

Ярославский государственный педагогический  
университет им. К.Д. Ушинского

Лабораторная работа № 8  
Определение параметров  
дифракционной решетки  
Роуланда

Ярославль  
2010

---

## Оглавление

1.	Вопросы для подготовки к работе . . . . .	3
2.	Теоретическое введение . . . . .	3
2.1.	Дифракция на щели . . . . .	4
2.2.	Интерференция от многих щелей . . . . .	5
3.	Решетка как спектральный прибор . . . . .	10
4.	Описание установки . . . . .	11
5.	Порядок выполнения работы . . . . .	11
Задание 1.	. . . . .	11
Задание 2.	. . . . .	12
Задание 3.	. . . . .	13
Задание 4.	. . . . .	14
Задание 5.	. . . . .	14
6.	Контрольные вопросы . . . . .	15

## Лабораторная работа № 8.

### Определение параметров дифракционной решетки Роуланда

**Цель работы:** ознакомление с принципом действия и определение параметров отражательной дифракционной решетки, измерение длины световой волны с помощью этой решетки.

**Приборы и принадлежности:** металлическая дифракционная решетка, ртутно-кварцевая лампа, станок специальной конструкции.

Литература:

1. Ландсберг Г.С. Оптика, М. Наука, 1976 г.
2. Савельев И.В. Курс физики, т. 3, 1971 г.

## 1. Вопросы для подготовки к работе

1. Дифракция Фраунгофера на щели.
2. Устройство, принцип действия и параметры дифракционной решетки. Решетка Роуланда.
3. Решетка, как спектральный аппарат. Дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки.

## 2. Теоретическое введение

Дифракционная решетка представляет собой совокупность большого числа узких параллельных щелей, тесно расположенных на равных расстояниях друг от друга. Щели могут быть нанесены на непрозрачном экране или, наоборот, непрозрачные бороздки нанесены на прозрачную пластинку (стекло). Действие решетки основано на явлении дифракции на щели и интерференции от многих щелей. Прежде чем выяснить действие решетки в целом, рассмотрим дифракцию на одной щели.

## 2.1. Дифракция на щели

Пусть плоская монохроматическая волна падает на экран с узкой бесконечно длинной щелью. На рис. 2.1  $FF_1$  — проекция экрана со щелью  $AB$  на плоскость рисунка. Ширина щели ( $b$ ) имеет размер порядка длины волны света. Щель  $AB$  вырезает часть фронта падающей световой волны. Все точки этого фронта колеблются в одинаковых фазах и на основании принципа Гюйгенса-Френеля, являются источниками вторичных волн.

