Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет имени К.Д. Ушинского»

Математика, информатика и методика преподавания

Материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета

Ярославль
2007

ББК 221я434+73я434
М 34

Печатается по решению редакционно-издательского совета ЯГПУ им. К.Д. Ушинского

Математика, информатика и методика преподавания [Текст]: материалы международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2007. – 226 с.

В данный сборник включены материалы международной конференции, традиционно проводящейся в Ярославском государственном педагогическом университете в форме педагогических чтений. Представлены результаты исследований различных научных школ.

ISBN978-5-87555-379

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ

© Н.В. Тимофеева (ЯГПУ)

Плоское разрешение раздутия локально тривиального семейства схем

Введение. Пусть S – неособая проективная алгебраическая схема над алгебраически замкнутым полем k. Рассматривается семейство $f : F \to T$ схем, где T -- неособая целая отделимая проективная схема, обладающая открытым покрытием $T = \bigcup U_i$, снабженным набором изоморфизмов (локальных тривиализаций) $\psi_i : f^{-1}(U_i) \to U_i \times S$. Пусть $I \subset O_F$ -- пучок идеалов, задающий в F подсхему Z, коразмерность носителя которой превосходит dim S. Образуем раздутие $\sigma : \widehat{F} \to F$ в пучке идеалов I. Введем обозначения: $T_0 = T \setminus f(Supp\, Z)$, $F_0 = F \setminus Supp\, Z$. Композиция $\widehat{F} \xrightarrow{\sigma} F \xrightarrow{f} T$ не является плоским морфизмом на всей схеме $\widehat{F}$, но, очевидно, остается плоской при ограничении на открытое подмножество $\widehat{F} \setminus \sigma^{-1}(Supp\, Z) \cong F_0$. Цель данной заметки – построение плоского разрешения этой композиции, содержащего открытые подмножества $\widetilde{F}_0 \subset \widetilde{F}$, $\widetilde{F}_0 \cong F_0$, и $\widetilde{T}_0 \cong T_0$, такого, что коммутативна диаграмма

$$\begin{array}{ccccccc}
\widetilde{F} & \xleftarrow{open} & \widetilde{F}_0 & \cong & F_0 & \xrightarrow{open} & F \\
{\scriptstyle \tilde{f}}\downarrow & & {\scriptstyle \tilde{f}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle f} & & \downarrow{\scriptstyle f} \\
\widetilde{T} & \xleftarrow{open} & \widetilde{T}_0 & \cong & T_0 & \xrightarrow{open} & T
\end{array} \qquad (1)$$

Зафиксируем очень обильный обратимый $O_{\widehat{F}}$-пучок $\widehat{L}$. Он потребуется для построения плоского семейства. Для дальнейшего необходимо, чтобы пучок $\widehat{L}$ был 1-регулярен в смысле Мамфорда-Кастельнуово.

Теорема. *Существует целая проективная схема* $\widetilde{T}$*, такая, что* *(i) имеет место бирациональный морфизм схем* $\theta : \widetilde{T} \to T$, *причем* $\theta|_{\widetilde{T}_0} : \widetilde{T}_0 \to T_0$ *-- изоморфизм,*

(ii) существует плоское семейство схем $\widetilde{f} : \widetilde{F} \to \widetilde{T}$ *и семейство* $\widetilde{H}$ *очень обильных обратимых пучков на слоях* $\widetilde{f}^{-1}(t),\ t \in \widetilde{T}$, *такие, что эйлерова характеристика* $\chi(O_{\widetilde{F}}(m\widetilde{H})|_{\widetilde{f}^{-1}(t)})$ *не зависит от точки* $t \in \widetilde{T}$,

(iii) существует бирациональный морфизм семейств $\Theta : \widetilde{F} \to F$, *такой, что диаграмма*

$$\begin{array}{ccc} \widetilde{F} & \xrightarrow{\Theta} & F \\ {\scriptstyle \widetilde{f}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle f} \\ \widetilde{T} & \xrightarrow{\theta} & T \end{array}$$

коммутативна, причем $\Theta|_{\widetilde{F}_0} : \widetilde{F}_0 \to F_0$ *-- изоморфизм, согласно диаграмме (1),*

(iv) схема $\widetilde{T}$ *не зависит от выбора пучка* $\widehat{L}$.

1. Построение. Рассмотрим замкнутое вложение $j : \widehat{F} \to P(H^0(\widehat{L})) =: P$, определенное очень обильным обратимым пучком $\widehat{L}$. Заметим, что при $t \in T_0$ многочлен Гильберта слоя $p(m) := \chi(j^* O_P(m)|_{\sigma^{-1} f^{-1}(t)})$ не зависит от точки t базы. Обратимся к схеме Гильберта $H := Hilb^{p(m)}(P)$ подсхем проективного пространства, имеющих относительно обратимого пучка $O_P(1)$ многочлен Гильберта, равный $p(m)$. Обозначим за $Univ(H)$ универсальную подсхему схемы Гильберта H. Тогда, по универсальному свойству схем Гильберта, определено локально замкнутое вложение семейства $F_0 \to Univ(H)$ и индуцированное локально замкнутое вложение базы $h_0 : T_0 \to H$. Пусть $\widetilde{T} := \overline{h_0(T_0)}$ – замыкание образа вложения

h_0, $\widetilde{F} := \widetilde{T} \times_H Univ(H)$ – его прообраз в схеме $Univ(H)$ и $\widetilde{h} : \widetilde{F} \to Univ(H)$ – морфизм замкнутого вложения.

Предложение 1.1. *Определен бирациональный морфизм* $\xi : \widetilde{F} \to \widehat{F}$.

Доказательство. Рассмотрим проекции универсальной подсхемы:

$$P \xleftarrow{p} Univ(H) \xrightarrow{q} H .$$

Достаточно показать, что $p \circ \widetilde{h}(\widetilde{F}) = j(\widehat{F})$. Действительно, равенство верно на открытых подмножествах: $p \circ \widetilde{h}(F_0) = j(F_0)$. Заметим, что $\overline{\widetilde{h}(F_0)} = \widetilde{h}(\widetilde{F})$, $\overline{j(F_0)} = j(\widehat{F})$. Морфизм p – собственный, откуда следует требуемое равенство. Отождествляя схему $\widehat{F}$ с ее образом при вложении j, определим морфизм ξ следующим образом: $\xi = p|_{\widetilde{h}(\widetilde{F})}$. Предложение доказано.

Пусть $\Theta : \widetilde{F} \xrightarrow{\xi} \widehat{F} \xrightarrow{\sigma} F$ и $\varphi : \widetilde{F} \xrightarrow{\Theta} F \xrightarrow{f} T$ – морфизмы композиции.

Предложение 1.2. *Определен бирациональный морфизм* $\theta : \widetilde{T} \to T$*, такой, что* $f \circ \Theta = \theta \circ \widetilde{f}$.

Доказательство. Заметим, что морфизм ξ отображает слой семейства $\widetilde{F} \to \widetilde{T}$ в слой семейства $\widehat{F} \to T$. Таким образом, определено отображение множеств $\theta : \widetilde{T} \to T$, и для отображений множеств выполнено равенство $f \circ \Theta = \theta \circ \widetilde{f}$. Нетрудно проверить, что отображение θ является непрерывным отображением топологических пространств в топологии Зарисского. Далее непосредственно проверяется равенство функторов $\theta_* = \varphi_* \widetilde{f}^{-1}$. Также непосредственно проводится построение морфизма O_T-пучков $\theta^+ : O_T \to \theta_* O_{\widetilde{T}}$ как морфизма, делающего коммутативной диаграмму

$$
\begin{tikzcd}
O_T \arrow[r, "\varphi^+"] \arrow[d, "\theta^+"'] & \varphi_* O_{\widetilde{F}} \\
\varphi_* \widetilde{f}^{-1} O_{\widetilde{T}} \arrow[ur, "\rho"'] &
\end{tikzcd}
$$

Здесь морфизм $\rho : \varphi_* \widetilde{f}^{-1} O_{\widetilde{T}} \to \varphi_* O_{\widetilde{F}}$ задан следующим образом: $\rho := \varphi_* (\bullet \otimes_{\widetilde{f}^{-1} O_{\widetilde{T}}} 1^{\widetilde{F}})$, $1^{\widetilde{F}} \in O_{\widetilde{F}}$. Это завершает доказательство.

2. Инвариантность. Рассмотрим очень обильные обратимые $O_{\widehat{F}}$-пучки $\widehat{L}_1$ и $\widehat{L}_2 = \widehat{L}_1 \otimes M$, такие, что M – очень обильный обратимый пучок, 1-регулярный в смысле Мамфорда – Кастельнуово. Образуем проективные пространства $P = P(H^0(L_1) \otimes H^0(M))$, $P_i = H^0(L_i)$, вложения $j_i : F_0 \to P_i$ и схемы Гильберта $H_i = Hilb^{p_i(m)} P_i$ подсхем в проективных пространствах P_i, $i = 1,2,$ имеющих относительно вложений j_i многочлен Гильберта, равный $p_i(m) = \chi(j_i^* O_{P_i}(m)|_{\sigma^{-1} f^{-1}(t)})$. Пусть $\widetilde{F}_1$ и $\widetilde{F}_2$ – плоские семейства, полученные продолжением локально замкнутых вложений $\widetilde{h}_i : F_0 \to Univ(H_i)$, $i = 1,2$ в универсальные подсхемы схем Гильберта H_i.

Рассмотрим канонические (определяемые пучками L_i) вложения схемы $\widehat{F}$ в проективные пространства P_i, $i = 1,2$ [1, глава II, 7.1]. Пусть $s_0, s_1, \ldots, s_n$ – порождающее множество пространства $H^0(L_1)$, $q_0, q_1, \ldots, q_r$ – порождающее множество пространства $H^0(M)$. Тогда разложимые тензоры $s_p \otimes q_k$, $p = 0, \ldots, n,$ $k = 0, \ldots, r$ порождают пространство $H^0(L_1) \otimes H^0(M)$. Согласно условию регулярности Мамфорда – Кастельнуово, естественное отображение $H^0(L_1) \otimes H^0(M) \xrightarrow{\otimes} H^0(L_2)$ сюръективно [2, ch.1, Ex. 1.8.13].

Определим морфизм $j:\widehat{F}\to P$ следующим образом. В аффинной карте $U_{pk}:=\{y_{pk}\neq 0\}$ зададим гомоморфизм координатных колец $j_{pk}^{+}:k[y_{00},\ldots,y_{nr}]\to H^{0}(O_{\widehat{F}_{pk}})$, где $\widehat{F}_{pk}:=\{x\in\widehat{F}\mid s_p\otimes q_k\notin m_x L_{2x}\}$. Очевидно, отображения, заданные в аффинных картах, задают глобально определенный морфизм $j:\widehat{F}\to P$, совместимый с вложением j_2, то есть $j_2=P(\otimes)\circ j$. Умножением на сечение $q_k\in H^{0}(M)$ определены вложения (содержащих образы $\widehat{F}_{pk}$) открытых подмножеств $U_k\subset P_1$ в пространство P. Коммутативна диаграмма

$$\begin{tikzcd}
\widehat{F} \arrow[d, "j_1"'] & \supset & \widehat{F}_{pk} \arrow[d] \arrow[r, "open"] & \widehat{F} \arrow[d, "j"'] \arrow[r, "j_2"] & P_2 \\
P_1 & \supset & U_k \arrow[r, "q_k"] & P \arrow[ur, "P(\otimes)"'] &
\end{tikzcd}$$

Имеют место равенства обратимых пучков $L_2|_{\widehat{F}_{pk}}=j_2^{*}O_{P_2}(1)|_{\widehat{F}_{pk}}= \;=(j_1|_{\widehat{F}_{pk}})^{*}q_k^{*}P(\otimes)^{*}O_{P_2}(1).$ Множество $q_0,q_1,\ldots,q_r$ может быть выбрано так, что открытые множества $\widehat{F}_{pk}$, вложенные в открытые множества U_k, образуют покрытие схемы $\widehat{F}$. Это следует из квазикомпактности топологического пространства схемы $\widehat{F}$.

По конструкции, вложения открытых подмножеств согласованы в следующем смысле. Имеется открытое подмножество U в пространстве P_1, содержащее схему $\widehat{F}$ и обладающее локально замкнутым вложением в пространство P_2.

Имеются индуцированное локально замкнутое вложение универсальных подсхем схем Гильберта $\widetilde{s}:Univ^{p_1(m)}(Hilb^{p_1(m)}U)\to Univ^{p_2(m)}H_2$, ограничивающееся до локально замкнутого вложения $F_0\to Univ^{p_2(m)}H_2$, и локально замкнутое вложение схем Гильберта $\overline{s}:Hilb^{p_1(m)}(U)\to H_2$. Замыкание $\widetilde{F}_1$ образа F_0 в схеме $Univ^{p_1(m)}(Hilb^{p_1(m)}U)$, будучи квазипроективным множеством, **отображается при морфизме Θ на проективную схему $j_1(\widehat{F})$. Таким образом, $\widetilde{F}_1$ – проективная схема. Схема $\widetilde{T}_1$ также проективна и обладает вложением в схему $\widetilde{T}_2$. Открытые подмножества** схем $\widetilde{T}_1$ и $\widetilde{T}_2$, изоморфные подсхеме T_0, отождествляются при морфизме $\bar{s}$. Следовательно, $\widetilde{T}_1 \cong \widetilde{T}_2$.

Теперь пусть $\widehat{L}$ и $\widehat{L}'$ -- два 1- регулярных очень обильных обратимых пучка на схеме $\widehat{F}$. Полагая сначала $\widehat{L}_1 = \widehat{L}$, $\widehat{L}_2 = \widehat{L} \otimes \widehat{L}'$, а затем $\widehat{L}_1 = \widehat{L}'$, $\widehat{L}_2 = \widehat{L} \otimes \widehat{L}'$, получим изоморфизм схем $\widetilde{T} \cong \widetilde{T}'$, построенных с помощью пучков $\widehat{L}$ и $\widehat{L}'$.

Библиографический список

1. Хартсхорн Р. Алгебраическая геометрия [Текст]. – М.: Мир, 1981.
2. Lazarsfeld R. Positivity in algebraic geometry I. Ergebnisse der Mathematik und Ihrer Grenzgebiete. 3 Folge / A Series of Modern Surveys in Mathematics. Vol. 48. Springer Verlag, 2004.

© С.А. Тихомиров (ЯГПУ)

О представимости некоторых стабильных расслоений ранга 2 на P^2 через структурные пучки двойных накрытий P^2

Рассмотрим гладкую квадрику $Q \cong P^1 \times P^1$ в P^3, и пусть $\pi : Q \to P^2$ - ее проекция на проективную плоскость. Тогда, как известно, Q – двойное накрытие P^2 (посредством π), при этом локус ветвления – гладкая коника, а базис для группы Пикара Pic Q задается прямыми f_1 и f_2 на Q, принадлежащими двум различным системам образующих. Кроме того, $\pi_*(f_i)$ - прямая на P^2, i=1,2. Обозначим через $V_{a,b}$ расслоение $\pi_* O_Q(af_1 + bf_2),\ a,b \in Z$.

В книге R.Friedman “Algbraic surfaces and holomorphic vector bundles”, Springer, 1998 приводится среди прочих ряд интересных фактов.

Утверждение 1 (p.49, example). $c_1(V_{a,b}) = a + b - 1$, $c_2(V_{a,b}) = \frac{1}{2}((a^2 - a) + (b^2 - b))$.

Утверждение 2 (p.49, proposition 30). Пусть Y – гладкая кривая или поверхность, и пусть V – расслоение ранга 2 на Y. Тогда существует гладкое двойное накрытие $f : X \to Y$ и линейное расслоение M на X такое, что $V = f_* M$.

Утверждение 3 (exercise 10, p.110). $V_{a,b}$ – стабильное расслоение, если $a \neq b, b \pm 1$.

Утверждение 4 (exercise 11, p.110). Пусть V – стабильное расслоение ранга 2 на P^2 с классами Черна $c_1(V) = 0$, $c_2(V) = 2$. Тогда существует единственная коника C на P^2 такая, что если $\pi : Q \to P^2$ - соответствующее (ассоциированное) двойное накрытие, то $V=V_{2,-1}$.

При этом доказательство последнего утверждения опирается на важное замечание.

Утверждение 5 (proposition 14(ii), p.93). Пусть V – расслоение ранга 2 на P^2 с c_1=0. Если V стабильно и $c_2 \leq 5$, то существует расширение $0 \to O_{P^2}(-1) \to V \to O_{P^2}(1) \otimes I_Z \to 0$ (с вполне определенным Z).

Таким образом, естественно поставить вопрос: можно ли подобрать представление $V_{a,b}$ для стабильного расслоения ранга 2 на P^2 с классами Черна, например, $c_1(V)=0$, $3 \leq c_2(V) \leq 5$? Элементарные вычисления, опирающиеся на приведенные выше утверждения, показывают справедливость следующего наблюдения.

Теорема. Для стабильного расслоения V ранга 2 на P^2 с классами Черна c_1=0 и $3 \leq c_2 \leq 5$ не существует представления вида $V_{a,b}$.

