3.7)$$

Объединяя (3.6) и (3.7), получим:

$$\frac{P_o + \Delta P_1}{P_o} = \left( \frac{P_2}{P_4} \right)^\gamma = \left( \frac{P_o + \Delta P_1}{P_o + \Delta P_2} \right)^\gamma \quad (3.8)$$

или

$$1 + \frac{\Delta P_1}{P_o} = \left( 1 + \frac{\Delta P_1 - \Delta P_2}{P_o + \Delta P_2} \right)^\gamma. \quad (3.9)$$

Отсюда

$$\gamma = \frac{\ln \left( 1 + \frac{\Delta P_1}{P_o} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{\Delta P_1 - \Delta P_2}{P_o + \Delta P_2} \right)}. \quad (3.10)$$

Если  $\Delta P_1$  мало по сравнению с  $P_o$  ( $\frac{\Delta P_1}{P_o} = \alpha \ll 1$ ), то

$$\ln(1 + \alpha) \approx \alpha.$$

Используя это соотношение, получим:

$$\gamma \approx \frac{\frac{\Delta P_1}{P_o}}{\frac{\Delta P_1 - \Delta P_2}{P_o}} \approx \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}. \quad (3.11)$$

Величина избыточного давления измеряется разностью уровней жидкости в манометре (см. рис. 3.1):  $h = b - a$ .

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= \rho g h_1 \\ \Delta P_2 &= \rho g h_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь  $\rho$  — плотность жидкости в манометре.

При  $\Delta P \ll P_o$

$$\gamma = \frac{\rho g h_1}{\rho g h_1 - \rho g h_2} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (3.13)$$

Полученное соотношение является расчетной формулой для  $\gamma$  в данной работе. Таким образом для нахождения искомой величины следует измерить  $h_1 = b_1 - a_1$  и  $h_2 = b_2 - a_2$ .

### 3.1. Вариант Клемана-Дезорма вывода расчетной формулы

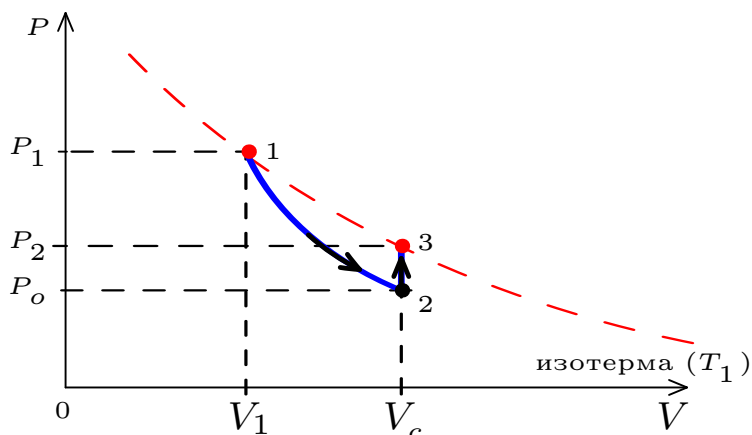


Рис. 3.3

Затруднения с применением газовых законов в данном методе преодолевается следующим образом: процесс 1-2 (рис. 3.3) рассматривается как адиабатическое расширение массы  $m$  воздуха до объема сосуда  $V$  (при этом давление в сосуде уменьшается до

атмосферного, температура понижается). Затем при закрытом кране происходит изохорическое повышение давления массы  $m$  воздуха до  $P_2$ , температура повышается до комнатной; таким образом, точки 1 и 3 лежат на одной изотерме.



**Рассматриваются три состояния воздуха в сосуде:**

- 1 — после накачивания воздуха и установления равновесного состояния — давление  $P_1$  выше атмосферного  $P_o$ :  $P_1 = P_o + h_1$ , где  $h_1$  — разность уровней в манометре (все величины выражены в мм или см); объем массы  $m$  воздуха равен  $V_1$ , температура комнатная  $T_1$ ;
- 2 — кран открыт, сосуд сообщается с атмосферой — давление  $P_o$ , масса  $m$  воздуха занимает объем сосуда  $V_c$ , температура  $T_2$ ;
- 3 — после разобщения сосуда с атмосферой, в равновесном состоянии — давление  $P_2 = P_o + h_2$ , объем массы  $m$  воздуха равен  $V_c$ , температура  $T_1$ .