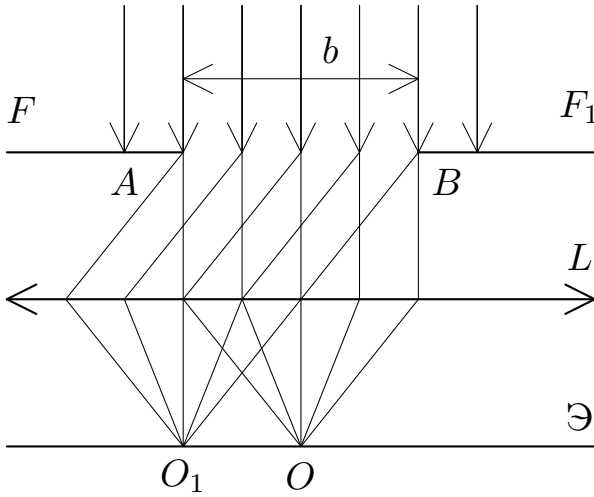


Рис. 2.1

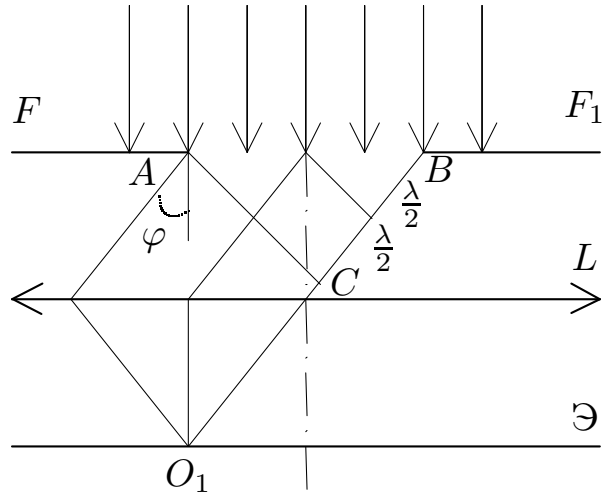


Рис. 2.2

Вторичные волны распространяются по всем направлениям от  $(0)$  до  $(\pm\frac{\pi}{2})$  к направлению распространения волн (рис. 2.1). Если за щелью поставить линзу, то все лучи, которые шли до линзы параллельно, соберутся в одной точке фокальной плоскости линзы. В этой точке наблюдается интерференция вторичных волн. Результат интерференции зависит от числа длин полуволн, которое укладывается в разности хода между соответствующими лучами.

Рассмотрим лучи, которые идут под некоторым углом  $\varphi$  к направлению падающей световой волны (рис. 2.2).  $BC = \delta$  — разность хода между крайними лучами. Разобьем  $AB$  на зоны Френеля (зоны Френеля в данном случае представляют собой систему параллельных плоскостей, перпендикулярных плоскости рисунка и построенных так, что расстояние от краев каждой зоны до точки  $O_1$  отличается на  $\frac{\lambda}{2}$ ).

Если в  $\delta$  уложиться четное число длин полуволн, то в точке  $O_1$  будет ослабление света — *min*. Если нечетное, то усиление света —

*max.*

$$\begin{aligned} \text{Следовательно, при } \delta &= \pm 2m \frac{\lambda}{2} && \Rightarrow \textit{min} \\ \text{при } \delta &= \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} && \Rightarrow \textit{max} \end{aligned}$$

где  $m = 0; 1; 2; \dots$

Поскольку  $\delta = b \cdot \sin \varphi$  (см. рис. 2.2), то эти условия можно записать в следующем виде:

$$b \cdot \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{min} \quad (2.1)$$

$$b \cdot \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \textit{max} \quad (2.2)$$

На рис. 2.3 дано распределение интенсивности света при дифракции на щели в зависимости от угла. Её можно вычислить по формуле:

$$I_{\varphi} = I_o \frac{\sin^2(\pi \cdot b \cdot \sin \frac{\varphi}{\lambda})}{(\pi \cdot b \cdot \sin \frac{\varphi}{\lambda})^2}$$

где  $I_o$  – интенсивность в середине дифракционной картины;  
 $I_{\varphi}$  – интенсивность в точке, определяемой значением.

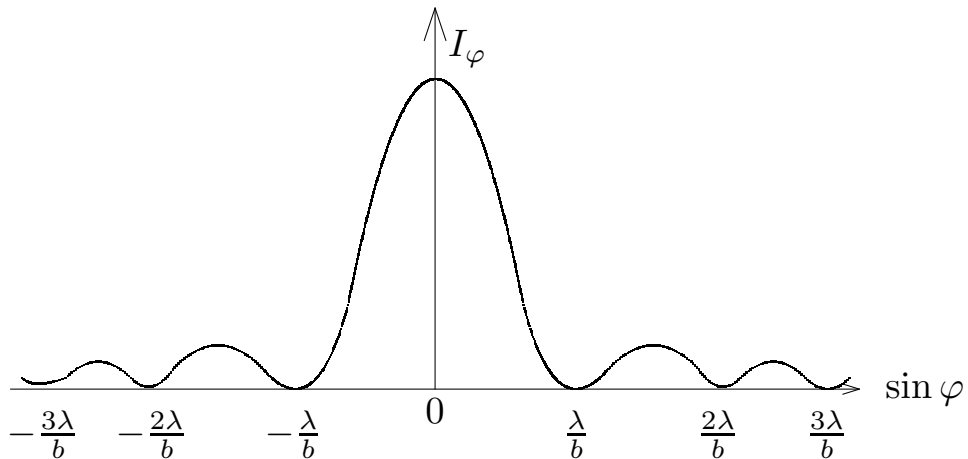


Рис. 2.3

## 2.2. Интерференция от многих щелей

Рассмотрим несколько параллельных щелей одинаковой ширины ( $b$ ), расположенных на расстоянии ( $a$ ) друг от друга (дифракционная решетка) (см. рис. 2.4).