© Д.Ю. Кузнецов (ЯГПУ)

Насыщенность однородных идеалов в Pn

Пусть S = k[x0, x1, …, xn] - однородное координатное кольцо над алгебраически замкнутым полем k проективного пространства Pn = Proj S, I⊂ S - однородный идеал. Насыщение идеала I определяется как идеал J:={f∈ S / ∀ i ∃ k такое, что xikf ∈ I}, и идеал I называется насыщенным, если $I = J$. Каждый однородный идеал I определяет подсхему Y в P^n как образ замкнутого вложения $\mathrm{Proj}\, S/I \to \mathrm{Proj}\, S$, индуцированного каноническим эпиморфизмом $S \longrightarrow S/I$, причем любая замкнутая подсхема в P^n определяется некоторым однородным идеалом. При этом два различных однородных идеала определяют одну и ту же подсхему, если они обладают одинаковым насыщением, так что существует взаимно-однозначное соответствие между замкнутыми подсхемами Y в P^n и насыщенными однородными идеалами $J \subset S$. В частности, насыщенным является идеал $\Gamma^*(I) := \oplus H^0(P^n, I(k))$, так что он является наибольшим идеалом, определяющим Y. Всякий однородный идеал I имеет конечную систему образующих $f_1, \ldots f_m$, и настоящая работа посвящена решению вопроса, когда однородный идеал I с тремя образующими является насыщенным, то есть соответствующая система образующих является полной. Отметим, что каждую схему локально полного пересечения (л.п.п.) в P^n можно задать $n+1$ уравнением [2, 9.1.3], так что 0-мерная схема л.п.п. в P^2 имеет порождающий ее идеал с тремя образующими. Условия, при которых произвольная подсхема Коэна-Маколея коразмерности 2 в P^n имеет идеал с тремя образующими, обсуждались в [1, §2].

Основная конструкция. Пусть $I =(f_1, \ldots f_m)$, $\deg f_i = n_i$, Y – схема, определяемая I. Умножение на f_i определяет морфизм $\alpha : \oplus O_P(-n_i) \longrightarrow O_P$ и точную последовательность

$$0 \to F \to \oplus O_P(-n_i) \longrightarrow I_Y \to 0, \qquad (1)$$

где $I_Y = \mathrm{im}\, \alpha$, $F = \ker \alpha$. Из [3. prop. 1.11] следует, что пучок F рефлексивен, то есть $F=F^{\vee\vee}$.

Утверждение 1. Идеал I насыщен тогда и только тогда, когда $h^1(P^n, F(j))=0$ для любого целого j.

Доказательство. Рассмотрим точные последовательности когомологий, соответствующих последовательности (1), подкрученной на j. Рассматривая прямую сумму всех таких последовательностей, мы получаем точную последовательность градуированных S-модулей

$$I =(f_1, \ldots f_m) \to \oplus H^0 (P^n, I(j)) \to \oplus H^1 (P^n, F(j)) \to 0. \qquad (2)$$

Тогда I насыщен тогда и только тогда, когда $I =\oplus H^0 (P^n, I(j))$, что согласно (2) эквивалентно условию $h^1(P^n, F(j))=0$ $\forall j$, что и требовалось доказать.

Пусть теперь $I = (f_1, f_2, f_3)$, идеал с тремя образующими, так что $\mathrm{rk} F = 2$. Рассмотрим следующие возможные 2 случая.

1) Последовательность f_1, f_2, f_3 регулярна, и Y- полное пересечение коразмерности 3. Последовательность, двойственная к (1), позво-

ляет вычислить первые когомологии пучка F. В итоге мы получим h1(Pn, F(j))=0 $\forall$j, и, следовательно, в этом случае идеал I насыщен.

2) Codim (Y, Pn) = 2. Рассматривая последовательности, двойственные к (1) и к последовательности

$0 \to IY \to O \to OY \to 0$, и пользуясь Ext-критерием рефлексивности пучка F, мы получим следующее

Утверждение 2. Пусть I =(f1, f2, f3) - идеал, порождающий схему Y, и codim (Y, Pn) = 2. Тогда Y является схемой Коэна-Маколея (К. М.) тогда и только тогда, когда пучок F, определенный последовательностью (1), локально свободен.

Из критерия Хоррокса расщепимости векторных расслоений в этом случае следует

Утверждение 3. Идеал I =(f1, f2, f3), порождающий схему Коэна-Маколея Y коразмерности 2 в Pn, является насыщенным тогда и только тогда, когда соответствующее расслоение F в (1) расщепимо.

Библиографический список

1. Кузнецов Д.Ю. Схемные пересечения трех гиперповерхностей в Pn и ассоциированные пучки [Текст] // Мат. сборник. – 1995. – Т. 186. – №8. – С.105-118.
2. Фултон У. Теория пересечений [Текст]. – М.: Мир, 1989.
3. Hartshorne R. Stable reflective sheaves // Math Ann. – 1981.

© А. Д. Уваров (ЯГПУ)

О компактификации пространства модулей M(-1,2) стабильных векторных расслоений ранга 2 на трехмерной квадрике

Теорема: $\overline{S^2}P^3 \cong \overline{M(-1,2)}$ - *раздутие симметрического квадрата P^3 вдоль диагонали изоморфно замыканию пространства модулей* *стабильных векторных расслоений в схеме модулей Гезекера – Маруямы.*

1) **Утверждение** 1: $\dim \overline{M(-1,2)}=6$.

Доказательство:

1. Пусть $Z=l_1\cup l_2$ – пара скрещивающихся прямых на Q_3. I_Z – пучок идеалов этой подсхемы. H есть замыкание $\{Z\in Hilb^{2n+2}{}_Q \mid Z=l_1\cup l_2$ на $Q_3\}$ открытого множества в схеме Гильберта на Q_3 с многочленом Гильберта 2n+2, образованного подсхемами $Z=l_1\cup l_2$.

2. Рассматривается схема $\overline{Z}\subset Q_3\times H$. Пусть f: $Q_3\times H\to H$ - проективный плоский морфизм (проекция на H). Через $Ext^1{}_f(I_{\overline{Z}}, O_Q(-1)□O_H)$ обозначается пучок относительных Ext-ов на H. Слой этого пучка над точкой из H, где $Z=l_1\cup l_2\in H$, есть $Ext^1(I_Z, O_Q(-1))$. (Морфизм замены базы H на точку из H).

3. Пусть P $(Ext^1{}_f(I_{\overline{Z}}, O_Q(-1)□O_H)^{\vee})\to H$ обозначает Proj двойственного пучка над H. Proj есть расслоенное проективное многообразие со слоем $P(Ext^1(I_Z, O_Q(-1)))$ над точками из H.

4. Из точной тройки $0\to E(1)\to I_C(1)\to 0$, где C= $Z=l_1\cup l_2$ – пара скрещивающихся прямых на Q_3; E – стабильное векторное расслоение, следует, что $\dim(Ext^1(I_Z, O_Q(-1)))=2$, соответственно $\dim(P(Ext^1(I_Z, O_Q(-1))))=1$, т.е. слой P $(Ext^1{}_f(I_{\overline{Z}}, O_Q(-1)□O_H)^{\vee})$ есть P^1 над точкой $Z=l_1\cup l_2$.

5. С учетом того, что $H\cong\overline{S^2P^3}$, следует: dim P $(Ext^1{}_f(I_{\overline{Z}}, O_Q(-1)□O_H)^{\vee})=\dim P^1+\dim\overline{S^2P^3}=1+6=7$ (размерность слоя плюс размерность базы).

6. Точки из Proj есть пары $(l_1\cup l_2, \langle\xi\rangle)$, где $\xi\in Ext^1(I_Z, O_Q(-1))$ определяет расширение $0\to E(1)\to I_C(1)\to 0$.

Соответственно, устанавливается взаимно однозначное соответствие между множеством пар $(l_1\cup l_2, \langle\xi\rangle)$ и множеством пар $([E], \langle s\rangle)$, где s – сечение пучка E(1), т.е. $s\in H^0(E(1))$, с учетом того, что мощности этих множеств совпадают.

Т. к . $\dim([E], \langle s\rangle)=7$ ($\dim[E]=6$ и $\langle s\rangle\in P\ H^0(E(1))$, где $\dim P\ H^0(E(1))=1$). $\dim(l_1\cup l_2, \langle\xi\rangle)=7$, т.к. $(l_1\cup l_2, \langle\xi\rangle)\in$ P $(Ext^1{}_f(I_{\overline{Z}}, O_Q(-1)□O_H)^{\vee})$.

7. Множество пар $([E], \langle s\rangle)$ обозначается через Y, и рассматривается отображение: $Y\to M(2,-1,2,0)$, из Y в схему модулей Гезекера – Маруямы, сопоставляя паре $([E], \langle s\rangle)$ класс $[E]\in M(2,-1,2,0)$.

8. Т.к. $Y \cong$Proj и Proj является проективным неприводимым многообразием, его образ тоже должен быть проективен и соответственно ImY=$\overline{M(-1,2)}$.

9. Слой над [E]$\in \overline{M(-1,2)}$ есть P^1 (как множество классов сечений одного [E]), отсюда следует, что dim$\overline{M(-1,2)}$=dimY- dimP^1=6.

2) **Утверждение** 2: $\overline{S^2}P^3 \cong \overline{M(-1,2)}$.

Доказательство:

1. Рассматривается отображение:

$\overline{S^2}P^3 \xleftarrow{q} Y \xrightarrow{p} \overline{M(-1,2)}$. Отображение p построено выше: ([E], <s>) $\to$ [E].

2. Отображение q строится следующим образом: Y$\to$ P ($Ext^1_f(I_{\overline{Z}}$, $O_Q(-1)\Box O_H)^\vee$)$\to$H, т.е. ([E], <s>)$\to$($l_1 \cup l_2$, <ξ>)$\to$ $l_1 \cup l_2$=Z$\in$H.

Замечание 1: т. к. база семейства прямых на Q_3 есть P^3 и с учетом того, что пары ($l_1 \cup l_2$) и ($l_2 \cup l_1$) совпадают как схемы на Q_3, паре $l_1 \cup l_2$ соответствует точка из S^2P^3. Но над точками из диагонали diag$\Delta\in$ S^2P^3 возникают особенности, т. к. паре (x_1,x_1)$\to$(l_1,l_1) – пара совпадающих прямых, но как схема эта пара может быть получена по-разному (как предел деформаций различных семейств подсхем, т. е. в одних случаях схема содержит нильпотенты, в других – нет). Раздутие вдоль диагонали diag$\Delta\in S^2P^3$ убирает эти особенности.

3. Пусть $P^3 \cap Q_3 = Q_2$ (Q_2-гладкая квадрика). На Q_2 выбирается серия образующих, и каждой прямой из этой серии соответствует точка из $P^{1'}$. (База семейства прямых на Q_3 есть P^3, и прямым из одной серии образующих соответствуют точки, лежащие на $P^1 \in P^3$).

4. На данной $P^{1'}$ определяется двумерный линейный ряд без неподвижных точек. (Паре (l_1,l_1)$\to$(x_1,x_1)$\in S^2P^1$ и паре (l_1',l_2')$\to$(x_1',x_2')). Т.к. P^1 можно вложить в P^2 как конику, т.е. ImP^1=Q_1, то геометрически: множество секущих, проходящих через точку A$\in P^2 \backslash Q_1$, определяет линейный ряд на $P^{1'}$.

5. Слой над точкой [E]$\in \overline{M(-1,2)}$ есть P^1=P(H^0(E(1))), он отождествляется с линейным рядом на какой – либо $P^{1'}$.

Пусть $s_1 = l_1 \cup l_2 \in Q_3$, где ($l_1$,$l_2$) – пара прямых из одной серии образующих на Q_2 – сечение пучка E. Тогда $s_1 \to$(x_1,x_2)$\in S^2P^1$. Соответственно, <s_1>$\to$(x_1,x_2) и <s_2>$\to$(x_1’,x_2’), остальные сечения получаются как точки линейного ряда из предыдущей конструкции, причем среди нулей сечений $H^0(E(1))$ нет пар, содержащих неподвижную прямую, т. е. линейный ряд не содержит неподвижных точек.

6. $\forall$ Такой линейный ряд обладает парой “слипшихся” точек на P^1, геометрически: через точку $A \in P^2 \setminus Q_1$, определяющую данный линейный ряд, проводятся две касательные к конике Q_1, прообразы этих точек на P^1 и есть “слипшиеся” точки линейного ряда. Обратно, задавая на P^1 пару “слипшихся” точек, можно восстановить весь линейный ряд. (Через образы этих точек на Q_1 проводятся касательные, они пересекутся в точке $A \in P^2 \setminus Q_1$, все остальные секущие, проходящие через A, определяют линейный ряд).

7. В $\overline{S^2 P^3}$ выбирается точка, т.е. пара точек в P^3.

Утверждение 3: данная пара точек задает линейный ряд на P^1, через них проходящей.

Доказательство:

Эта пара объявляется парой “слипшихся” точек, и по ней восстанавливается линейный ряд. (Т.е. слой над какой-либо точкой [E]).

Библиографический список

1. Оттавиани, Ж., Шурек, М. Многообразия модулей стабильных 2 расслоений с малыми классами черна на Q_3. [Текст]. – Франция–Италия, 1992.
2. J. Meseguer, I. Sols, S. A. Stromme Compactification of family of vector bundles on P^3
3. H. Lange. Universue families of extension. Math. institute, Bismark Strasse, 1982.

© А.В. Бородин (ЯГТУ)

Бариоперационный метод исследования нелинейных эволюционных уравнений

Настоящая статья является развитием работ [1, 2]. Но сначала изложим в сжатой форме необходимый минимум бариоперационных понятий из [3, 4, 5].

Пусть $\langle x \rangle = \langle x_0, x_1 \rangle$ — упорядоченная пара чисел $x_0, x_1 \in \mathbf{C}$; $x^0 = \mu^0(\langle x \rangle) = x_0$ и $x^1 = \mu^1(\langle x \rangle) = x_0 x_1$ — её моменты 0-го и 1-го порядка соответственно. Тогда $\langle x \rangle = \langle x^0; x^1 / x^0 \rangle$, причём если $x^0 = 0$, а

$x^1 \neq 0$, то нуль “$x^0 = 0$”, стоящий в знаменателе, называется нестандартным и обозначается символом $\langle 0 \rangle$. В этом случае $\langle x \rangle = \langle \langle 0 \rangle; x^1 / \langle 0 \rangle \rangle = \langle \langle 0 \rangle; x^1 \langle \infty \rangle \rangle$, где $\langle \infty \rangle = \langle 0 \rangle^{-1}$ — нестандартная бесконечность, такая, что $\langle \infty \rangle \langle 0 \rangle = 1$, но $\langle \infty \rangle 0 = 0$. Если же и $x^0 = 0$ и $x^1 = 0$, т.е. $\langle x \rangle = \langle 0; x_1 \rangle$, то элемент $\langle 0; x_1 \rangle$ называется баринулевым и обозначается символом $\langle \widetilde{0} \rangle$. Два элемента $\langle x \rangle = \langle x^0; x^1 / x^0 \rangle$ и $\langle y \rangle = \langle y^0; y^1 / y^0 \rangle$ называются равными, если $\mu^k(\langle x \rangle) = \mu^k(\langle y \rangle)$ $(k = 0,1)$.

Далее, если $\langle x \rangle = \langle x^0; x^1 / x^0 \rangle$, $\langle y \rangle = \langle y^0; y^1 / y^0 \rangle$ и $\lambda \in \mathbf{C}$, то по определению

$$\lambda \langle x \rangle = \langle \lambda x_0 ; x_1 \rangle, , \tag{1}$$

$$\langle x \rangle + \langle y \rangle = \langle x^0 + y^0; (x^1 + y^1)/(x^0 + y^0) \rangle , \tag{2}$$

$$\langle x \rangle \langle y \rangle = \langle x^0 y^0 - x^1 y^1; (x^0 y^1 + x^1 y^0) / (x^0 y^0 - x^1 y^1) \rangle . \tag{3}$$

В работах [3, 4] показано, что операции умножения на скаляр (1), сложения (2) и *эллиптического умножения* (3) удовлетворяют аксиомам коммутативной ассоциативной алгебры; при этом для сложения нулём будет $\langle \widetilde{0} \rangle$, противоположным к элементу $\langle x \rangle = \langle x^0; x^1 / x^0 \rangle$ будет элемент $-\langle x \rangle = \langle -x^0; x^1 / x^0 \rangle$; для умножения (3) единицей будет элемент $\langle e \rangle = \langle 1; 0 \rangle$, обратным к элементу $\langle x \rangle = \langle x^0; x^1 / x^0 \rangle \neq \langle \widetilde{0} \rangle$ будет элемент $\langle x \rangle^{-1} = \langle x_0; -x^1 / x^0 \rangle / \|\langle x \rangle\|^2$, где $\|\langle x \rangle\| = \langle \langle x \rangle, \langle x \rangle \rangle^{1/2}$ – норма эле-мента $\langle x \rangle$, порожденная скалярным произведением $\langle \langle x \rangle, \langle y \rangle \rangle = x^0 (y^0)^* + x^1 (y^1)^*$. В работе [4] эта алгебра названа *эллиптической бариалгеброй* (ЭБА) 1-*го порядка* и обозначена символом $\langle \mathbf{C} \rangle_e^1$, элементы $\langle x \rangle \in \langle \mathbf{C} \rangle_e^1$ этой алгебры названы *бариэлементами* (БЭ) *1-го порядка*. Там же заложены основы анализа на ЭБА $\langle \mathbf{C} \rangle_e^n$ любого порядка n. Естественный бариортонормированный базис в $\langle \mathbf{C} \rangle_e^1$ образуют бариорты $\langle e \rangle_0 = \langle 1;0 \rangle$ и $\langle e \rangle_1 = \langle \langle 0 \rangle ; \langle \infty \rangle \rangle$, при этом $\forall \langle x \rangle = \langle x^0 ; x^1 / x^0 \rangle \in \langle \mathbf{C} \rangle_e^1$ имеет место разложение

$$\langle x \rangle = x^0 \langle e \rangle_0 + x^1 \langle e \rangle_1 .$$

Барилинейной структуре на $\langle \mathbf{C} \rangle_e^1$, индуцированной бариумножением на скаляр (1) и барисложением (2), отвечает барилинейный оператор (БЛО) $\langle A \rangle$ на $\langle \mathbf{C} \rangle_e^1$, который определяется по формуле

$$\langle A \rangle \big(\langle x \rangle \big) = \big\langle \langle a \rangle_0 ; \langle a \rangle_1 \big\rangle \big(\langle x \rangle \big) = x^0 \langle a \rangle_0 + x^1 \langle a \rangle_1 , \qquad (4)$$

где $\langle a \rangle_k = \langle A \rangle \big|_k = \langle A \rangle \big(\langle e \rangle_k \big) = \langle a_{k0} ; a_{k1} \rangle = \langle a_k^0 ; a_k^1 / a_k^0 \rangle \in \langle \mathbf{C} \rangle_e^1$ $(k = 0, 1)$ — барикомпоненты БЛО $\langle A \rangle$. В частности, $\langle I \rangle = \langle \langle e \rangle_0 ; \langle e \rangle_1 \rangle$ — единичный БЛО. Величина $\big| \langle A \rangle \big| = a_0^0 a_1^1 - a_0^1 a_1^0$ называется определителем, а $\big\| \langle A \rangle \big\| = \left(\big\| \langle a \rangle_1 \big\|^2 + \big\| \langle a \rangle_2 \big\|^2 \right)^{1/2}$ — нормой БЛО (4).