Для адиабатического процесса 1-2 справедливо уравнение Пуассона:

$$P_1 V_1^\gamma = P_o V_c^\gamma . \quad (3.14)$$

В 1-м и 3-м состояниях воздух находится при комнатной температуре, поэтому согласно закону Бойля - Мариотта имеем:

$$P_1 V_1 = P_2 V_c . \quad (3.15)$$

После возведения последнего равенства в степень  $\gamma$  и деления на предыдущее получим:

$$P_1^{\gamma-1} = \frac{P_2^\gamma}{P_o} . \quad (3.16)$$

Прологарифмируем полученное соотношение :

$$(\gamma - 1) \lg P_1 = \gamma \lg P_2 - \lg P_o$$

и выразим искомую величину:

$$\gamma = \frac{\lg P_1 - \lg P_o}{\lg P_1 - \lg P_2} . \quad (3.17)$$

От разности логарифмов можно перейти к разности давлений с помощью разложения в ряд Тейлора. Ограничиваясь двумя первыми членами ряда, поскольку  $h_1$  и  $h_2$  значительно меньше  $P_o$ , имеем:

---

$$\lg P_1 = \lg(P_o + h_1) = \lg P_o + \frac{h_1}{P_o} + \dots$$

$$\lg P_2 = \lg(P_o + h_2) = \lg P_o + \frac{h_2}{P_o} + \dots$$

Подставляя эти выражения в (3.17), получаем расчетную формулу для  $\gamma$ , выведенную выше (3.13):

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

## 4. Выполнение работы

Для экспериментального определения  $\gamma$  используется лабораторная установка ФПТІ-6, основными частями которой являются емкость (сосуд), микрокомпрессор и манометр. На панели установки расположены тумблеры для ее включения ("Сеть"), для сообщения сосуда с атмосферой или микрокомпрессором ("Атмосфера") и для включения (отключения) микрокомпрессора ("МК").

**Подготовка установки к работе** проводится следующим образом: включается тумблер "Сеть", при этом микрокомпрессор выключен, тумблер "Атмосфера" расположен горизонтально, давление в сосуде атмосферное, уровни воды в манометре одинаковы (0-0).

**Общее указание:** отсчеты разностей уровней  $h_1$  и  $h_2$  в коленах манометра следует делать только после установления равновесного состояния, при неподвижных уровнях воды!

### Порядок выполнения работы.

1. Тумблер "Атмосфера" переводят в нижнее положение и **на короткое время — до повышения уровня воды в левом колене до делений 200-210 мм** — тумблером "МК" включают микрокомпрессор. Через 3-4 минуты после его отключения, дождавшись постоянной разности уровней в манометре снимают показание  $h_1 = b_1 - a_1$  (см. рис. 3.1) и заносят его в таблицу.
2. Тумблер "Атмосфера" переводят в горизонтальное положение и **быстро, как только воздух из сосуда перестанет выходить и**

**уровни жидкостей в манометре сравниваются**, возвращают тумблер вниз. После установления новой постоянной разности уровней воды в коленах манометра (через 2-3 минуты) снимают и заносят в таблицу показание  $h_2 = b_2 - a_2$ .

По окончании первого опыта рекомендуется рассчитать  $\gamma$  (3.13) и в случае неправильного результата внести коррективы в проведение опытов (главные ошибки — поспешность и неправильный отсчет разности уровней в манометре).

3. Тумблером "Атмосфера" выравнивают уровни воды в манометре, затем в той же последовательности проводят опыты 7-9 раз; результаты измерений заносят в таблицу. Рекомендуется во время выравнивания разностей уровней рассчитывать значения  $\gamma$ .
4. По окончании измерений тумблер "Атмосфера" переводят в горизонтальное положение, выключают установку из сети.

Рассчитывают среднее значение  $\gamma$ , доверительный интервал и относительную погрешность. Результат записывают в виде:

$$\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta\gamma_{\text{дов.}} \quad \text{при } \alpha = \quad ; \quad \varepsilon = \pm \quad \%$$

**Таблица результатов измерений и вычислений**

№ опыта	$h_1$ , мм	$h_2$ , мм	$\gamma$	$\Delta\gamma$	$(\Delta\gamma)^2$
1					
2					
3					
⋮					
Сумма	X	X		X	
Среднее	X	X		X	X

**Анализ результата.** Сравнить полученное среднее значение  $\bar{\gamma}$  воздуха с расчетным согласно классической теории теплоемкости газов. Учитывая, что в состав воздуха входят в основном двухатомные газы, число степеней свободы молекул считать равным пяти ( $i = 5$ ). Сделать вывод.

---

## 5. Контрольные вопросы

1. Физический смысл удельной и молярной теплоемкостей.
2. Сущность метода Клемана-Дезорма. Вывод расчетной формулы.
3. Какие изопроцессы в идеальном газе Вы знаете? Дайте формулировки, запишите их уравнения.
4. Объясните, почему в координатах  $PV$  график адиабаты идет круче, чем график изотермического процесса.
5. Объясните зависимость теплоемкости газа от условий нагревания. Почему теплоемкость при постоянном давлении больше, чем при постоянном объеме?
6. Каково должно быть по классической теории отношение  $\gamma$  для аргона, кислорода, углекислого газа?
7. Можно ли использовать для работы ртутный манометр вместо водяного при тех же значениях  $h_1$  и  $h_2$ ?
8. Каковы возможные причины ошибок в работе? Как они влияют на результат?

## 6. Содержание отчета

Название работы, ее цель, расчетная формула, таблица наблюдений и вычислений, краткие выводы с объяснением результатов эксперимента.

## 7. Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 3. М., 2004.
2. Гершензон Е.М. и др. Молекулярная физика. М., 2000.