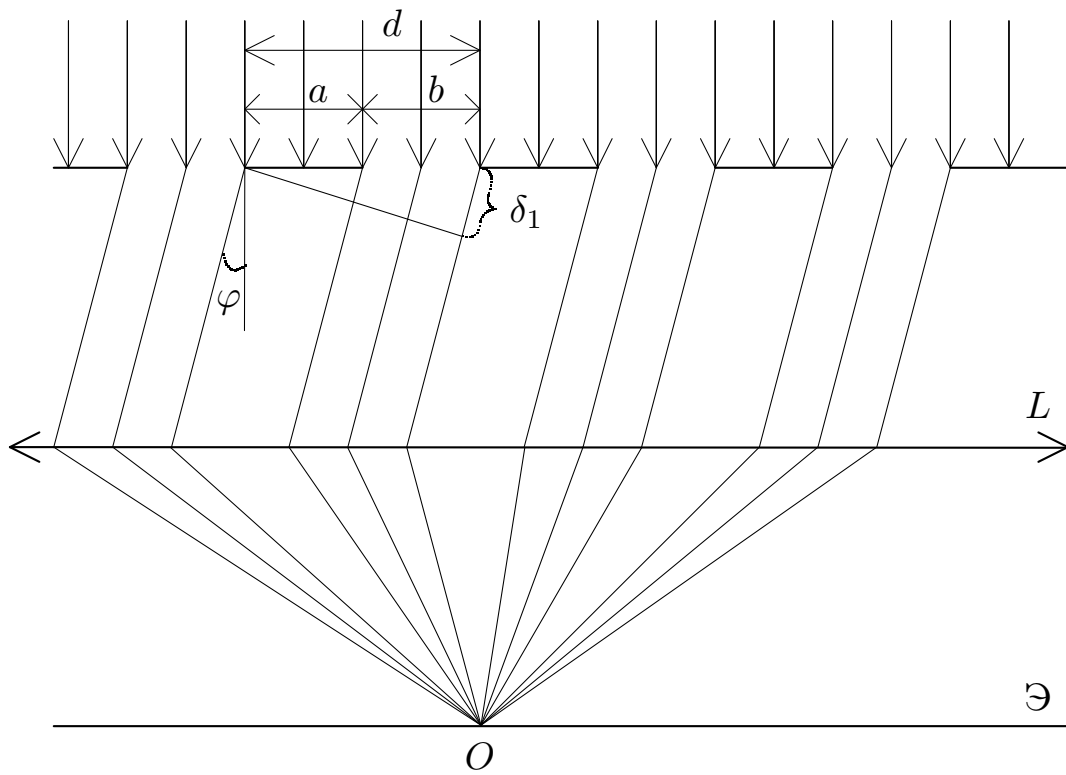


Рис. 2.4

Дифракционная картина от щелей, как в предыдущем случае, будет наблюдаться в фокальной плоскости линзы ( $L$ ). Но явление усложняется тем, что кроме дифракции от каждой щели, происходит еще и сложение световых колебаний в пучках, приходящих в фокальную плоскость линзы от отдельных щелей, т.е. происходит интерференция многих пучков. Если общее число щелей —  $N$ , то интерферируют между собой  $N$  пучков.

Разность хода от двух соседних щелей равна  $\delta_1 = (b+a) \cdot \sin \varphi$  или  $\delta_1 = d \cdot \sin \varphi$ , где  $d = a + b$  — называется постоянной решетки.

Этой разности хода соответствует одинаковая разность фаз  $\Delta\psi = 2\pi \cdot \frac{\delta_1}{\lambda}$  — между соседними пучками. В результате интерференции в фокальной плоскости линзы получают результирующие колебания с некоторой амплитудой, которая зависит от разности фаз.

Если  $\Delta\psi = 2m\pi$  (что соответствует разности хода  $\delta_1 = 2m \frac{\lambda}{2}$ ), то амплитуды колебаний складываются и интенсивность света достигает **максимума**. Эти максимумы называются главными т.к. они имеют значительную интенсивность и их положение не зависит от общего числа щелей.