Если $\big| \langle A \rangle \big| \neq 0$, то

$$\langle A \rangle^{-1} = \Big\langle \big\langle a_1^1 ; - a_0^1 / a_1^1 \big\rangle ; \big\langle - a_1^0 ; - a_0^0 / a_1^0 \big\rangle \Big\rangle \Big/ \big| \langle A \rangle \big|$$

— обратный к $\langle A \rangle$ БЛО.

Далее, функция вида

$$\langle u \rangle = \langle u(x,t) \rangle = \langle u_0(x,t) ; u_1(x,t) \rangle = \langle u^0(x,t) ; u^1(x,t) / u^0(x,t) \rangle \qquad (5)$$

где $\langle u \rangle \in \langle \mathbf{C} \rangle_e^1$ — зависимая барипеременная, $x, t \in \mathbf{R}$ – независимые переменные, называется бари-функцией (БФ) вещественных переменных, или, короче, $\langle \mathbf{C} \rangle_e^1$- функцией $\mathbf{R}$-переменных. Частная барипроизводная k-го порядка $\partial_x^k \langle u(x,t) \rangle$ (при $k = 1$ $\partial_x^1 \langle u(x,t) \rangle = \partial_x \langle u(x,t) \rangle$) от БФ (5) по переменной $x \in \mathbf{R}$ определяется так:

$$\partial_x^k \langle u \rangle = \partial_x^k \langle u(x,t) \rangle = \langle \partial_x^k u^0(x,t) ; \partial_x^k u^1(x,t) / \partial_x^k u^0(x,t) \rangle .$$

Соответственно бариинтеграл $\int\langle u(x,t)\rangle dx$ от $\langle u(x,t)\rangle$ по $x\in\mathbf{R}$ так:

$$\int\langle u(x,t)\rangle dt=\left\langle\int u^0(x,t)\,dx\,;\int u^1(x,t)\,dx\Big/\int u^0(x,t)\,dx\right\rangle$$

(по переменной $t\in\mathbf{R}$ всё аналогично). Множество непрерывно дифференцируемых (дважды по $x\in\mathbf{R}$ и один раз по $t\in\mathbf{R}$) в области $D\subseteq\mathbf{R}^2$ БФ (5) обозначается через $\left\langle C^{(2,1)}(D)\right\rangle$. Подробнее обо всех этих понятиях см. [3, 4].

Рассмотрим на $\left\langle C^{(2,1)}(D)\right\rangle$, где $D=\mathbf{R}\times(0,\infty)$, эволюционное барилинейное дифференциальное уравнение (БЛДУ) в частных производных второго порядка вида

$$\partial_{\mathrm{t}}\langle \mathrm{w}\rangle=\langle \mathrm{C}\rangle\left(\partial_{\mathrm{x}}^2\langle \mathrm{w}\rangle\right)+\langle \mathrm{B}\rangle\left(\partial_{\mathrm{x}}\langle \mathrm{w}\rangle\right)+\langle \mathrm{A}\rangle\left(\langle \mathrm{w}\rangle\right), \tag{6}$$

где $\langle w\rangle=\langle w(x,t)\rangle=\langle v(x,t);u(x,t)\rangle$ — неизвестная БФ; $\langle A\rangle=\langle A(x,t)\rangle$, $\langle B\rangle=\langle B(x,t)\rangle$, $\langle C\rangle=\langle C(x,t)\rangle$ — заданные БЛО вида (4). Относительно 1-й $\langle w\rangle\big|_1=v$ и 2-й $\langle w\rangle\big|_2=u$ барикомпонент БФ $\langle w\rangle$ БЛДУ (6) равносильно системе ДУ в частных производных 2-го порядка

$$\partial_t v=c_0^0\,\partial_x^2 v+c_1^0\,\partial_x^2(vu)+b_0^0\partial_x^1 v+b_1^0\partial_x^1(vu)+a_0^0\,v+a_1^0\,vu \tag{7}$$

$$\partial_t u=\left(c_1^1-c_1^0u\right)\partial_x^2u+\left(b_1^1+2c_1^1\frac{\partial_x^1 v}{v}-\left(b_1^0+2c_1^0\frac{\partial_x^1 v}{v}\right)u\right)\partial_x u+\left(a_0^1+b_0^1\frac{\partial_x^1 v}{v}+c_0^1\frac{\partial_x^2 v}{v}\right)+ \tag{8}$$

$$+\left(a_1^1-a_0^0+\left(b_1^1\text{-}b_0^0\right)\frac{\partial_x^1 v}{v}+(c_1^1-c_0^0)\frac{\partial_x^2 v}{v}\right)u-\left(a_1^0+b_1^0\frac{\partial_x^1 v}{v}+c_1^0\frac{\partial_x^2 v}{v}\right)u^2,$$

где $a_k^j=\mu^j\left(\langle A\rangle\big|_k\right)$, $b_k^j=\mu^j\left(\langle B\rangle\big|_k\right)$, $c_k^j=\mu^j\left(\langle C\rangle\big|_k\right)$ $\left(j,k=0,1\right)$.

Для решений этой барисвязанной системы имеет место типичное для бариоперационного исчисления утверждение [3 –6].

Теорема 1. *Если* $v(x,t;\xi)$ *и* $u(x,t;\xi)$ $\left(\xi=1,2,\ldots,m\right)$ — *решения системы ДУ* (7), (8), *то* $\left(\forall\, c(\xi)\in\mathbf{C}\ \left(\xi=1,2,\ldots,m\right)\right)$:

$$v(x,t)=\sum_{\xi=1}^{m} c(\xi)v(x,t;\xi),$$

$$u(x,t)=\sum_{\xi=1}^{m} c(\xi)v(x,t;\xi)u(x,t;\xi)\Big/\sum_{\xi=1}^{m} c(\xi)v(x,t;\xi)$$

— *решения системы ДУ* (7), (8).

Тем самым, множество $\langle V\rangle$ решений $v=v(x,t)$ ДУ (7) в барисвязке $\langle v;u\rangle$ с множеством $\langle U\rangle$ соответствующих решений $u=u(x,t)$ ДУ (8) образует барилинейное пространство $\langle V;U\rangle$ барирешений $\langle v(x,t);u(x,t)\rangle$ БЛДУ (6) [3, 4]. Если решения v и u систем (7), (8) связаны между собой вытекающим из вида ДУ (8) преобразованием Коула-Хопфа [7, 8]:

$$u(x,t)=\partial_x^1 v(x,t)/v(x,t), \tag{9}$$

то система (7), (8) распадается на два формально не связных ДУ. А именно, справедливо следующее утверждение.

Теорема 2. *Для того, чтобы функция* (9)*, где* v *— решение ДУ* (7), (9), *т.е. решение ДУ*

$$\partial_t^1(v)=c_1^0\,\partial_x^3(v)+\left(c_0^0+b_1^0\right)\partial_x^2(v)+\left(b_0^0+a_1^0\right)\partial_x^1(v)+a_0^0\,v \tag{10}$$

была решением ДУ (8), (9), *т.е. решением ДУ*

$$\partial_t u=\left(c_1^1-c_1^0 u\right)\partial_x^2 u+\left(c_0^1+b_1^1+\left(3c_1^1-c_0^0-b_1^0\right)u-3c_1^0\,u^2\right)\partial_x^1 u+$$
$$+a_0^1+\left(b_0^1+a_1^1-a_0^0\right)u+\left(c_0^1+b_1^1-b_0^0-a_1^0\right)u^2+\left(c_1^1-c_0^0-b_1^0\right)u^3-c_1^0\,u^4, \tag{11}$$

необходимо и достаточно, чтобы функция v *была одновременно решением ЛДУ*

$$c_1^0\partial_x^4 v+\left(\partial_x^1 c_1^0+c_0^0-c_1^1+b_1^0\right)\partial_x^3 v+\left(\partial_x^1 c_0^0+\partial_x^1 b_1^0-c_0^1+b_0^0-b_1^1+a_1^0\right)\partial_x^2 v+$$
$$+\ \left(\partial_x^1 b_0^0+\partial_x^1 a_1^0-b_0^1+a_0^0-a_1^1\right)\partial_x^1 v+\left(\partial_x^1 a_0^0-a_0^1\right)v=0\,, \tag{12}$$

или, если параметры БЛДУ (6) *не зависят от x, ЛДУ*

$$c_1^0 \partial_x^4 v + \left(c_0^0 - c_1^1 + b_1^0\right) \partial_x^3 v + \left(- c_0^1 + b_0^0 - b_1^1 + a_1^0\right) \partial_x^2 v +$$
$$+ \left(- b_0^1 + a_0^0 - a_1^1\right) \partial_x^1 v - a_0^1 \, v = 0 \, . \qquad (13)$$

Кроме того, при условии (12) *функция* (9), (10) *является решением ДУ*

$$\partial_t u = \partial_x \left(c_1^0 \partial_x^2 u + \left(c_0^0 + b_1^0 + 3c_1^0 u\right) \partial_x u + c_1^0 u^3 + \left(c_0^0 + b_1^0\right) u^2 + \left(b_0^0 + a_1^0\right) u + a_0^0 \right) \cdot \qquad (14)$$

Отметим, что ДУ (14) является обобщением аналогичного ДУ из работ [5,6], где оно было получено бариоперационным методом из БЛДУ 3-го порядка и где была выявлена тесная связь его решений с нелинейными волнами типа кинков, солитонов, волнистой боры.

Понятно, что (10) — линеаризованное уравнение КдФ-Бюргерса, (11) — квазилинейное (КВЛ) параболическое уравнение, обобщающее известные ДУ Бюргерса-Хаксли, КПП, Фитц-Хью-Нагумо-Семёнова и т.д.; (12) — ЛДУ согласования между (10) и (11).

Сначала рассмотрим случай (13). Пусть

$$v_k = v_k(x,t) \quad (k = 1, 2, 3, 4) \qquad (15)$$

— фундаментальные решения (ФР) , а

$$v(x,t) = \sum_{k=1}^{4} c_k(t) v_k(x,t) \qquad (16)$$

— общее решение (ОР) ЛДУ (13), где $c_k(t) \in C^{(1)}(\mathbf{R})$ $(k = 1, 2, 3, 4)$ — произвольные функции от t, где время t играет роль параметра. Для определения этих функций воспользуемся теоремой 2 и подставим (16) в (10). В результате получим ДУ

$$\partial_t^1 c_k = \Lambda_k(t)\, c_k \quad (k = 1, 2, 3, 4), \qquad (17)$$

где

$$\Lambda_k(t) = \left(- \partial_t^1 v_k + c_1^0 \, \partial_x^3 v_k + \left(c_0^0 + b_1^0\right) \partial_x^2 v_k + \left(b_0^0 + a_1^0\right) \partial_x^1 v_k + a_0^0 \, v_k\right) / \, v_k$$

— функции, зависящие только от t. Чтобы их найти, выпишем характеристическое уравнение для ДУ (13):

$$\alpha \lambda^4 + \beta \, \lambda^3 + \gamma \lambda^2 + \delta \, \lambda + \varepsilon = 0, \qquad (18)$$

где

$$\alpha = c_1^0, \qquad \beta = c_0^0 - c_1^1 + b_1^0, \qquad \gamma = -c_0^1 + b_0^0 - b_1^1 + a_1^0,$$
$$\delta = -b_0^1 + a_0^0 - a_1^1, \quad \varepsilon = -a_0^1 \tag{19}$$

— независимые друг от друга коэффициенты алгебраического уравнения (АУ) (18). Пусть

$$\lambda_k \quad (k = 1, 2, 3, 4) \tag{20}$$

— его простые характеристические корни. Тогда

$$v_k(x,t) = \exp(\lambda_k x) \quad (k = 1, 2, 3, 4) \tag{21}$$

— соответствующие ФР. Подставляя (21) в (17), получим:

$$\Lambda_k = -x\,\partial_t^1 \lambda_k + c_1^0\,\lambda_k{}^3 + \left(c_0^0 + b_1^0\right)\lambda_k{}^2 + \left(b_0^0 + a_1^0\right)\lambda_k + a_0^0 \quad (k = 1, 2, 3, 4). \tag{22}$$

Следовательно, чтобы Λ_k не зависели от x, необходимо и достаточно, чтобы

$$\partial_t^1 \lambda_k = 0 \quad (k = 1, 2, 3, 4). \tag{23}$$

С этого места условие (23) предполагается выполненным.

Далее, подставляя (22), (23) в (17) и решая полученное ДУ, имеем

$$c_k(t) = C_k \exp(\Lambda_k\, t) \quad (k = 1, 2, 3, 4), \tag{24}$$

где

$$\Lambda_k = c_1^0\,\lambda_k{}^3 + \left(c_0^0 + b_1^0\right)\lambda_k{}^2 + \left(b_0^0 + a_1^0\right)\lambda_k + a_0^0 \quad (k = 1, 2, 3, 4), \tag{25}$$

а $C_k \in \mathbf{C}$ $(k = 1, 2, 3, 4)$ — произвольные постоянные. Из (16), (21) и (24) получаем сначала частные решения

$$v(x,t) = \sum_{k=1}^{4} C_k \exp\left(\lambda_k x + \Lambda_k t\right) \tag{26}$$

ЛДУ (10), а затем посредством (9) находим частные решения

$$u(x,t) = \frac{\partial_x^1 v}{v} = \sum_{k=1}^{4} C_k \lambda_k \exp\left(\lambda_k\left(x + \upsilon_k t\right)\right) \Big/ \sum_{k=1}^{4} C_k \exp\left(\lambda_k\left(x + \upsilon_k t\right)\right) \tag{27}$$

$$\upsilon_k = c_1^0 \lambda_k{}^2 + \left(c_0^0 + b_1^0\right)\lambda_k + \left(b_0^0 + a_1^0\right) \quad (k = 1, 2, 3, 4), \tag{28}$$

КВЛДУ (11).

Согласно теореме 1, 4-мерное над $\mathbf{C}$ (и соответственно 8-

мерное над $\mathbf{R}$) линейное множество V_4 решений (26) ЛДУ (10) в барисвязке $\langle v:u\rangle$ с нелинейым множеством U_4 решений (27), (28) КВЛДУ (6) образует 4-мерное над $\mathbf{C}$ барилинейное множество $\langle W_4\rangle = \langle V_4;U_4\rangle$ барирешений БЛДУ (6). Отсюда, если $u_j = \partial_x^1(v_j)/v_j \in U_4 \ (j=1,2)$, то

$$u_1 \dot{+} u_2 \overset{\text{def}}{=} \frac{v_1u_1 + v_2u_2}{v_1+v_2} = \frac{\partial_x^1 v_1 + \partial_x^1 v_2}{v_1+v_2} \in U_4 \ , \qquad (29)$$

и значит, (29) — операция “сложения” в U_4. Другими словами, формула (29) описывает (над $\mathbf{R}$) взаимодействие двух “волн-кинков” вида (27), (28). Понятно, что волны-кинки (27), (28) расположены между двумя своими горизонтальными асимптотами $u_{\bullet} = \min\limits_{1\le k\le 4} \lambda_k$ и $u^{\bullet} = \max\limits_{1\le k\le 4} \lambda_k$. Поэтому если все корни (20) и коэффициенты $C_k \in \mathbf{R}$ $(k=1,2,3,4)$ положительные, то и решения (27), (28) положительные. Кинки (27), (28) как частные случаи включают в себя кинки, описанные в работе [1].

Возникает естественный вопрос: когда “узкое” линейное множество V_4 (в (29)) можно заменить на “широкое” линейное множество V всех решений ЛДУ (10). Согласно условию согласования (13), для этого необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты (19) ЛДУ (13) равнялись нулю. В этом случае ЛДУ (10) и КВЛДУ (11) примут соответственно вид:

$$\partial_t^1 v = c_1^1\,\partial_x^2 v + \left(c_0^1 + b_1^1\right)\partial_x^1 v + \left(b_0^1 + a_1^1\right) v\,, \qquad (30)$$

$$\partial_t u = c_1^1\,\partial_x^2 u + \left(c_0^1 + b_1^1 + 2c_1^1 u\right)\partial_x^1 u \ . \qquad (31)$$

При этом ЛДУ (30), будучи переписанное посредством (7) в равносильной форме

$$i\,\partial_t^1 v = \widetilde{c}_1^{\,1}\,\partial_x^2 v + \widetilde{b}_0^{\,0}\,\partial_x^1 v + (\widetilde{a}_0^{\,0} + \widetilde{a}_1^{\,0}\,u)\,v\,, \qquad (32)$$

где $\widetilde{c}_{\,1}^{\,1} = i\,c_{\,1}^{1}$, $\widetilde{b}_{\,1}^{\,1} = i\,b_1^1$, $\widetilde{a}_{\,0}^{\,0} = i\,a_{\,0}^{0}$, $\widetilde{a}_{\,1}^{\,0} = i\,a_{\,1}^{0}$, является одномерным нестационарным ДУ Шредингера с собственным значением $\lambda = \widetilde{a}_0^{\,0}$ и потенциалом $\widetilde{U} = \widetilde{a}_{\,0}^{\,0}\,u$, где $u = \partial_x^1 v/v$ — решение ДУ Бюргерса (31). Нетрудно показать, что если $u = u(x,t)$ — решение ДУ Бюргерса (31), $x_0 \in \mathbf{R}$ — любое допу-стимое фиксированное значение и

$$s(t) = \exp\left(\int_0^t \left(c_1^1\, \partial_x^1(u) + (b_0^1 + a_1^1) + (c_0^1 + b_1^1)u + c_1^1\, u^2 \right|_{x=x_0} dt \right),$$

то функция

$$v(x,t) = s(t) \exp\left(\int_{x_0}^x u(\xi, t)\, d\xi \right)$$

— решение ДУ (30) (или (32)). Следовательно, для решений ДУ Бюргерса (31) формула сложения (взаимодействия) (29) примет вид

$$u_1 \dot{+} u_2 = \frac{u_1\, s_1(t) \exp\left(\int_{x_0}^x u_1\, dx \right) + u_2\, s_1(t) \exp\left(\int_{x_0}^x u_2\, dx \right)}{s_1(t) \exp\left(\int_{x_0}^x u_1\, dx \right) + s_2(t) \exp\left(\int_{x_0}^x u_2\, dx \right)}\,. \quad (33)$$

Тем самым, множество решений ДУ Бюргерса (31) относительно операции “сложения” (33) образует коммутативную полугруппу без “нуля”. Кроме того, формула (33) позволяет по известным решениям ДУ Бюргерса (31) строить его новые решения.

Теорема 3. *Относительно потенциала*

$$U(x,t;C_1,C_2,C_3,C_4) = a_1^0\, u(x,t;C_1,C_2,C_3,C_4),$$

где $u(x,t;C_1,C_2,C_3,C_4)$ *определено по формуле* (27), *и собственного значения* $\lambda = a_0^0$ *ЛДУ* (7), *переписанного в форме*

$$\partial_t^1 v = c_1^0\, \partial_x^3 v + (c_0^0 + b_1^0)\partial_x^2 v + b_0^0\, \partial_x^1 v + (\lambda + U(x,t;C_1,C_2,C_3,C_4))\, v\,,$$

является изоспектральным, т.е. $\lambda = a_0^0$ *не зависит от постоянных* C_k $(k = 1, 2, 3, 4)$.

Теорема 3. *Для ДУ Шредингера* (32) *собственное значение* $\lambda = \tilde{a}_0^0$ *не зависит от решений ДУ Бюргерса* (31)*, и в этом смысле ДУ Бюргерса* (31) *подобно ДУ КдФ.*

Вернемся к общему КВЛДУ (11). Согласно теореме 2, каждое решение v ЛДУ (10) определяет по формуле (9) решение *u* КВЛДУ (11) тогда и только тогда, когда все коэффициенты ЛДУ (12) равны нулю, т.е. выполняются условия:

$$c_1^0 = 0\,,\ c_0^0 + b_1^0 = c_1^1\,,\ \partial_x^1 c_0^0 + \partial_x^1 b_1^0 + b_0^0 + a_1^0 = c_0^1 + b_1^1\,,$$
$$\partial_x^1\, b_0^0 + \partial_x^1\, a_1^0 + a_0^0 = b_0^1 + a_1^1\,,\ \partial_x^1\, a_0^0 = a_0^1\,. \quad (34)$$

При условиях (34) ЛДУ (10) и КВЛДУ (11) принимают соответственно вид:

$$\partial_t^1 v = c^0 \partial_x^2 v + b^0 \partial_x^1 v + a^0 v\,, \qquad (35)$$

$$\partial_t u = c^0\, \partial_x^2 u + \left(c^1 + 2c^0 u\right) \partial_x^1 u + \partial_x a^0 + (\partial_x b^0) u + (\partial_x c^0) u^2, \quad (36)$$

где $c^0 = c_0^0 + b_1^0$, $b^0 = b_0^0 + a_1^0$, $a^0 = a_0^0$, $c^1 = \partial_x^1 c^0 + b^0$ — произвольные (за исключением последней c^1) дифференцируемые по x функции от $(x,t) \in D$.

Таким образом, имеет место следующее утверждение.

Теорема 4. *Множество решений U КВЛДУ (36), определенное по формуле (9) (посредством всего линейного множества решений V ЛДУ (35)), образует относительно операции “сложения” (33) коммутативную полугруппу без нуля.*

Это утверждение существенно расширяет и уточняет заключительные результаты работы [1]. Подробный же анализ характеристического уравнения 4-й степени (18) и соответствующих ему частных решений (27) общего нелинейного эволюционного ДУ (11) (*барионерационным методом*) будет дан во второй части работы.

Библиографический список

1. Бородин, А.В. Бариоперационное исчисление и нелинейные уравнения для химических реакций в газе [Текст] // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2004. – Т. 47. – Вып.6. – С. 95- 98.
2. Бородин, А.В. Бариоперационное исчисление и нелинейные эволюционные уравнения [Текст] // Сб. тр. МНК ММТТ-19: в 10 т. – Т.1. – Воронеж: ВГТА, 2006. – С. 21 –25.
3. Бородин, А.В. Одномерный барилинейный анализ и изоспектральные уравнения Шредингера [Текст]. – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 1997. – 177 с.
4. Бородин, А.В. Многомерный барианализ и его приложения [Текст]. – Ч.I. – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2005. – 432 с.
5. Бородин, А.В. Нелинейные уединенные волны — барисоны [Текст] // Материалы конф. “Чтения Ушинского” ФМФ. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2003. – С. 22 –27.
6. Бородин, А.В. Спектральные бариалгебры и их приложения I (II) [Текст] // Вестник ЯГТУ. Вып.4(5). – Ярославль. – 2004 (2005). – С.192 – 206 (93 – 114).

© В.Ш. Ройтенберг (ЯГТУ)

О гладкой линеаризации действия группы $\mathbf{R}^m \times \mathbf{Z}^l$ в окрестности неподвижной точки

На n-мерном гладком многообразии M рассмотрим действие группы Ли G - такое C^∞-отображение $M \times G \ni (x,t) \mapsto \varphi_t(x) \in M$, что для любого $t \in G$ $\varphi_t : M \to M$ является диффеоморфизмом, $\varphi_0 = id$, $\forall t_1, t_2 \in G$ $\varphi_{t_1+t_2} = \varphi_{t_1} \circ \varphi_{t_2}$. Пусть x^0- неподвижная точка действия: $\forall t \in G$ $\varphi_t(x^0) = x^0$. Тогда на касательном пространстве TM_{x^0} определено линейное действие группы G: $L_t := d\varphi_t(x^0) : TM_{x^0} \to TM_{x^0}$.

Допустим, что A - линейный оператор в n-мерном линейном пространстве и $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ - набор его собственных чисел. Этот набор называется *нерезонансным*, если $\lambda_i \neq \lambda_1^{k_1} \lambda_2^{k_2} ... \lambda_n^{k_n}$ для любого собственного числа λ_i и любых неотрицательных целых чисел $k_1, k_2, ..., k_n$, удовлетворяющих условию $k_1 + k_2 + ... + k_n \geq 2$.

Для действий групп $\mathbf{Z}$ и $\mathbf{R}$ С. Стернберг [1] доказал, что если набор собственных чисел оператора L_1 нерезонансный, то в окрестности неподвижной точки существуют локальные координаты, в которых действие сводится к линейному. Покажем то же для действия группы $G = \mathbf{R}^m \times \mathbf{Z}^l$ $(m \geq 0, l \geq 0)$ при дополнительных ограничениях.

Теорема. *Предположим, что существует такое* $s \in G$, *что все собственные числа линейного оператора* L_s *по модулю меньше единицы (или все больше) и образуют нерезонансный набор. Тогда найдется такой* C^∞*-диффеоморфизм* h *окрестности* U *точки* x^0 *в* M *на окрестность* V *точки 0 в* TM_{x^0}, *что* $h\varphi_t(x) = L_t h(x)$ *при всех* $x \in U$ *и тех* $t \in G$, *для которых* $\varphi_t(x) \in U$.

Доказательство. Без ограничения общности можно считать, что все собственные числа линейного оператора L_s по модулю меньше единицы. Выберем такие числа $0 < \lambda_* < \lambda^* < 1$, что для любого собственного числа λ_i имеет место неравенство $\lambda_* < |\lambda_i| < \lambda^*$. Тогда в TM_{x^0} можно выбрать норму $\|\cdot\|$ так, что

$$\forall \xi \in TM_{x^0} \ \lambda_* \|\xi\| \le \|L_s \xi\| \le \lambda^* \|\xi\|. \qquad (1)$$

По теореме Стернберга существует такой C^∞-диффеоморфизм h окрестности U' точки x^0 в M на окрестность V' точки 0 в TM_{x^0}, что $dh(x^0) = id$ и при всех $\xi \in V'$ $h \circ \varphi_s \circ h^{-1}(\xi) = L_s \xi$. Тогда $\forall t \in G$ $h \circ \varphi_t \circ h^{-1}(\xi) = L_t \xi + g(\xi)$, где $g(\xi)$ определено в некоторой окрестности точки $\xi = 0$, $g(0) = g'(0) = 0$. Из условия $\varphi_t \circ \varphi_s = \varphi_s \circ \varphi_t$ следует, что $L_t \circ L_s = L_s \circ L_t$ и потому при достаточно малых $\|\xi\|$

$$L_s g(\xi) = g(L_s \xi). \qquad (2)$$

Учитывая (1), получаем отсюда

$$L_s^{\,r} g(\xi) = g(L_s^{\,r} \xi) \quad \text{при всех натуральных } r \ge 2. \qquad (3)$$

Выберем такое натуральное число N, что

$$(\lambda^*)^N < \lambda_*. \qquad (4)$$

Рассмотрим линейный оператор $g_k \mapsto L_s \circ g_k - g_k \circ L_s$ на пространстве однородных вектор-многочленов порядка $2 \le k \le N$ [2]. Он имеет ненулевые собственные числа

$$\lambda_i - \lambda_1^{k_1} \lambda_2^{k_2} \ldots \lambda_n^{k_n}, \ k_1 + k_2 + \ldots + k_n = k$$

Поэтому в (2) функция $g(\xi)$ имеет в точке $\xi = 0$ нулевую струю N-го порядка, и, следовательно, найдется такая постоянная $C > 0$, что при достаточно малых $\|\xi\|$

$$\|g(\xi)\| \le C \|\xi\|^{N+1}. \qquad (5)$$

Допустим, что при некотором ξ_0 $g(\xi_0) \neq 0$. Из (1) получаем

$$\left\| L_s^r g(\xi_0) \right\| \geq \lambda_*^r \left\| g(\xi_0) \right\| > 0. \qquad (6)$$

Из (1) и (5) вытекает, что $\left\| g(L_s^r \xi_0) \right\| \leq C(\lambda^*)^{(N+1)r} \left\| \xi_0 \right\|^{N+1}$. Отсюда, используя (4) и считая $\left\| \xi_0 \right\| < 1$, имеем

$$\left\| g(L_s^r \xi_0) \right\| \leq C \lambda_*^{r(N+1)/N}. \qquad (7)$$

Но оценки (6) и (7) при достаточно больших r противоречат равенству (2). Тем самым, при достаточно малых $\left\| \xi \right\|$ $g(\xi) = 0$, а $h \circ \varphi_t \circ h^{-1}(\xi) = L_t \xi$, что и требовалось установить.

Библиографический список

1. Sternberg S. On the structure of local homeomorphisms of Euclidean *n*-space// Amer. J. Math. 1958. V. 80, № 3. – P. 623 – 631.
2. Арнольдь, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] // – М.: Наука, 1978.

© Ю.В.Бондаренко (Коми ГПИ)

О множестве крайних лучей конусов в пространствах последовательностей

В настоящей статье рассматриваются конусы функций, удовлетворяющих некоторым условиям монотонности. Здесь же выписываются крайние функции конусов с различными условиями монотонности и предлагаются представления произвольной функции из конуса через крайние функции этого конуса. Предлагаются различные теоремы вложения для конусов и даются необходимые и достаточные условия для того, чтобы конус с двумя условиями монотонности совпадал с конусом с одним условием монотонности.

Поскольку пересечение конусов всегда является конусом, то встает вопрос об описании конуса $K(\psi_1, \downarrow) \cap K(\psi_2, \downarrow)$. В частности, будет ли множество $K(\psi, \downarrow)$ замкнутым относительно операции пересечения и, если это справедливо, как по последовательностям ψ_1, ψ_2, по которым построены конусы $K(\psi_1,\downarrow)$, $K(\psi_2,\downarrow)$, найти порождающую последовательность их пересечения.

Теорема 1. *Зафиксируем положительные последовательности* $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$, $\{\psi_{2,i}\}_1^\infty$. *Существует положительная последовательность* $\{\psi_i\}_1^\infty$ *такая, что конус* $K(\psi_1\downarrow)\cap K(\psi_2\downarrow)$ *совпадает с конусом* $K(\psi\downarrow)$.

Доказательство. Без ограничения общности можно считать, что $\psi_{1,1}=\psi_{2,1}=1$.

Если последовательность $\{x_i\}_1^\infty$ принадлежит конусу $K(\psi_1,\downarrow)\cap K(\psi_2,\downarrow)$, то для всех i выполняются соотношения

$$\begin{cases}\psi_{1,i+1}x_{i+1}\le\psi_{1,i}x_i,\\ \\ \psi_{2,i+1}x_{i+1}\le\psi_{2,i}x_i,\end{cases}$$

или

$$x_{i+1}\le\min\{\frac{\psi_{1,i}}{\psi_{1,i+1}},\frac{\psi_{2,i}}{\psi_{2,i+1}}\}x_i.$$

Определим теперь последовательность ψ_i с помощью равенств:

$$\begin{cases}\psi_1=1,\\ \\ \psi_{i+1}=\dfrac{\psi_i}{\min\{\frac{\psi_{1,i}}{\psi_{1,i+1}},\frac{\psi_{2,i}}{\psi_{2,i+1}}\}}, \quad \text{если } i=2,3,\ldots\end{cases}$$

Тогда прямо из определения следует, что неравенство

$$\psi_{i+1}x_{i+1}\le\psi_i x_i$$

эквивалентно следующему

$$x_{i+1}\le\frac{\psi_i}{\psi_{i+1}}x_i,$$

или

$$x_{i+1} \le \min\{\frac{\psi_{1,i}}{\psi_{1,i+1}}, \frac{\psi_{2,i}}{\psi_{2,i+1}}\} x_i.$$

Таким образом, условия принадлежности последовательности $\{x_i\}_1^\infty$ конусу $K(\psi_1 \downarrow) \cap K(\psi_2 \downarrow)$ и конусу $K(\psi, \downarrow)$ тождественны.

Теорема доказана.

Перейдем теперь к конусам, последовательности из которых удовлетворяют сразу двум условиям монотонности.

Определение 1. *Пусть заданы две положительных последовательности* $\{\psi_{0,i}\}_1^\infty$, $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$. *Символом* $K(\psi_0 \uparrow, \psi_1 \downarrow)$ *будем обозначать множество неотрицательных последовательностей* $\{x_i\}_1^\infty$, *для каждой из которых выполнены условия:*

$$x_{i+1} \cdot \psi_{0,i+1} \le x_i \cdot \psi_{0,i}, x_{i+1} \cdot \psi_{1,i+1} \ge x_i \cdot \psi_{1,i})(i \in N).$$

Если зафиксировать две положительные последовательности $\{\psi_{0,i}\}_1^\infty$, $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$, то легко видеть, что конус $K(\psi_0 \uparrow, \psi_1 \downarrow)$ содержит ненулевые элементы тогда и только тогда, когда выполнено одно из двух эквивалентных условий

$$\frac{\psi_{0,i+1}}{\psi_{1,i+1}} \le \frac{\psi_{0,i}}{\psi_{1,i}}; \frac{\psi_{1,i+1}}{\psi_{0,i+1}} \ge \frac{\psi_{1,i}}{\psi_{0,i}}, (i \in N). \qquad (*)$$

Опишем крайние лучи конуса $K(\psi_0 \uparrow, \psi_1 \downarrow)$.