Если  $\Delta\psi = 2m \left(\frac{\pi}{N}\right)$  (или  $\delta_1 = 2m \frac{\lambda}{2N}$ ), то в этих направлениях образуются минимумы света. Следовательно, при интерференции  $N$

## 2. Теоретическое введение

---

пучков одинаковой амплитуды возникает ряд главных максимумов, определенных условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (2.3)$$

где  $m = 0; 1; 2; \dots$

и добавочных минимумов, определяется условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{N} \quad (2.4)$$

где  $m = 1; 2; 3; \dots$

кроме  $m = 0; N; 2N; \dots$ , т.к. в этом случае условие (2.4) переходит в условие (2.3) — главных максимумов. Из условий (2.4) и (2.3) видно, что между двумя главными максимума располагается  $(N - 1)$  добавочных минимумов, между которыми находится соответственно  $(N - 2)$  вторичных максимумов, определенных условием:

$$d \cdot \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2N} \quad (2.5)$$

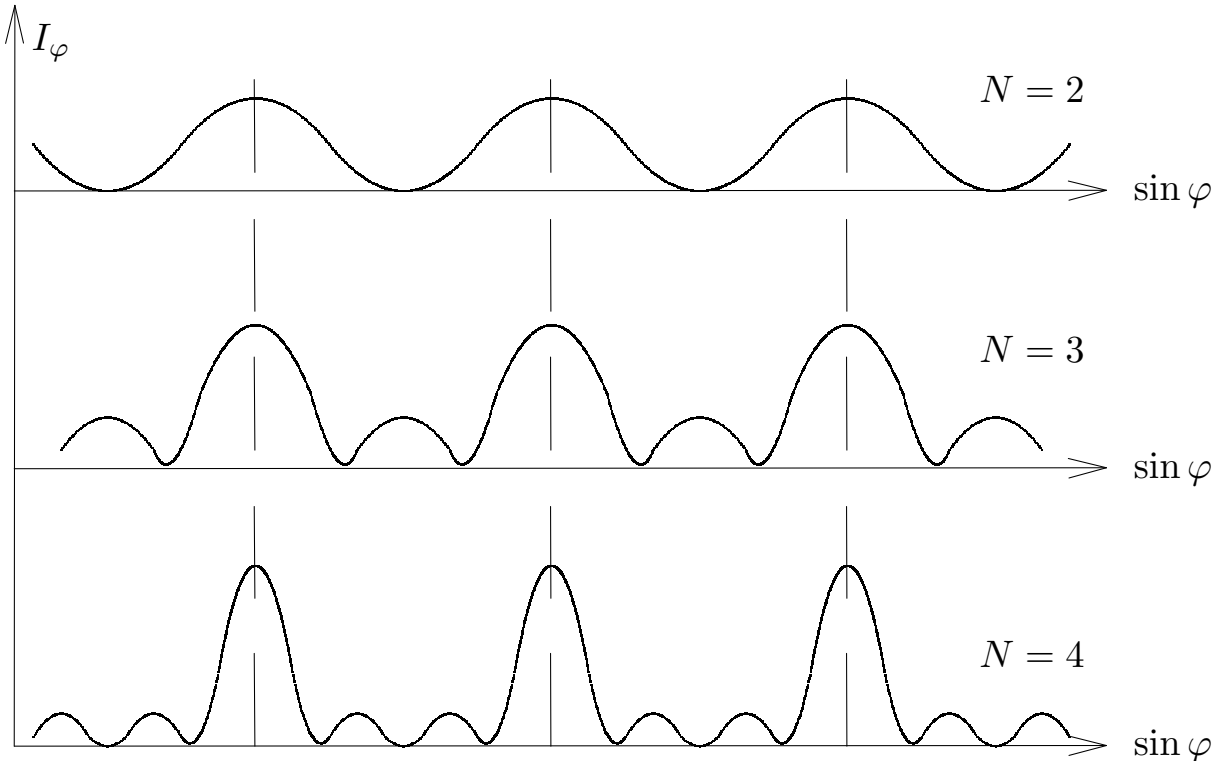


Рис. 2.5. (без учета дифракции на одной щели)

С увеличением числа щелей растет число добавочных минимумов, а главные максимумы становятся уже и ярче. На рис. 2.5 дано

распределение интенсивности при интерференции нескольких пучков (щелей). Таким образом, при действии многих щелей имеем в направлениях, определяемых условиями:

$$\begin{aligned}
 b \cdot \sin \varphi &= \pm m \lambda && \text{— min от каждой щели,} \\
 b \cdot \sin \varphi &= \pm(2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} && \text{— max от каждой щели,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm m \lambda && \text{— главные максимумы — результат} \\
 &&& \text{интерференции многих пучков,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm m \frac{\lambda}{N} && \text{— добавочные минимумы,} \\
 d \cdot \sin \varphi &= \pm(2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2N} && \text{— вторичные максимумы.}
 \end{aligned}$$

При наблюдении картины, даваемой дифракционной решеткой, мы отчетливо видим только главные максимумы, разделенные практически темными промежутками, ибо вторичные максимумы очень слабы, интенсивность самого сильного из них составляет не более 5% от главного. Распределение интенсивности между отдельными главными максимума неодинаково. Оно зависит от распределения интенсивности при дифракции на щели и отношения между ( $b$ ) и ( $d$ ). В том случае, когда ( $b$ ) и ( $d$ ) соизмеримы, некоторые главные максимумы отсутствуют, т.к. этим направлениям соответствуют дифракционные минимумы. Так при  $d = 2b$  пропадают все четные максимумы, что ведет к усилению нечетных. При  $d = 3b$  исчезает каждый третий максимум. Описанное явление иллюстрируется на рис. 2.6.

Распределение интенсивности в зависимости от угла можно вычислить по формуле:

$$I_{\varphi \text{ реш.}} = I_o \frac{\sin^2(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda}) \cdot \sin^2(N \pi d \sin \frac{\varphi}{\lambda})}{(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda})^2 \cdot \sin^2(\pi b \sin \frac{\varphi}{\lambda})}$$

где  $I_o$  — интенсивность, создаваемая одной щелью в центре картины.