Теорема 2. *Пусть фиксированы последовательности* $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$, $\{\psi_{2,i}\}_1^\infty$, *по которым построены конусы* $K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$. *Пусть последовательности* $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$, $\{\psi_{2,i}\}_1^\infty$ *удовлетворяют условию (*), т.е. конус* $K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$ *нетривиален.*

Для того, чтобы последовательность $\{\varphi_i\}_1^\infty \in K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$ *была крайней, необходимо и достаточно, чтобы эта последовательность имела вид*

$$\{\varphi_i\} = a(\frac{\chi_0}{\psi_{1,i}} + a_1 \frac{\chi_1}{\psi_{2,i}} + a_2 \frac{\chi_2}{\psi_{1,i}} + \ldots), \qquad (1)$$

или

$$\{\varphi_i\} = a(\frac{\chi_0}{\psi_{2,i}} + a_1 \frac{\chi_1}{\psi_{1,i}} + a_2 \frac{\chi_2}{\psi_{2,i}} + ...) \qquad (2)$$

Поясним формулы (1)-(2). Числовая последовательность $1 = j_0 < j_1 < j_2 < ...$ *стремится к бесконечности, если она бесконечна, либо последний член ее равен бесконечности, если последовательность конечна. Функция* χ_i *есть характеристическая функция множества* $\overline{j_i, j_{i+1} - 1}$. *Этот выбор осуществляется так, чтобы при всех* $t \in [0, \infty)$ *выполнялось равенство* $\sum_{i=0}^{\infty} \chi(s_i, s_{i+1}) \equiv 1$. *Числовая последовательность* $\{a_i\}$ *определяется соотношениями*

$$a_{2k} = a_{2k-1} \frac{\psi_0(s_{2k})}{\psi_1(s_{2k})}, a_{2k+1} = a_{2k} \frac{\psi_1(s_{2k+1})}{\psi_0(s_{2k+1})} \qquad (3)$$

для последовательности $\{\varphi_i\}_1^{\infty}$, *определяемой формулой (1), и соотношениями*

$$a_{2k} = a_{2k-1} \frac{\psi_1(s_{2k})}{\psi_0(s_{2k})}, a_{2k+1} = a_{2k} \frac{\psi_0(s_{2k+1})}{\psi_1(s_{2k+1})} \qquad (4)$$

для последовательности $\{\varphi_i\}_1^{\infty}$, *определяемой формулой (2).*

Доказательство. Докажем достаточность, причем мы разберем только случай последовательности $\{\varphi_i\}_1^{\infty}$, определенной равенством (1), и для определенности мы будем считать, что последовательность j_i стремится к бесконечности.

Итак, пусть при всех $i \in N$ выполнено равенство

$$\{\varphi_i\}_1^{\infty} = \{\frac{x_{0,i} + x_{1,i}}{2}, \qquad (5)$$

где последовательности $\{x_{0,i}\}_1^{\infty}$, $\{x_{0,i}\}_1^{\infty}$ лежат в конусе $K(\{\psi_{1,i}\}_1^{\infty} \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^{\infty} \uparrow)$.

Умножим равенство (5) на последовательность $\{\psi_{1,i}\}_1^{\infty}$. Тогда на всех множествах $\overline{j_i, j_{i+1} - 1}$ $(i = 0, 2, 4, ...)$ последовательности $\{x_{0,i}\}_1^{\infty}$ и $\{x_{1,i}\}_1^{\infty}$ будут постоянны. Аналогично, умножая равенство (5) на последовательность $\{\psi_{1,i}\}_1^\infty$, получим, что на всех множествах $\overline{j_{i+1}, j_{i+2}-1}$ $(i=0,2,4,...)$ последовательности $\{x_{0,i}\}_1^\infty$ и $\{x_{1,i}\}_1^\infty$ будут постоянны.

Таким образом, справедливы представления

$$\{x_{0,i}\} = b_0\left(\frac{\chi_0}{\psi_{1,i}} + b_1\frac{\chi_1}{\psi_{2,i}} + b_2\frac{\chi_2}{\psi_{1,i}} + ...\right), \tag{6}$$

$$\{x_{1,i}\} = d_0\left(\frac{\chi_0}{\psi_{1,i}} + d_1\frac{\chi_1}{\psi_{2,i}} + d_2\frac{\chi_2}{\psi_{1,i}} + ...\right). \tag{7}$$

Выясним теперь условия, когда последовательности, определяемые с помощью равенств (6)-(7), принадлежат конусу $K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$. Для определенности рассмотрим последовательность $\{x_{0,i}\}_{1,\infty}$. Пусть выполнены условия $i = j_{2k}-1$. Тогда соотношения

$$x_{0,i+1}\psi_{1,i+1} \le x_{0,i}\psi_{1,i}, x_{0,i+1}\psi_{2,i+1} \le x_{0,i}\psi_{2,i}$$

будут иметь вид

$$b_{2k} \le b_{2k-1}\frac{\psi_{1,i+1}}{\psi_{1,i}}, b_{2k}\frac{\psi_{2,i+1}}{\psi_{2,i}} \ge b_{2k-1}.$$

Пусть теперь выполнены условия $i = j_{2k-1}-1$. Тогда соотношения

$$x_{0,i+1}\psi_{1,i+1} \le x_{0,i}\psi_{1,i}, x_{0,i+1}\psi_{2,i+1} \le x_{0,i}\psi_{2,i}$$

будут иметь вид

$$b_{2k} \le b_{2k-1}\frac{\psi_{1,i+1}}{\psi_{1,i}}, b_{2k}\frac{\psi_{2,i+1}}{\psi_{2,i}} \ge b_{2k-1}.$$

Последовательности $\{a_i\}$ и $\{b_i\}$ пропорциональны.

Равно так же доказывается, что последовательности $\{a_i\}$ и $\{d_i\}$ также пропорциональны.

Поэтому последовательности $\{x_{0,i}\}_{1,\infty}$, $\{x_{1,i}\}_{1,\infty}$ и $\{\varphi_i\}_{1,\infty}$ пропорциональны.

Таким образом, достаточность доказана.

Докажем необходимость.

Предположим противное. Пусть последовательность $\{x_i\}_{1,\infty}$ порождает крайний луч в конусе $K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$, но ее вид отличен от (2). Это означает, что найдется номер $i \in N$, для которого выполняются соотношения

$$\begin{cases} x_{i+2}\psi_{1,i+2} > x_{i+1}\psi_{1,i+1} > x_i\psi_{1,i}, \\ \\ x_{i+2}\psi_{2,i+2} < x_{i+1}\psi_{2,i+1} < x_i\psi_{2,i}. \end{cases} \tag{8}$$

Из соотношений (8) следует, что найдется $\delta > 0$ такое, что выполняются неравенства

$$\begin{cases} x_{i+2}\psi_{1,i+2} > (x_{i+1} + \delta))\psi_{1,i+1} > x_i\psi_{1,i}, \\ \\ x_{i+2}\psi_{2,i+2} < (x_{i+1} + \delta)\psi_{2,i+1} < x_i\psi_{2,i}, \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} x_{i+2}\psi_{1,i+2} > (x_{i+1} - \delta))\psi_{1,i+1} > x_i\psi_{1,i}, \\ \\ x_{i+2}\psi_{2,i+2} < (x_{i+1} - \delta)\psi_{2,i+1} < x_i\psi_{2,i}. \end{cases} \tag{10}$$

$$\varphi_i = \frac{1}{\psi_i}\begin{cases} m_1, & \text{если } 1 \le i < i_0, \\ m_2, & \text{если } i \ge i_0, \end{cases}$$

с $m_1 > m_2$.

Определим две последовательности равенствами

$$x_{0,j} = \begin{cases} x_j, & \text{если } j \ne i, \\ x_j + \delta, & \text{если } j = i. \end{cases}$$

$$x_{1,j} = \begin{cases} x_j, & \text{если } j \ne i, \\ x_j - \delta, & \text{если } j = i. \end{cases}$$

Из соотношений (9)-(10) следует, что каждая из последовательностей $\{x_{0,i}\}_{1,\infty}$, $\{x_{1,i}\}_{1,\infty}$ лежит в конусе $K(\{\psi_{1,i}\}_1^\infty \downarrow, \{\psi_{2,i}\}_1^\infty \uparrow)$.

Прямо из определения следует, что для любого $i \in N$ выполняются соотношения $x_i = \frac{1}{2}(x_{0,i} + x_{1,i})$. С другой стороны, никакие две из последовательностей $\{x_i\}_{1,\infty}$, $\{x_{0,i}\}_{1,\infty}$, $\{x_{1,i}\}_{1,\infty}$ не являются пропорциональными. Мы пришли к противоречию. Значит, посылка была ложной.

Необходимость доказана.

Теорема полностью доказана.

Библиографический список

1. Бережной, Е.И. Точные оценки операторов на конусах в идеальных пространствах [Текст] // Труды МИАН им. В.А.Стеклова. – 1993. – Т.204. – С.3–36.
2. Красносельский, М.А. Положительные решения операторных уравнений [Текст]. – М.: Физматлит, 1962.
3. Рокафеллар, Р. Выпуклый анализ [Текст]. – М.: Мир, 1973.

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

©В.А.Кузнецова (ЯрГУ)

Подготовка учителя математики в свете Болонского процесса

В 2003 году Россия официально вошла в число стран, присоединившихся к Болонскому движению, целью которого является создание к 2010 году единого Европейского образовательного пространства. Одной из необходимых задач, которые провозглашены Болонской декларацией, определяющей задачи движения, является переход системы высшего образования на двухступенчатую - «бакалавриат, магистратура». В этой связи среди педагогической общественности широко распространилось мнение, что многоуровневое образование вызвано именно Болонским процессом. В действительности в России бакалавриат и магистратура появились уже в начале 90-х годов прошлого века. Однако ситуация со структурой системы высшего образования тех лет принципиально отличалась от сегодняшней. Появление многоуровневого образования наряду с действующей моноуровневой системой означало расширение спектра образовательных траекторий для обучающихся. Переход на многоуровневую подготовку решался вузами самостоятельно, без какого-либо давления со стороны руководящих органов. Для многих классических университетов он оказался вполне естественным, поскольку они всегда обеспечивали, с одной стороны, достаточно широкое, а с другой – фундаментальное и глубокое образование, не предполагающее подготовку под «конкретное рабочее место». Бакалавриат, по первоначальному замыслу его разработчиков, должен был обеспечивать подготовку широко образованного исполнителя, получившего некоторую профессиональную ориентацию, способного, при необходимости, продолжить обучение как для получения академической степени магистра, так и для получения конкретного профессионального образования, завершающегося присвоением квалификации. К сожалению, бакалавриат, реализованный в некоторых профильных вузах, приобрел характер профессиональной программы, что усложнило ситуацию и создало иллюзию возможности повсеместной двухступенчатой системы образования. Появились проекты разработки моделей бакалавра по специальности и магистра по специальности, стандартов подготовки бакалавров и магистров – специалистов по экономическим, гуманитарным и педагогическим специальностям. В стране стал как бы естественным отказ от моноуровневых программ подготовки по специальностям и переход всех вузов (за весьма редким исключением) на двухступенчатую систему. К тому же, что чрезвычайно важно, этот шаг оказался удачно вписывающимся в решение задач Болонской декларации. Еще в декабре 2004 года в материалах коллегии Минобрнауки РФ указывалось, что подготовка бакалавров и магистров предусмотрена во всех образовательных областях высшего профессионального образования, за исключением медицины, сервиса и информационной безопасности.

Утвержденные на заседании Коллегии Минобрнауки РФ 31 января 2007 года макеты Госстандартов ВПО 3-го поколения предусматривают три программы: подготовку бакалавра, магистра, специалиста. Но присутствие термина «специалист» в подавляющем большинстве случаев не означает наличие такой подготовки в данной отрасли. Достаточно вспомнить уже имеющийся проект «Перечня направлений высшего профессионального образования Российской Федерации для ГОС третьего поколения» (Москва, 2006), в котором вместо 500 ныне существующих специальностей содержится всего 18, и нет ни одной специальности отрасли «Образование» и отрасли «Физико-математические науки». Это означает, что всех учителей математики, физики, информатики должны готовить в педагогическом вузе в рамках направления «Физико-математическое образование». К тому же, если по-прежнему бакалавриат будет четырехлетним, а набор в магистратуру будет составлять 20, в крайнем случае, 30 процентов, то непонятно, каких учителей мы будем готовить и для каких школ: основной, старшей, профильной. Если учесть, что даже при пятилетнем образовании мы зачастую не получаем качественного специалиста, то что можно говорить о будущем учителе столь широкого профиля? Попутно заметим, что задачи уровня «С» в тестах ЕГЭ, предназначенные для учеников, даже у нынешних учителей часто вызывают затруднения.

Оставив в стороне рассмотрение традиционного вопроса: «Кто виноват?», остановимся на вопросе: «Что делать?». Во-первых, надо пытаться хотя бы для социально-значимых направлений образовательной отрасли сохранить подготовку по специальности. Дело в том, что в проекте вышеупомянутого Перечня направлений указаны в качестве основных следующие принципы, на основании которых формировалась подготовка по специальности:

– учет уникальных требований к подготовке специалиста в определенных видах деятельности;

– учет индивидуальных особенностей реализации отдельных образовательных программ в части практической подготовки;

– учет реализации двухуровневой системы подготовки специалистов с 1993 по 2006 год.

Применительно к учительской профессии эти принципы выполняются в полной мере. Действительно, подготовка учителя многогранна и по-своему уникальна: он, помимо своей предметной области и помимо дисциплин социально – экономического блока, должен овладеть психологией, педагогикой и рядом смежных с ними дисциплин в такой степени, чтобы сделать их инструментом своего воздействия на ученика. Более того, и свою специальность – математику он тоже должен воспринимать не столько как объект исследования, сколько как инструмент для воспитания определенной культуры.

Относительно второго принципа следует заметить, что, с одной стороны, учитель, как и врач, готовится под конкретное «рабочее место», то есть с первого курса можно осуществлять целенаправленную профессиональную ориентацию, а с другой, педагогическая деятельность обеспечивает широкий спектр индивидуальных особенностей реализации подготовки. Здесь и специфика преподавания математики в общеобразовательных классах, в профильных – с углубленным изучением математики, в гуманитарных классах, в основной и старшей школе, в сельских малокомплектных школах и т.д.. Для учителя математики важно и то, что он преподает два предмета, требующие, вообще говоря, развития разных полушарий головного мозга. Изучение алгебры и анализа в большей степени опирается на логико-алгоритмическое мышление, а геометрия, особенно стереометрия, требует развитого образного мышления, геометрического воображения. Учитель должен быть подготовлен к учету этих особенностей. Что касается третьего принципа, то здесь очевидно, что подавляющее большинство вузов, осуществляющих подготовку учителей математики, работают по программам подготовки специалиста, поэтому говорить о значительном опыте реализации двухуровневой системы едва ли целесообразно. Напротив, надо вспомнить, что в ходе многочисленных дискуссий о структуре высшего образования при несомненной поддержке развития двухуровневого высшего образования доминирует позиция о необходимости сохранения и традиционной моноуровневой подготовки специалистов. Такая точка зрения соответствует одному из принципов государственной политики в сфере образования, согласно которому интеграция в мировую систему высшего образования должна осуществляться при сохранении и развитии достижений и традиций российской высшей школы.

Во-вторых, если подготовка учителя будет осуществляться в рамках бакалавриата и магистратуры, то либо магистратура должна реализовываться для подавляющего большинства студентов (хотя бы для части, на основе контрактной системы с последующей отработкой в школе), либо бакалавриат надо сделать пятилетним (но это противоречит утвержденному макету ГОС ВПО).

Если не пройдет ни одно из указанных предложений, то потребуется кардинально менять как содержание, так и методику обучения. Вынуждены будем уменьшить глубину проработки и объем отдельных курсов, например, отказаться от теорем существования, от многих вопросов, связанных с методами оптимизации, с математическим программированием и т.д. Еще больше сократятся геометрические вопросы. Международная рабочая группа по математике, рассматривая программы подготовки математиков с учетом положения о сохранении национальных интересов стран – участниц Болонского процесса, предложила считать необходимыми курсами два: математический анализ и линейную алгебру. Все остальное содержание определяется каждой страной в соответствии с ее потребностями, культурными и историческими традициями. Об этом было доложено на Международном семинаре «Настройка образовательных структур в российских вузах. Методология выработки общего понимания содержания образовательных программ (учебных планов) и результатов обучения», проводимом в рамках программы TUNING в Москве в октябре 2006 года. Это значит, что Болонский процесс вряд ли влияет на содержание наших образовательно-профессиональных программ. Следовательно, конкретное содержание ГОС ВПО 3-го поколения – это будет результат собственного отечественного творчества. В настоящее время представляется целесообразным принять ориентацию на межпредметное обучение, на создание новых интегрированных курсов. Наверное, настало время уменьшить перекос математической программы в сторону математического анализа и связанных с ним дисциплин. Сейчас в науке (и в практике) все большее значение приобретает дискретная математика, однако в наших программах это пока не находит должного отражения.

В то же время при подготовке учителя надо большее внимание уделить связи всех математических дисциплин со школьными математическими предметами, возможно, требуется усилить практическую подготовку по решению задач, особенно - задач по геометрии.

Приведенные размышления относились к подготовке учителя математики в предположении, что учитель физики и учитель математики будут готовиться по разным программам. Однако автору непонятно, как это можно сделать, если все они будут учиться в рамках единого направления и получать унифицированную степень «Бакалавр физико–математических наук». Подготовка в бакалавриате одновременно учителя физики, математики и информатики представляется труднореализуемой, если не сказать – невыполнимой. Даже для основной школы едва ли подойдет такой выпускник. Следовательно, на каком-то этапе потребуется развести программы. Если разведение программ сделать после общей базовой двухлетней подготовки, то в бакалавриате будет недостаточно оставшихся двух лет для соответствующей предметной подготовки. Если же на первый курс принимать на разные программы, то какова нормативно-юридическая роль такого разведения и существования различных программ для получения одной и той же степени? Если это различие будет обозначено в Госстандартах, то никакого сокращения документов, о котором пишут составители проектов Перечня направлений как об одной из целей обновления классификатора, не произойдет. Зачем тогда создавать видимость укрупнения направлений подготовки?

Говоря о широкой подготовке учителя в рамках двухуровневого образования, нельзя не обратить внимания на следующий факт. Усиливая в бакалавриате профессионально –педагогическую подготовку, создадим дополнительные трудности для дальнейшего обучения в математической аспирантуре или (для многих обучающихся) сделаем ее в принципе невозможной. Оппоненты могут возразить, заявив, что в магистратуре можно наверстать упущенное в бакалавриате, однако общеизвестно, что обучение должно быть системным и приобретение опыта научных математических исследований как можно более ранним.