## 2. Теоретическое введение

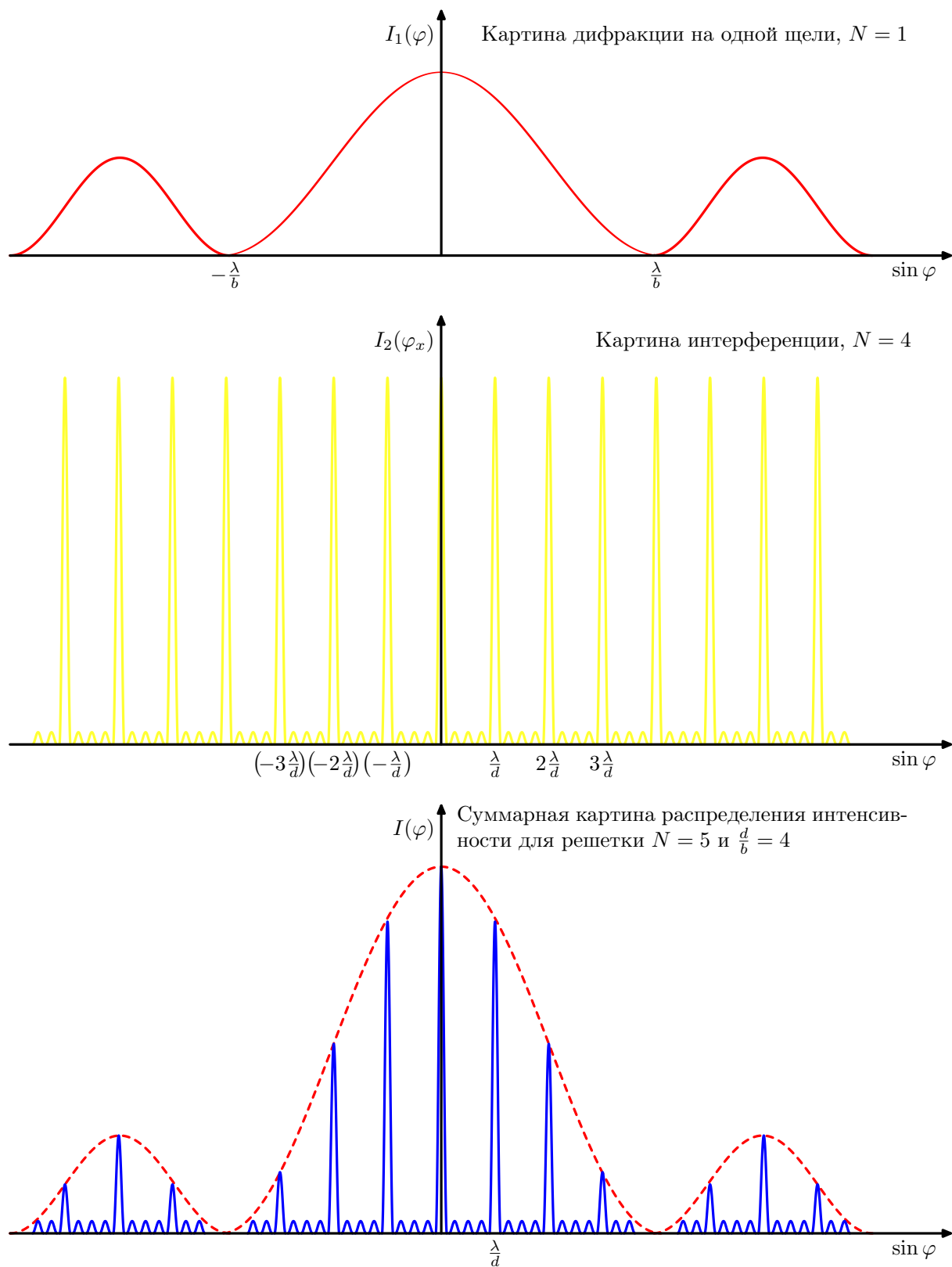


Рис. 2.6

---

### 3. Решетка как спектральный прибор

С увеличением числа щелей растет интенсивность главных максимумов, ибо возрастает количество пропускаемого решеткой света. Но самое существенное изменение, вызванное большим количеством щелей, состоит в превращении расплывчатых главных максимумов в резкие, узкие максимумы. Резкость максимумов дает возможность отличить близкие длины волн, которые изображаются отдельными, яркими полосками и не будут перекрывать друг друга, как это имеет место при расплывчатых максимумах, получающихся при одной или малом количестве щелей.

Дифракционная решетка, как и всякий спектральный прибор, характеризуется дисперсией и разрешающей способностью.

За меру дисперсии принимается угловое расстояние между двумя линиями, отличающимися по длине волне на  $1 \text{ \AA}$ . Если двумя линиями, отличающимися по длине на  $\delta\lambda$  соответствует разнице в углах, равная  $\delta\varphi$ , то мерой дисперсии будет выражение:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (3.6)$$

Разрешающая способность решетки характеризуется возможностью отличить наличие двух близких волн (разрешить две длины волны). Обозначим через  $\Delta\lambda$  минимальный интервал между двумя волнами, которые могут быть разрешены данной дифракционной решеткой. За меру разрешающей способности решетки принято считать отношение длины волны, около которой выполняется измерение, к указанному минимальному интервалу  $\Delta\lambda$ , т.е.  $A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ . Расчет дает, что:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (3.7)$$

где  $m$  — порядок спектра,  
 $N$  — общее число щелей решетки.

Высокая разрешающая способность и дисперсия дифракционных решеток достигается за счет больших значений  $N$  и малых  $d$  (периодов решетки). Такими параметрами обладают решетки Роуланда. Решетка Роуланда представляет собой вогнутое металлическое зеркало, на котором нанесены бороздки (штрихи). Она может одновременно выполнять роль решетки и собирающей линзы, что позволяет

получить дифракционную картину непосредственно на экране.