Теперь остановимся на вопросе подготовки преподавателя математики в классических университетах. С одной стороны, здесь сохраняется направление «Математика» и, значит, понятно, о преподавателе какого предмета может идти речь. Но, с другой стороны, вспомним, что подготовка преподавателя осуществляется в рамках дополнительного профессионального образования, причем на основании действующих нормативных документов имеем следующую ситуацию: на базе бакалавриата в отдельных университетах, выбранных в качестве экспериментальных площадок, реализуется подготовка преподавателя основной школы, на базе подготовки по специальности – программа «Преподаватель» (для средней школы), в магистратуре и аспирантуре – программа «Преподаватель высшей школы». Если не станет специальностей, то на каком образовательном этапе будут готовиться преподаватели для средней школы? Необходимо не только срочное появление соответствующей нормативной базы, но и кардинальное изменение «Государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки для получения дополнительной квалификации «Преподаватель»». Этот документ является аналогом Госстандарта для системы дополнительного профессионального образования. Попутно заметим, что подобные проблемы возникнут практически со всеми программами для получения дополнительных (не только педагогических) квалификаций.

Общий вывод, который можно сделать, состоит в следующем:

- ссылки на необходимость изменения отечественного высшего образования в связи с Болонским процессом далеко не всегда обоснованы;

- тотальное, недостаточно взвешенное преобразование системы высшего образования в двухуровневую с ликвидацией подавляющего большинства программ подготовки специалиста может привести к разрушению российской образовательной системы;

- может резко пострадать педагогическое образование, в конечном итоге определяющее уровень образованности общества и интеллектуальный потенциал страны.

© Р.З.Гушель (ЯГПУ)

К пятидесятилетию сборника «Математическое просвещение»

В этом году исполняется 50 лет со дня выхода в свет первого выпуска сборника «Математическое просвещение», очень скоро ставшего известным как среди методистов, так и среди математиков. В связи с юбилейной датой хочется сделать небольшой обзор публикаций этого издания.

Начать надо, однако, не с 1957, а с 1934 года, когда в нашей стране впервые начал выходить сборник, называвшийся «Математическое просвещение». Он имел подзаголовок «Сборник статей по элементарной и началам высшей математики» и был предназначен учителям средней школы, учащимся старших классов, а также всем интересующимся математикой.

В то время, в отличие от дореволюционных лет, не выходило никаких специально для этой аудитории предназначенных периодических изданий. Журнал «Математическое образование» появился в 1928 году, но просуществовал лишь два года. Журнала «Математика в школе» еще не было, хотя как раз в том же 1934 году появился сборник «Математика и физика в школе», рецензия на который опубликована в четвертом выпуске «Математического просвещения».

С 1934 по 1938 год вышло тринадцать выпусков «Математического просвещения» тиражами по пять тысяч экземпляров каждый. Объем каждого сборника составлял около 5 печатных листов. Редакторами выступили Р.Н.Бончковский и И. И. Чистяков, который в 1912-1917 и 1928-1929 гг. был главным редактором журнала «Математическое образование». Начиная с четвертого выпуска, редактор остался один – Р. Н. Бончковский.

Основными разделами первых выпусков были следующие: элементарная математика; высшая математика; методика; текущая жизнь; задачи и смесь; библиография. Позже первые два отдела были слиты. Иногда на страницах сборника публиковались историко-математические работы.

Среди постоянных авторов этого издания видим Н. А. Извольского, Д.М.Синцова, С. И. Зетеля, Д. И. Перепелкина. Здесь были опубликованы статьи С. А. Богомолова, Б. В. Гнеденко, Л. А. Люстерника, Н. Ф. Четверухина и ряда других авторов. Приведем названия некоторых публикаций.

Чудаков Н. Г. Что известно в настоящее время о простых числах (вып. 6); Арнольд И. В. Об одном свойстве числа $\tau = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (вып. 8); Четверухин Н.Ф. Изобразительные методы в преподавании анализа бесконечно малых (вып. 2); Люстерник Л. А. Формула Стирлинга (вып. 3); Лурье С. Я. Вавилонская математика (вып. 11); Извольский Н. А. Геометрия Понселе (вып. 4); Синцов Д. М. Приближенная замена цепной линии параболой или эллипсом (вып. 5); Мордухай-Болтовской Д. Д. Математика и логика в школе (вып. 4).

В библиографическом отделе регулярно помещались сводки вышедших из печати работ по математике на русском языке (указывались и книги, и статьи). Здесь же публиковались и рецензии, в том числе рецензия Л. Лютина на книгу Е. С. Березанской «Методика арифметики» (вып. 13); рецензия И. И. Чистякова на «Сборник алгебраических задач для средней школы, ч. II» Н. Шапошникова и Н. Вальцова (вып. 3); рецензия Г. Б. Гуревича на книгу Ф. Клейна «Элементарная математика с точки зрения высшей» (вып. 5).

Отдел задач содержал, среди прочих, и задачи, предлагавшиеся на Московской математической олимпиаде 1935 года (вып. 7), и на вступительных экзаменах в вузы. В остальном этот отдел по структуре похож на соответствующий отдел журнала «Математика в школе».

В разделе «Текущая жизнь» помещались в том числе и материалы, посвященные подготовке ко Второму Всесоюзному математическому съезду, его работе и решениям.

Тридцатые годы XX века были временем становления среднего математического образования в СССР. В одиннадцатом выпуске сборника представлен ряд документов, посвященных обсуждению вопросов преподавания математики, в том числе резолюция группы математики АН СССР о преподавании математики (1936 г.), резолюция Московского Математического общества о преподавании математики в средней школе и ряд других материалов. А в десятом выпуске опубликована статья Д.А.Крыжановского «Как не следует писать и издавать массовую математическую литературу».

На страницах сборника нашлось место рассказам о математических олимпиадах и кружках в разных городах страны – олимпиадное движение тогда только начиналось.

К сожалению, в 1938 году издание сборника было прекращено. Прошло около двадцати лет, и в 1957 году вновь появился сборник «Математическое просвещение». Он выходил под редакцией Я.С.Дубнова, А.А.Ляпунова и А.И.Маркушевича при редакционном участии И.Н. Бронштейна, А.М. Лопшица и И. М. Яглома. В подзаголовке было указано: «Математика, ее преподавание, приложения и история».

В редакционном предисловии к первому выпуску сказано, в частности: «Рост математической культуры, охват ею все более широкого круга лиц вызвали к жизни еще в прошлом веке появление журналов, рассчитанных не только на ученых, но и на всех, получивших или получающих специальное математическое образование. Тематике таких журналов естественно был присущ широкий диапазон: от элементарной математики и ее преподавания до вопросов, разумеется, не слишком специальных, современной науки. К этому типу близки в дореволюционной России «Вестник опытной физики и элементарной математики», «Математическое образование». В советское время ту же роль исполняло, к сожалению, недолго, выходившее отдельными выпусками и непериодически «Математическое просвещение»».

И далее редакторы пишут: «Удерживая старое название, мы намерены, однако, значительно расширить программу этого издания. Существенную часть его составят обзоры работ по принципиальным вопросам современной математики и ее приложений. Мы будем заботиться о том, чтобы чтение этих статей не требовало чрезмерной подготовки от читателя. Будут помещаться также статьи по вопросам истории и методологии; однако мы ограничим себя темами, близкими к преподаванию. Мы в крупных статьях сосредоточим внимание на программных вопросах (обсуждение учебных планов и программ для средней и высшей школы, проекты их изменения, анализ способов изложения отдельных математических дисциплин или важнейших их отделов). В числе упомянутых статей мы будем нередко публиковать статьи зарубежных авторов».

С 1957 по 1961 год вышло 6 выпусков сборника «Математическое просвещение». Многое из того, о чем заявили редакторы в первом выпуске, было ими реализовано. Сборник имел следующую структуру.

I. Обзоры, статьи, переводы.

II. Научные сообщения.

III. Научно – методические сообщения (опыт преподавания и педагогический эксперимент).

IV. Научно – педагогическая хроника.

V. Задачи.

VI. Математическая литература.

В первом выпуске вслед за предисловием редакции помещена статья о редакторе первой серии сборника «Математическое просвещение» Р.Н. Бончковском (1905-1942). Далее следуют материалы, посвященные обсуждению вопросов преподавания математики на XIX Международной конференции в Женеве. Здесь опубликована статья А. И.

Маркушевича о конференции, рекомендация конференции (организованной ООН) министерствам Народного просвещения, относящаяся к преподаванию математики в средних школах, и текст доклада В.Сервэ (Бельгия) «Преподавание математики в средних школах».

Назовем некоторые публикации сборника за разные годы.

Раздел I. А. А. Ляпунов, Г. А. Шестопал. Начальные сведения о решении задач на электронно-вычислительных машинах (вып. 1); В.Г. Болтянский, В. А. Ефремович. Очерк основных идей топологии (вып. 2, 3, 4, 6); А.О. Гельфонд. О проблеме приближения алгебраических чисел рациональными (вып. 2); Э. Борель. Как согласовать преподавание в средней школе с прогрессом науки (вып. 3); И.М. Яглом. Комплексные числа и их применение в геометрии (вып. 6); П. К. Рашевский. Геометрия и ее аксиоматика (вып. 5).

Раздел II. В. И. Левин. Обобщение арифметико-геометрического среднего (вып. 2); И. И. Жогин. Заметки по теории функций и теории чисел (вып. 3); З. А. Скопец. Отображение поверхностей второго порядка на плоскость (вып. 3); Я. С. Дубнов. Модель евклидовой геометрии на гиперболической плоскости (вып. 6); Д. Д. Ивлев. О двойных числах и их функциях (вып. 6).

Раздел III. Н. Я.Виленкин. О равномерной непрерывности функции (вып. 1); П. П. Коровкин. О теоремах существования определенного интеграла (вып. 2); А. М Лопшиц. Теория площадей ориентированных многоугольников (в аффинной плоскости) (вып. 3); Б. И. Сегал. О локальной предельной теореме теории вероятностей (вып. 4); Г. Б. Гуревич. Измерение площадей многоугольников в евклидовой геометрии (вып. 5); И. П. Натансон. Кривые Пеано (вып. 6).

Раздел IV. Н.М. Коробов. Третий Всесоюзный математический съезд (вып. 1); А.П. Норден. Казанское физико-математическое общество (вып. 1); А.И. Маркушевич. Празднование 250-летия со дня рождения Эйлера (вып. 2); В.И. Арнольд. О школьном математическом кружке при МГУ (вып. 2); М.Л. Смолянский. Совещание преподавателей заочных отделений педагогических институтов РСФСР (вып. 4); В. В. Немыцкий. Международный математический конгресс в Эдинбурге (вып. 5); И. Я. Депман. Подготовка учителей математики в Норвегии (вып. 6); П.Я. Дорф. Десять лет работы секции средней школы Московского математического общества (вып. 5).

Кроме того, в первом выпуске помещены материалы обсуждения новых стабильных учебников по математике в ММО и в объединенном семинаре кафедр высшей математики московских втузов осенью 1956 года. В обсуждении учебников А.Н.Барсукова по алгебре, ч. I, Н.Н. Никитина и А.И. Фетисова по геометрии, ч. I, и С.И. Новоселова по тригонометрии приняли участие многие преподаватели вузов Москвы, а также учителя средних школ.

Отдел задач выходил под редакцией И.М. Яглома и содержал две части:

1) задачи по элементарной математике и 2) задачи по высшей математике. Внутри каждой части выделялись разделы А, Б и В; А – задачи средней трудности, Б – задачи повышенной трудности, В – проблемы. Среди авторов предложенных задач А.О. Гельфонд, Д.К. Фадеев, А.М. Яглом, Н.Я. Виленкин, Е.Б.Дынкин, И.М. Гельфанд. Встречаются и ярославцы: З.А. Скопец, В.А. Жаров, О.А. Котий. Начиная с четвертого выпуска, помещаются решения опубликованных ранее задач.

Наконец, последний раздел содержит рецензии на новые отечественные и зарубежные издания. Назовем некоторые.

Г. Б. Гуревич. Учебник алгебры В. Л. Гончарова (вып. 1); Н.М. Бескин. О серии «Популярные лекции по математике» (вып. 2); Н. В. Ефимов, П.К. Рашевский. Курс векторного исчисления Я. С. Дубнова (вып. 5); Ю. М.Гайдук. Интересная книга по методике математики (о книге А. Фуше «Педагогика математики») (вып. 6). А в третьем выпуске сборника была помещена большая статья Я. С. Дубнова «К проблеме создания новых учебников по математике для средней школы».

К сожалению, в 1961 году издание было прекращено. Более того, два последних выпуска выходили меньшими тиражами (12 тыс. и 9 тыс. экз.) по сравнению с четырьмя первыми выпусками (по 15 тысяч экз.).

Прошло более тридцати лет, и в 1997 году в Москве в третий раз появился сборник «Математическое просвещение». Издается эта третья серия сборника Московским центром непрерывного математического образования при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований. Главным редактором выступил известный отечественный математик, профессор МГУ В. М. Тихомиров. В состав редколлегии вошли Э. Б. Винберг, Г. Д. Глейзер, Н. Х. Розов, И. Ф. Шарыгин и ряд других московских математиков и педагогов. Выходит сборник один раз в год. Вышло уже 10 выпусков.

Направление этого издания близко к направлению его предшественника, разумеется, с поправкой на то, что акценты и интересы со временем меняются. Но есть в этом издании и новое: в каждом выпуске есть раздел «Тема номера», содержащий несколько статей на обозначенную тему. Приведем примеры.

Тема третьего выпуска «Теория узлов в конце XX века». Здесь опубликованы следующие статьи: С.В. Дужин, С.В. Чмутов «Узлы и их инварианты»; Ю.М. Бурман «Длинные кривые, гауссовы диаграммы и инварианты»; В.В. Прасолов «Поверхность Зейферта». Тема пятого выпуска «Биллиарды». В разделе помещены шесть статей, в том числе статья Г. А. Гальперина «Биллиарды и упругие столкновения частиц и шаров»; статья Н. И. Чернова «Средняя длина пробега в биллиардных системах» и статья С.Л.Табачникова «Внешний биллиард». Тема седьмого номера «Группы отражений». Здесь содержится 5 статей, в том числе статья Э.Б.Винберга «Калейдоскопы и группы отражений», статья О.В.Шварцмана «Группы отражений и группы Кокстера» и статья С. М. Натанзона «Симметрии поверхностей и вещественные алгебраические кривые». Тема восьмого выпуска «Геометрия». Раздел открывается статьей И. Ф. Шарыгина «Нужна ли школе 21-го века Геометрия?». Из восьми статей, помещенных в этом разделе, укажем еще работу А. А. Заславского «Сравнительная геометрия треугольника и тетраэдра».

Среди других материалов, опубликованных в последние годы на страницах сборника «Математическое просвещение», отметим следующие:

В.И. Арнольд «Филдсовская медаль – воспитаннику московской математической школы» (о М. Концевиче, вып. 3); В.М. Тихомиров, В.А. Успенский «Советская математика 30-х годов: А.О.Гельфонд и Л.Г.Шнирельман» (вып. 4); Я. Г. Синай «Как математики изучают хаос» (вып. 5); М. Атья «Математика в двадцатом веке» (вып. 7); В. А. Рохлин «Лекция о преподавании математики нематематикам» (вып. 8).

Надо признать, что эта, третья, серия сборников «Математическое просвещение» недостаточно известна отечественным математикам и педагогам. Среди причин такого положения первой, вероятно, является маленький тираж издания – всего 1000 экземпляров. Кроме того, при том обилии изданий, включая электронные, которыми может пользоваться заинтересованный читатель, некоторые из них, не имеющие широкой рекламы, могут и не получить заслуженной популярности.

Хочется обратить внимание педагогов и на эту, и на первую, уже достаточно забытую, серию сборника «Математическое просвещение», и призвать тех, кто не знает это издание, познакомиться с ним.

© В.Ф.Чаплыгин (ЯрГУ)

Учебное пособие по математическому анализу как педагогическая задача

Основная задача при обучении математике состоит не в передаче знаний (их нельзя передать) учащимся, а в помощи по их приобретению, выработке, а не усвоению. Как известно, знание – интеллектуальный продукт, который производится самим обучаемым. Студент не только должен запоминать и не столько запоминать сообщенный ему материал, а перерабатывать, «переваривать» его. Из каких источников он получает информацию к размышлению? Это учебник, лекция, учебное пособие, задачник. Возникает естественный вопрос, какую функцию выполняет каждый из этих источников и какими качествами он должен обладать. Учебников по математическому анализу много, хороших и разных. Из этого многообразия хотелось бы выделить два известных учебника (сразу заметим, что наш выбор определяется только личными пристрастиями автора этих строк). Настоящей энциклопедией математического анализа можно считать «Курс дифференциального и интегрального исчисления» в трех томах Г. М. Фихтенгольца. В нем подробно излагаются все разделы математического анализа, изучаемые в университетах, приводится большое количество очень хороших примеров, содержатся исторические сведения о развитии математического анализа. Хочется отметить также «Краткий курс математического анализа» А. Я. Хинчина. В этой сравнительно небольшой по объему книге удалось изложить основное содержание математического анализа. Одним из важных качеств, присущих этим учебникам, является их педагогическая выдержанность, стремление сделать изложение максимально доступным. К сожалению, в некоторых учебниках теоретический материал излагается излишне формально, слабо иллюстрируется примерами, они не содержат контрольных вопросов, размышляя над которыми, студент может выяснить, правильно ли он понимает суть изучаемого.

Что касается лекции, то изложить содержание даже небольшого по объему учебника невозможно. Да это и не требуется. От лектора требуется скорее не трансляция, а трансформация литературных источников. Он должен выделять принципиально важные моменты, разъяснять «тонкие» места, обращать особое внимание на факты, которые являются традиционно трудными для понимания, помогать студентам видеть главное и второстепенное, идейную сторону и техническую сторону. Но при всем желании лектор, даже самый опытный, не в состоянии дать слушателям все, что он хотел бы. Он вынужден рассчитывать на «среднего» студента. И в любом случае студент должен дополнять лекцию самостоятельной работой. В этом направлении ему помогают задачники и учебные пособия, которые дополняют лекцию, служат ее продолжением. Очень удачным является «Сборник задач и упражнений по математическому анализу» Б. П. Демидовича, в котором содержится много интересных задач, в том числе, теоретического характера.

Из учебных пособий заслуживают внимания "Математический анализ в вопросах и задачах" под ред. В. Ф. Бутузова в двух частях (для функций одной и нескольких переменных), написанное для студентов-физиков, и "Задачи и упражнения по математическому анализу" под ред. В .А. Садовничего, также в двух частях, написанное для студентов-математиков. Таким образом, эти два пособия значительны по объему. В настоящей статье предлагается проект небольшого учебного пособия, рассчитанного на студентов-физиков классического университета. В нем можно изложить небольшой объем теоретических сведений, исключить практически все доказательства, свести до минимума число стандартных, чисто технических задач. Большое внимание должно быть уделено задачам теоретического характера и контрольным или проверочным вопросам, размышляя над которыми, студент сможет понять глубину усвоения им математического анализа. Пособие может быть привязано к учебнику В. А. Ильина и Э. Г. Позняка "Основы математического анализа" в двух томах, предназначенного для физических факультетов университетов. Из него можно взять терминологию, основные определения, формулировки теорем (или использовать ссылки на них). В пособии необходимо представить все разделы курса: теория вещественного числа, числовые последовательности, предел числовой последовательности и функции; непрерывные функции и их свойства, производная, дифференциал, свойства дифференцируемых функций; числовые и функциональные ряды; неопределенный и определенный интегралы, функции нескольких переменных, их дифференцирование и интегрирование – и особо выделить «физическую линию» как при выработке предпонятий, так и в приложениях.

Чтобы можно было представить себе структуру и содержание пособия, его методические особенности, приведем содержание раздела, относящегося к определенному интегралу и его приложениям как геометрическим, так и физическим. При изложении этой темы обычно даются физические задачи, приводящие к понятию определенного интеграла: вычисление длины пути, пройденного при прямолинейном движении материальной точкой с известной мгновенной скоростью за определенный промежуток времени; нахождение количества электричества, если известна мгновенная сила тока; нахождение количества радиоактивного вещества, распавшегося за некоторый промежуток времени при известной скорости распада; нахождение работы и т.д. В каждой из этих задач возникает проблема вычисления предела суммы вида $\sum_{k=1}^{n} f(\xi_k)\Delta x_k$, т. е. интегральной суммы. Но студенты не должны отождествлять физические величины с определенным интегралом. С необходимостью вычисления предела интегральных сумм приходится иметь дело при нахождении геометрических величин: площадей, длин дуг, объемов. Все эти величины обладают свойством аддитивности $Q([a;b]) = Q([a;c]) + Q([c;b])$. Во всех этих задачах очень важно научиться выделять из приращения величины ΔQ, которую требуется найти, ее дифференциал dQ.

В разделе «Определенный интеграл и его приложения» приводится определение интеграла как предела интегральных сумм, основное свойство интеграла с переменным верхним пределом: $\left(\int_a^x f(t)dt\right)' = f(x)$, где функция $f(x)$ непрерывна для $x \in [a;b]$, формула Ньютона-Лейбница.

Далее приводятся правила замены переменной и интегрирования по частям, примеры на их применение. Вводятся понятия интеграла по бесконечному промежутку и от неограниченной функции, т.е. несобственных интегралов, примеры вычислений таких интегралов.

После чего приводятся задачи на нахождение площади плоской фигуры (в прямоугольной и полярной системах координат), длины дуги, заданной явным уравнением в прямоугольной и полярной системах координат, а также заданной параметрически. Показаны образцы решения задач на вычисление площади поверхности вращения, объемов тел с известной площадью поперечного сечения и тел вращения. Рассмотрен ряд задач на физические приложения интеграла: работа переменной силы, статические моменты и моменты инерции, координаты центра масс и др.

Задачи

1.Почему формальное применение формулы Ньютона-Лейбница для вычисления интегралов

$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x}$; $\int_{-1}^{1} \left(arctg\,\frac{1}{x}\right)' dx$ приводит к ошибке?

2.Найти интеграл $\int_0^{100\pi} \sqrt{1-\cos 2x}\, dx$.

3. Найти производные: а) $\left(\int\limits_a^b \sin(x^2)dx\right)'_x$;

б) $\left(\int\limits_a^x \sin(x^2)dx\right)'_x$;

в) $\left(\int\limits_x^b \sin(x^2)dx\right)'_x$; г) $\left(\int\limits_{x^2}^{\sqrt{x}} \sin(x^2)dx\right)'_x$.

4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int\limits_0^x \cos(x^2)dx}{x}$;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int\limits_0^x tg(x^3)dx}{x}$.

5. Найти значение производной функции $F(x)=\int\limits_x^5 \sqrt{1+x^2}dx$ в точках $x_1=0$ и $x_2=\dfrac{3}{4}$.

6. Интегрируема ли функция $f(x)=e^{-\frac{1}{x}}$ на отрезке [-3; -2], на отрезке [-1; 1]?

7. Найти производную $\left(\int\limits_x^0 \dfrac{\cos xt}{t}dx\right)'_x$.

8. Найти интегралы: а) $\int\limits_0^a \dfrac{x^2+b^2}{x^2+a^2}dx$,

б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1}{\cos^3 x+\sin^3 x}dx$, в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\sin x-\cos x\right| dx$.

9. Найти интегралы: а) $\int\limits_0^1 \left(\ln\dfrac{1}{x}\right)^5 dx$;

б) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}\, dx$.

10. Пусть $f(x)=\begin{cases} cxe^{-x^2}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$ При каком значении c интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 2$?

11. Доказать, что для всякой непрерывной на отрезке [0; 1] функции $f(x)$ выполнено равенство $\int\limits_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int\limits_0^{\pi} f(\sin x)dx$.

12. Доказать, что для непрерывной четной функции $f(x)$ на отрезке $[-a; a]$ $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int\limits_0^{a} f(x)dx$,

а для непрерывной нечетной функции $f(x)$ на отрезке $[-a; a]$ $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 0$.

13. Доказать, что если $f(x)$ непрерывная периодическая функция с периодом Т, то $\int\limits_a^{a+T} f(x)dx = \int\limits_0^{T} f(x)dx$.

14. Может ли сходиться интеграл $\int\limits_a^{\infty} f(x)dx$, если предел $f(x)$ при $x \to +\infty$ не равен нулю?

15. Найти координаты центра масс полукруга, ограниченного осью абсцисс и полуокружностью $y=\sqrt{r^2 - x^2}$.

16. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду, наполняющую полусферический резервуар радиуса R=0,6 м.

17. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду, наполняющую цилиндрический резервуар высотой H=5 м, имеющий в основании круг радиуса R=3 м.

18. Вычислить силу, с которой вода давит на плотину, имеющую форму равнобочной трапеции, верхнее основание которой a=6,4 м, нижнее b=4,2 м, а высота H=3 м.

19. Найти координаты центра масс фигуры, ограниченной замкнутой линией $y^2=ax^3-x^4$.

20. В дне цилиндрического сосуда, площадь основания которого 100 см^2, а высота 30 см, имеется отверстие. Вычислить площадь этого отверстия, если известно, что вода, наполняющая сосуд, вытекает из него за 2 мин.

21. С какой силой притягивает материальная бесконечная прямая с постоянной линейной плотностью μ_0 материальную точку массы m, находящуюся на расстоянии a от этой прямой?

22. Цилиндр диаметра 20 см и длины 80 см заполнен паром под давлением 10 кГ/см^2. Какую работу надо затратить, чтобы уменьшить объем пара в два раза, считая, что температура пара остается постоянной?

23. Согласно закону Торричелли скорость истечения жидкости из сосуда равна $v=c\sqrt{2gh}$, где g – ускорение силы тяжести, h - высота уровня жидкости над отверстием и c = 0,6 - опытный коэффициент. В какое время опорожнится наполненная доверху вертикальная цилиндрическая бочка диаметра D=1 м и высотой H=2 м через круглое отверстие в дне диаметра d=1 см?

Высказанные предложения основаны на многолетнем опыте автора и сравнении имеющихся учебных пособий. Можно считать изложенное здесь дидактической инверсией предлагаемого пособия. В заключение автор выражает благодарность профессору А.В. Ястребову, чьи советы оказали значительную помощь при написании статьи.

Библиографический список

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Текст]. – М.: Физматгиз, 1962. – 544 с.
2. Математический анализ в вопросах и задачах [Текст] / под ред. Бутузова В.Ф. – М.: Высшая школа, 1984. – 480 с.
3. Математический анализ в вопросах и задачах. Функции нескольких переменных [Текст] / под ред. Бутузова В.Ф. – М.: Высшая школа, 1988. – 288 с.
4. Задачи и упражнения по математическому анализу [Текст] / под ред. Садовничего В. А. – М.: МГУ, 1988. – 416 с.

5. Математический анализ в задачах и упражнениях [Текст] / под ред. Садовничего В. А. – М.: МГУ, 1991. – 352 с..
6. Гелбаум, Б., Олмстед, Дж. Контрпримеры в анализе [Текст]. – М.: Мир, 1967. – 251 с.

© Л.Б. Медведева (ЯрГУ)

Активизация деятельности студентов физического факультета по изучению курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия »

Для подготовки современного специалиста высокого уровня требуется несколько иной подход к процессу обучения в вузе, чем в прошлое десятилетие: необходим перенос акцентов с увеличения информации, предназначенной для усвоения студентами, на формирование умений ее самостоятельно добывать и использовать, то есть переход от «экстенсивного образования к интенсивному» [1]. В такой ситуации целью каждого вузовского преподавателя становится формирование приемов познавательной деятельности и развитие познавательной активности студентов.

В педагогической литературе выделяются 4 уровня познавательной активности: репродуктивный, аппликативный, интерпретирующий и продуктивный. Первый уровень характеризуется готовностью понять, запомнить, воспроизвести, второй – готовностью к энергичной выборочно- воспроизводящей деятельности, третий характеризуется готовностью выяснить смысл изучаемого материала, понять связь между понятиями , явлениями, процессами, а четвертый – готовностью к творчеству [2. С. 67-68].

Опыт работы со студентами – первокурсниками показывает, что вчерашние школьники, как правило, находятся на первом уровне познавательной активности и поэтому испытывают большие трудности при изучении вузовских дисциплин, а особенно дисциплин математических.

Для студентов классических университетов, обучающихся на математических и физических факультетах, самым сложным предметом на первом курсе является аналитическая геометрия. Об этом говорят не только студенты, но и результаты курсовых экзаменов. Причины плохой усваимости студентами дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», на наш взгляд, состоят в следующем.

Во-первых, это слабая геометрическая подготовка школьников. Несмотря на то, что основой геометрии является принцип доказательности всех утверждений, выпускники наших школ в последнее время практически не владеют навыками проведения рассуждений.

Во-вторых, они не владеют необходимыми учебными умениями, в частности: *слушать и слышать* преподавателя, конспектировать лекции, выделить главное при чтении математического текста.

В-третьих, у них нет привычки к регулярным самостоятельным занятиям и навыков самоконтроля и планирования своей деятельности.

Кроме того, трудности в усвоении курса аналитической геометрии объясняются также отдаленностью его от содержания школьного курса геометрии. Тот небольшой кусочек школьной геометрии, который призван подготовить учащихся к усвоению вузовских геометрических курсов (речь идет о темах «Векторы» и «Метод координат в пространстве»), как правило, изучается формально и в основном сводится к выполнению операций над векторами в координатах.

Еще одна причина кроется в резком сокращении числа часов, отводимых на курс учебным планом при достаточно большом объеме материала, подлежащего усвоению.

Все сказанное предъявляет определенные требования к логической структуре курса «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», его методическому обеспечению и предполагает определенные действия со стороны преподавателя по активизации учебной, в том числе и самостоятельной, деятельности студентов при его изучении.

При его разработке следует иметь в виду, что, обучаясь по одной и той же программе, не все студенты усваивают материал одинаково. Более того, современная парадигма образования предполагает, что студент имеет право выбрать для себя желаемый уровень усвоения курса. Поэтому задача преподавателя заключается в том, чтобы с начального момента изучения познакомить студентов не только с программой курса, но и всеми видами деятельности по ее усвоению. При этом важно обосновать необходимость осуществления каждого вида деятельности, предложить критерии оценок этих видов, возможные варианты итогового контроля. Таким образом, студент получит полную систему ориентиров для осознанного выбора индивидуальной траектории усвоения курса. Необходимо также заранее спроектировать все этапы промежуточной и итоговой диагностики с тем, чтобы студент самостоятельно смог определить тот минимум знаний, который необходим *лично ему* для получения той или иной итоговой оценки.

На физическом факультете многие из перечисленных задач предварительного знакомства с дисциплиной и видами деятельности студентов по ее усвоению решает методическая разработка под названием «Дидактические материалы для организации работы студентов–физиков по курсу «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»[3]. Она содержит довольно обширный список учебной литературы, как обязательной, так и дополнительной, перечень основных тем курса с указанием параграфов в учебниках, где они излагаются, и домашних заданий к ним, варианты индивидуальных домашних работ, примерные варианты самостоятельных и контрольных работ, вопросы к коллоквиумам и семестровым экзаменам.

Получив в руки такую книжечку, каждый студент, казалось бы, мог самостоятельно заниматься предметом, следуя советам преподавателя на лекциях и практических занятиях.

Однако, поскольку у большинства первокурсников навыки учебной деятельности должным образом не сформированы, такого вида помощи оказывается недостаточно. Требуются специальные занятия, которые бы способствовали активизации самостоятельной работы студентов по изучению курса, вовлечению в работу на занятии всех студентов без исключения, воспитанию исследовательского отношения к реальности, развитию системного мышления, развивали любознательность и интеллектуальное любопытство, веру в свои возможности самостоятельно разбираться в новом материале.

Одним из видов таких занятий могут быть лабораторные работы обучающего характера по освоению нового материала.

В рамках курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия » они могут проводиться, например, по таким темам, как «Специальные произведения векторов. Применение в геометрии и физике», «Уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве», «Различные уравнения плоскости», «Оптические свойства кривых второго порядка».

Выбор темы работы должен учитывать объем материала, его сложность, уровень готовности студентов для самостоятельного восприятия. Проведение работы осуществляется лишь после предварительной подготовки к ней на практическом занятии или же дома путем повторения необходимого теоретического материала и решения некоторых базовых задач, использование которых будет необходимо при выполнении работы.

Так, например, выбор темы «Уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве» обусловлен не только доступностью для самостоятельной проработки и некоторой осведомленностью студентов в этом вопросе, но и важностью для решения задач, овладения координатным методом в геометрии. Эта тема является первым шагом в усвоении понятия «уравнение множества точек на плоскости и в пространстве», и ее освоение служит залогом успешности изучения других вопросов. В то же время это одна из первых тем, которая позволяет преподавателю показать студенту-первокурснику, как следует подходить к изучению нового материала и как фактически идет исследование при решении какой-то большой научной проблемы.

Планирование лабораторного занятия заимствовано из опыта работы кафедры «Инженерная педагогика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, который, в свою очередь базируется на европейском опыте по системному планированию повседневных занятий. В европейской инженерной педагогике существует иерархическая структура образовательных целей, отражающая разные этапы образовательного процесса. Все виды целей делятся на три вида: направляющие, грубые и тонкие (термины Европейского Международного общества по инженерной педагогике [6]). Применительно к конкретному занятию направляющей целью будет цель всей учебной дисциплины, грубой целью – цели учебного занятия, тонкие цели – диагностируемые цели, характеризующие результат обучения, воспитания и развития конкретного слушателя на данном занятии.

Согласно данной градации, в нашем случае будем иметь следующие цели.

Направляющая цель: изучение студентами основных понятий и методов аналитической геометрии и мотивация на практическое использование изучаемых вопросов внутри изучаемой дисциплины, в смежных с ней дисциплинах, в физике.

Грубая цель: освоение слушателями задачи аналитического описания геометрической фигуры на примере составления различных уравнений прямой линии.

Тонкие (диагностируемые) цели:

Студенты должны

-знать определение уравнения множества точек (геометрической фигуры);

-знать необходимые и достаточные условия коллинеарности двух векторов и соответственно условия принадлежности трех точек одной прямой;

- знать способы задания прямой на плоскости и в пространстве;

- научиться для каждого способа задания получить уравнение прямой, записывая в каждом случае условие принадлежности текущей точки заданной прямой этой прямой;

- запомнить все уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве и геометрический смысл параметров каждого уравнения;

- уметь составить уравнение прямой по элементам, которые эту прямую однозначно определяют;

- научиться докладывать и оценивать результаты своей работы, отстаивать свою точку зрения. Выступать в качестве экспертов;

- должны сознательно проявлять волю, настойчивость, прочувствовать удовлетворение от проделанной работы.

Заметим, что тонкие цели представляют собой объективно диагностируемые результаты обучения, проверка которых осуществляется во время защиты студентами выполненной работы.

В соответствии с целями разработано технологическое предписание по выполнению лабораторной работы, которое выдается каждому студенту в начале занятия.

Подготовка к работе:

Студенты получают домашнее задание по повторению и закреплению необходимого для выполнения работы теоретического материала.

Литература для повторения:

1. Ильин, В.А., Позняк, Э.Г. Аналитическая геометрия [Текст]. – М.: Наука, 1968.

2. Федорчук, В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст]: учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1990.

При подготовке студенты должны уяснить для себя смысл следующих понятий и утверждений, а также возможности их использования:

1.Уравнения множества точек (геометрической фигуры), в частности уравнения линии.