## 4. Описание установки

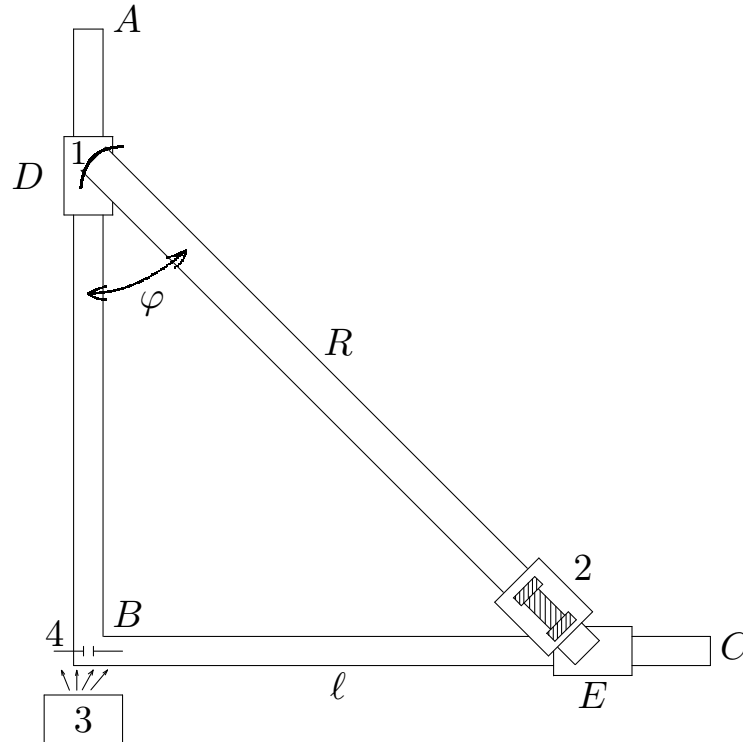


Рис. 4.1

Установка для измерений на рис. 4.1 состоит из жестко закрепленных рельс ( $AB$  и  $BC$ ), по которым может свободно скользить рейка  $DE$ . На одном конце рейки закреплена решетка Роуланда (1). Решетка закреплена так, что ее плоскость перпендикулярна рейке  $DE$ . Источником света служит щель (4), освещаемая ртутно-кварцевой лампой (3). При освещении решетки вдоль направления  $AB$  можно наблюдать спектры различных порядков. Расстояние от щели до исследуемых линий в спектре ртути фиксируется по шкале, нанесенной на рейке  $BC$ , с помощью зрительной трубы (2).

## 5. Порядок выполнения работы

**Задание 1.** Ознакомиться с описанием работы и оптической схемой прибора.

---

**Задание 2.** Определить постоянную решетки Роуланда.

Постоянную решетки определяют из условия главного максимума:

$$d = m \cdot \frac{\lambda}{\sin \varphi}.$$

Из схемы установки рис. 4.1:

$$\sin \varphi = \frac{\ell}{R},$$

где  $\ell$  — расстояние от щели до положения спектральной линии на скамье ( $BC$ ),

$R$  — длина рейки ( $DE$ ).

Окончательно рабочая формула имеет вид:

$$d = m\lambda \frac{R}{\ell} \tag{5.8}$$

Постоянную определяют для трех линий в спектре ртути:

Линия	Яркость	Å
Фиолетово-синяя	8	4358
Зеленая	10	5461
Желтая 1 (ближняя к зеленой)	8	5770

Длины волн указаны с большей точностью, чем остальные члены формулы (5.8), поэтому можно считать, что  $\lambda = const$ . Длина рейки ( $DE$ )  $R = (1250 \pm 5)$  мм. Коэффициент надежности взять  $\alpha = \frac{2}{3}$ .

Задание следует выполнять в следующей последовательности:

- 1) включить ртутно-кварцевую лампу и прогреть в течение 5 мин., а затем проверить хорошо ли освещена щель;
- 2) передвигая рейку  $DE$  по рельсам, находят с помощью зрительной трубы зеленую линию в спектре первого порядка,  $m = 1$  (левая часть скамьи  $BC$ ), если линия широкая, то уменьшить ширину щели и снять показание ( $\ell$ ). Затем трубку переводят на фиолетово-синюю линию (влево от зеленой по скамье  $BC$ );

## 5. Порядок выполнения работы

- 3) такие же измерения для этих же линий провести в спектре второго порядка,  $m = 2$  (правая часть скамьи  $BC$ ); измерения для  $m > 2$  не проводятся т.к. для этого недостаточна длина рельсы  $BC$ .

В данной работе можно ограничиться однократными измерениями, т.к. относительная ошибка в определении ( $R$ ) существенно превосходит относительную ошибку в определении  $\ell$  ( $\delta_\ell = 0,5$  мм при  $\alpha = \frac{2}{3}$ ). Окончательный результат, таким образом, определяется для всех линий примерно с одинаковой точностью, поэтому его можно в конце усреднить по всем измеряемым линиям.

Ошибка в определении постоянной решетки Роуланда определяется по формуле:

$$\delta d = \frac{\partial d}{\partial R} \cdot \delta_R, \quad (5.9)$$

$\delta_R = 5$  мм — стандартная ошибка в определении длины рейки ( $DE$ ). Данные опытов удобно занести в таблицу следующего вида:

Таблица 1

m	$\lambda, \text{Å}$	$\ell (mm)$	$d (mm)$	$d_{cp}$
1	4358			
	5461			
	5770			
	Желт. 2			
2	4358			
	5461			
	5770			
	Желт. 2			

**Задание 3.** Определить длину волны одной из желтых линий.

Используя результаты полученные в задании 2 определить длину волны второй желтой линии:

$$\lambda_{жII} = \frac{d_{жI} \cdot \ell_{жII}}{mR} \quad (5.10)$$

где  $d_{жI}$  — постоянная решетки, полученная в задании 2. Значения  $\lambda_{жII}$  для обоих порядков ( $m = 1$  и  $m = 2$ ) являются равноточными, т.е. определяются стандартными отклонениями  $\delta_d$  и  $\delta_R$ , поэтому их можно усреднить.

Ошибка определяется по формуле:

$$\Delta\lambda_{жII} = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda_{жII}}{\partial d_{\text{ср}}}\right)^2 \cdot \delta_d^2 + \left(\frac{\partial\lambda_{жII}}{\partial R}\right)^2 \cdot \delta_R^2}. \quad (5.11)$$

Окончательно результат записывается в виде:

$$\lambda_{жII} = (\lambda_{жII\text{ср}} \pm \Delta\lambda_{жII})\text{\AA}, \quad \text{при } \alpha = \frac{2}{3}.$$

**Задание 4.** Определить угловую дисперсию решетки Роуланда.

Для определения угловой дисперсии дифракционной решетки нужно измерить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями. Удобно для этого использовать желтые линии ртути.

$\lambda_{жI}$  — дана в тексте задания 2.

$\lambda_{жII}$  — взять из задания 3.

$$D = \frac{\delta_\varphi}{\delta_\lambda} \approx \frac{\varphi_{жI} - \varphi_{жII}}{\lambda_{жI} - \lambda_{жII}}. \quad (5.12)$$

Следует определить угловую дисперсию для обоих порядков ( $m = 1$  и  $m = 2$ ). Сравнить полученные значения между собой и со значениями, полученными по формуле:

$$D = \frac{m}{d_{\text{ср}} \cdot \cos \varphi} \quad (5.13)$$

По указанию преподавателя произвести оценку ошибок для выражений (5.12) и (5.13).

**Задание 5.** Вычислить теоретическую величину разрешающей способности дифракционной решетки Роуланда.

$$A = mN \quad (5.14)$$

где  $N$  — число штрихов решетки.

## 6. Контрольные вопросы

---

Значение  $N$  определяется исходя из длины решетки ( $L = 29 \pm 0,1$  мм) при  $\alpha = \frac{2}{3}$  и значения постоянной решетки (см. задание 2). Вычисления произвести для обоих порядков ( $m = 1$  и  $m = 2$ ). Оценить величину ошибки для выражения (5.14).

## 6. Контрольные вопросы

1. Почему размеры щели должны быть соизмеримы с длиной волны?
2. Почему максимум нулевого порядка при освещении решетки белым светом — белый, а остальные радужные?
3. Как влияет период решетки на дифракционную картину?
4. Показать, что при определении периода можно пренебречь случайной ошибкой.