2. Условие коллинеарности двух векторов.

3. Условие принадлежности трех точек одной прямой, вытекающее из условия коллинеарности двух векторов.

4. Условие перпендикулярности двух векторов.

5. Способов задания прямой линии на плоскости и в пространстве (вспомнить школьный курс геометрии).

Можно рекомендовать также познакомиться с содержанием параграфов, непосредственно касающихся лабораторной работы [1, гл.5,§1.п.1–5, §2.п.1; 2, гл.2, §14,с.47-50]

Лабораторная работа

Тема: Различные уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве

Цель: 1. Рассматривая разные способы задания прямой, получить всевозможные уравнения прямой в двух ситуациях: а) прямая лежит в плоскости, б) прямая расположена в пространстве.

2. Запомнить все уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве и геометрический смысл параметров каждого уравнения.

3. Уметь составить уравнение прямой по элементам, которые эту прямую однозначно определяют.

4. Научиться докладывать и оценивать результаты своей работы.

Выполнение лабораторной работы основано на следующей **опорной базе теоретических знаний.**

1. *Понятие характеристического свойства точек* заданной геометрической фигуры.

2. *Определение уравнения геометрической фигуры*:

а) в некоторой системе координат, б) в инвариантной, векторной, форме.

3. *Условие коллинеарности двух векторов* .

4. *Условие принадлежности трех точек одной прямой* вытекает из условия коллинеарности двух векторов.

5. *Способы задания прямой линии на плоскости.*

Ход выполнения работы

1.Вывод уравнения прямой, заданной точкой и направляющим вектором

1. Сделайте рисунок, соответствующий рассматриваемому заданию прямой, обозначьте заданную точку символом A, а направляющий вектор символом $\vec{p}$.

2. Выделите характеристическое свойство точек прямой, проходящей через точку A и имеющей направляющим вектор $\vec{p}$.

3. Запишите это условие в виде векторного уравнения.

4. Выразите из полученного уравнения радиус-вектор текущей (произвольной) точки этой прямой.

Полученное уравнение называется векторным параметрическим уравнением прямой по точке и направляющему вектору, занумеруйте его числом (1).

5. Запишите уравнение (1) в координатной форме. Для этого задайте точку A, текущую точку прямой и направляющий вектор $\vec{p}$ координатами в некоторой (выбранной вами) системе координат. Полученные уравнения называются параметрическими уравнениями прямой на плоскости по точке и направляющему вектору в координатной форме**.** Занумеруйте их числом (2).

6. Исключите из параметрических уравнений (2) параметр. Получите уравнение, которое называется каноническим уравнением прямой на плоскости**.** Поставьте ему в соответствие номер **(**3).

7. Приведите уравнение **(**3) к виду Ax + By + C = 0, используя свойство пропорции и переобозначение коэффициентов. Убедитесь, что в уравнении

$$Ax + By + C = 0 \qquad (4)$$

коэффициенты A и B не равны 0 одновременно.

Докажите, что всякое линейное уравнение (4), в котором коэффициенты A и B не равны 0 одновременно, является уравнением прямой линии в некоторой системе координат [2. С.45], [1. С. 110].

8. Подумайте и сформулируйте геометрический смысл коэффициентов при переменных в уравнении (4).

Уравнение (**4**) называется общим уравнением прямой на плоскости.

9. Выразите из уравнения (4) переменную y и получите уравнение вида

$$y = kx + b \qquad (5)$$

Такое уравнение называется уравнением прямой с угловым коэффициентом

10. Приведите уравнение (4) к виду $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. (6)

При каких условиях оно может быть приведено к этому виду? Выясните, каков геометрический смысл параметров a, b этого уравнения, найдя пересечение прямой (6) с осями координат.

Уравнение (6) называется уравнением прямой в отрезках**.** Объясните почему.

II.Вывод уравнения прямой по двум точкам

1. Сделайте рисунок, иллюстрирующий задание прямой двумя точками.

2. Сведите этот способ задания к предыдущему, найдя направляющий вектор заданной прямой.

3. Запишите уравнения вида (1), (2) и (3) в этом случае.Они будут соответственно называться:

а) векторным параметрическим уравнением прямой по двум точкам на плоскости (7),

б) параметрическими уравнениями прямой на плоскости по двум точкам в координатной форме (8),

в) каноническим уравнением прямой на плоскости по двум точкам (9).

III.Вывод уравнения прямой на плоскости по точке и нормальному вектору.

1. Сделайте рисунок, иллюстрирующий задание прямой в этом случае, обозначив заданную точку символом A, а нормальный вектор символом $\vec{n}$.

2. Выделите характеристическое свойство точек прямой, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\vec{n}$.

3. Запишите это условие в виде векторного уравнения.

4. Выбрав прямоугольную декартову систему координат и задав в ней координаты точки A, текущей точки прямой и нормального вектора, запишите полученное в пункте 3 уравнение в координатной форме. Получите уравнение вида

$$\alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0) = 0. \qquad (10)$$

Оно называется уравнениями прямой на плоскости по точке и нормальному вектору.

1V. Вывод уравнений прямой линии в пространстве

1. Выясните, какие из рассмотренных способов задания прямой на плоскости годятся и для задания прямой в пространстве.

2. Выпишите соответствующие этим способам параметрические и канонические уравнения для прямой в пространстве.

V. По результатам проведенного исследования заполните следующую таблицу.

Различные уравнения прямой на плоскости и в пространстве

На плоскости	В пространстве
По точке А и направляющему вектору **p,** векторные параметрические	
По точке А и направляющему вектору **p** , параметрические в координатной форме	

По точке А и направляющему вектору **p**, канонические	
По двум точкам А и В, векторные параметрические	
По двум точкам А и В, параметрические в координатной форме	
По двум точкам А и В, канонические	
По точке А и нормальному вектору $\vec{n}$	

Далее продолжите таблицу самостоятельно, внося в нее другие полученные вами уравнения прямой на плоскости

Библиографический список

1. Дорофеев, Д.В. О принципах отбора содержания школьного математического образования [Текст] // Математика в школе. – 1990. – №6. – С. 2.
2. Вопросы совершенствования преподавания математики в средней школе [Текст]: методические рекомендации. – Ч.1. – М.: МГПИ имени В.И. Ленина, 1988. 161 с.
3. Дидактические материалы для организации работы студентов–физиков по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» [Текст]: методические указания / Сост. Ю.И. Большаков, И.В. Изотова, Л.Б. Медведева; – Ярославль: ЯГПУ, 1997. – 28 с.
4. Лаврентьев, Г.В. Гуманизация математического образования: проблемы и перспективы [Текст]. – Барнаул, 2001.
5. Медведева, Л.Б., Третьякова, Г.Ф. Контроль учебно-познавательной деятельности студентов вуза [Текст] / Современные проблемы математики, физики и физико-математического образования. Материалы конф. “Чтения Ушинского” физико-математического факультета. – Ярославль: ЯГПУ, 2003. – С. 94-96.
6. Мелецинек, А. Инженерная педагогика [Текст]. – М.: МАДИ(ТУ), 1998. – 185 с.

© Л.П. Бестужева (ЯрГУ)

Целеполагание по дисциплине «математика» на экономическом факультете

Программа по дисциплине «Математика» разработана в соответствии с рекомендациями по проектированию основных образовательных программ подготовки специалиста и на основе Государственного образовательного стандарта 2000 г. Программа начинается с определения задач дисциплины, ее места в системе ЕН, ОН и С образования и требований к уровню усвоения содержания дисциплин.

1.1. Задачи преподавания дисциплины:

- содействовать освоению необходимого математического аппарата, позволяющего моделировать, анализировать и решать прикладные математические задачи с применением в случае необходимости вычислительной техники;
- дать представление о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории;
- обеспечить формирование логического, эвристического алгоритмического мышления;
- познакомить с принципами математических рассуждений и доказательств.

1.2. Дисциплина относится к числу фундаментальных. Отбор материала преследует следующие цели: внутрипредметные – обеспечение целостного восприятия курса; межпредметные – обеспечение математическим аппаратом смежных дисциплин; профессиональные – содействие применению математических методов для решения экономико-математических задач.

1.3. Требования к уровню усвоения содержания дисциплины.

Студент, освоивший программу, должен знать и уметь использовать:

- основы математического анализа;
- основы алгебры, геометрии и дискретной математики;
- основы теории дифференциальных уравнений;
- основы теории вероятностей и математической статистики;
- экономико-математические методы.

В теоретических работах, рассматривающих вопросы проектирования целей образовательного процесса, выделяют четырехступенчатую иерархию целей:

- глобальные цели образования на уровне системы образования в целом;
- общие цели подготовки специалистов на уровне системы высшей школы;
- цели подготовки специалиста по конкретной специальности на уровне вуза (факультета);

○ цели подготовки по учебной дисциплине на уровне кафедры [1].

Таким образом, сформулированные в программе дисциплины «Математика» цели относятся к четвертому уровню иерархии целей.

Цели дисциплины описываются как в виде задач, стоящих перед преподавателем (п.1.1 и п. 1.2), так и в виде требований к уровню усвоения материала студентом (п.1.3). Обратим внимание на то, что цели, сформулированные в п. 1.1, в первую очередь связаны с развитием возможностей и способностей студентов использовать математику в своей специальной области. Цели формирования логического, эвристического, алгоритмического мышления средствами математики направлены на развитие тех качеств личности, которые во многом определяют готовность человека в будущем к овладению и использованию нового знания, что делает его конкурентоспособным на рынке труда в условиях быстрой смены его потребностей. Особенность этих целей состоит в том, что их можно рассматривать как цели – идеалы (цели-стратегии, цели-намерения), так и цели – нормы, которые должны быть достигнуты. Правда, проверка достижения этих целей может быть выполнена лишь опосредованно, через проверку умения решать математические задачи.

Определение математики как фундаментальной дисциплины в образовании экономиста непосредственно связано с целями, заявленными в п. 1.1, а также дает общие критерии отбора содержания программы дисциплины. И, наконец, требования к уровню усвоения содержания дисциплины задают фактически перечень разделов дисциплины, т. Е. содержание ее программы. Цели, заявленные в п. 1.3., относятся к целям-нормам. Проверка достижения этих целей в том виде, как они описаны, практически невозможна. И здесь на первый план выступают следующие уровни в иерархии целей – цели разделов дисциплины, цели конкретных занятий, цели конкретных видов учебных задач. Эти цели не фиксируются в нормативных документах, а проектируются преподавателем при подготовке к занятиям и остаются, как правило, в его личном архиве. В первую очередь, это относится к целям, которые ставит перед собой преподаватель и которые он описывает в виде задач (не математических, а в широком смысле этого слова); решение их, по его мнению, должно обеспечить достижение целей другого вида, описываемых в форме требований к уровню усвоения материала студентом. Большое значение имеет диагностичность поставленных целей, т. е. такое их описание, которое позволяет преподавателю проверить их достижение с помощью специально разработанных оценочных процедур.

В работе [2], с которой автор познакомилась в Экспериментальном центре переподготовки и повышения квалификации МГТУ им. Н.Э. Баумана, используется терминология, которая в переводе с немецкого дает разделение целей на «направляющие», «грубые» и «тонкие». Применительно к конкретному учебному занятию направляющую цель можно рассматривать как цель всей дисциплины или одного из разделов дисциплины, грубую цель – как цель учебного занятия, а тонкие цели – как диагностические цели, характеризующие результат обучения развития и воспитания студента на данном конкретном занятии. В этой же работе формулируются уровни иерархии диагностических целей. Так, например, в когнитивной области они имеют вид: знать, понимать смысл, сознательно использовать, анализировать, синтезировать, оценивать. Каждый уровень иерархии имеет детальное описание.

Рассмотрим постановку целей одного из разделов дисциплины «Математика» на экономическом факультете, а также постановку целей одного из занятий, относящихся к этому разделу.

Цели и задачи раздела «Линейное программирование»

Линейное программирование относится к числу разделов дисциплины «Математика», реализующих в наибольшей степени по сравнению с другими разделами дисциплины ее профессиональную направленность, и в связи с этим своей основной целью ставит подготовку студентов к применению математических методов для решения экономико-математических задач.

Для изучения этого раздела студенты должны владеть знаниями, относящимися к другим разделам дисциплины. Это, в первую очередь, линейная алгебра, аналитическая геометрия, а также математический анализ в объеме, предусмотренном программой дисциплины.

Задачи преподавания раздела

Исходя из общих целей:

- содействовать средствами данного раздела развитию у студентов мотивации к использованию математических методов в своей будущей профессиональной деятельности, логического и алгоритмического мышления.

Исходя из конкретного содержания раздела:

- познакомить студентов с понятиями экономико-математической модели, математической модели на примере задачи планирования производства;

○ познакомить их на примере задачи линейного программирования (ЗЛП) с основными понятиями математического программирования и показать некоторые подходы к решению задач этого раздела математики;

○ продемонстрировать на примере ЗЛП методологию получения нового математического знания переходом от случая малой размерности к n-мерному случаю;

○ содействовать использованию вычислительной техники для решения математических задач.

Требования к уровню усвоения содержания раздела.

Студент, усвоивший программу раздела, должен:

○ иметь представление о математическом программировании и его основных разделах;

○ иметь представление об экономико-математическом моделировании;

○ уметь строить математические модели учебных экономико-математических задач;

○ уметь четко формулировать ЗЛП, знать ее структуру и основные определения;

○ различать формы ЗЛП (каноническую и симметричную) и владеть способами перехода от одной формы к другой;

○ уметь записывать ЗЛП в развернутом виде, в векторном виде, в матричном виде;

○ уметь решать ЗЛП графически;

○ иметь представление об анализе ЗЛП на чувствительность;

○ иметь представление о методологическом значении графического решения ЗЛП;

○ знать геометрическую интерпретацию допустимого множества ЗЛП в n-мерном случае;

○ формулировать теорему об угловой точке допустимого множества;

○ иметь представление о теореме об алгебраической характеристике угловой точки допустимого множества;

○ понимать значение этих теорем как теоретического обоснования симплекс-метода решения ЗЛП;

○ знать алгоритм симплекс-метода и уметь его формулировать в геометрической и алгебраической форме;

○ понимать, в чем состоит критерий оптимальности опорного решения;

○ уметь решать ЗЛП симплекс-методом;

o знать особые случаи симплекс-метода (альтернативность, вырожденность, неразрешимость), уметь их распознавать в симплекс-таблице;

o иметь представление о правилах построения двойственной задачи;

o уметь строить двойственную задачу к ЗЛП в канонической форме и к ЗЛП в симметричной форме;

o знать экономический смысл переменных двойственной задачи на примере задачи планирования производства;

o формулировать теоремы теории двойственности, иметь представление об их экономическом смысле;

o уметь использовать теоремы двойственности для решения ЗЛП.

Обратим внимание на то, что формулирование диагностичных целей учитывает, с одной стороны, специфику изучаемой дисциплины и одного из ее разделов, а также отражает российские традиции. В иерархии целей представлен уровень «иметь представление», отсутствующий в работе [2]. Так, задаваемое требование позволяет развивать общую математическую культуру, расширяет кругозор, задает возможное направление самообразования для студентов с высоким уровнем познавательной активности и способных к самостоятельному углублению знаний. К уровню «знать» относится «уметь формулировать», «уметь записывать». Уровни «понимать смысл» и «сознательно использовать» трансформируются в «уметь решать», «уметь использовать», «уметь строить».

Перейдем к постановке целей одного из практических занятий. В требованиях к уровню усвоения содержания раздела к этому занятию относятся пункты:

o уметь четко формулировать ЗЛП, знать ее структуру и основные определения;

o уметь решать ЗЛП графически;

o иметь представление об анализе ЗЛП на чувствительность;

o иметь представление о методологическом значении графического решения ЗЛП.

Приведем фрагмент технологического описания занятия, относящийся к постановке целей.

Дисциплина «Математика», раздел «Линейное программирование».

Тема занятия: Графическое решение ЗЛП.

Целевая аудитория: студенты экономического факультета, II курс.

Цель занятия (направляющая цель):

Изучение студентами различных способов решения ЗЛП.

Дидактическая задача (грубая цель):

Практическое усвоение студентами графического способа решения ЗЛП.

Диагностируемые цели (тонкие цели):

Студент должен:

- уметь записывать ЗЛП и формулировать ЗЛП в словесной форме;
- знать структуру ЗЛП и давать определения допустимого плана, допустимого множества, оптимального плана;
- формулировать алгоритм графического решения ЗЛП;
- уметь решать ЗЛП, следуя алгоритму, и грамотно записывать ответ для случаев разрешимой и неразрешимой ЗЛП;
- уметь прогнозировать виды ответов в зависимости от вида допустимого множества;
- научиться выдвигать гипотезы относительно решения ЗЛП в n-мерном случае;
- иметь представление о методологическом значении графического решения ЗЛП;
- уметь анализировать ЗЛП на чувствительность при варьировании данных задачи;
- иметь представление о возможности моделирования такого анализа на компьютере.

Эти цели относятся к категории когнитивных. Не менее важны цели аффективные, т. е. относящиеся к эмоциональной, волевой и мотивационной сферам, а также психомоторные, относящиеся к области моторики. Сюда можно отнести требование делать аккуратные чертежи, как с использованием линейки, так и от руки, и понимать значение не только правильного, но и аккуратного чертежа для решения задачи. К аффективым целям относится развитие восприятия графической информации, как ее статической части (допустимое множество), так и динамической (переход от одной линии уровня к другой). Выдвижение гипотез относительно решения ЗЛП в n-мерном случае дает студенту возможность почувствовать себя создателем нового знания. Обсуждение этих гипотез позволяет вызвать интерес студентов к методологическим проблемам математики. Конечно, не стоит рассчитывать на массовый интерес студентов-экономистов к таким проблемам, но и нельзя пренебрегать возможностью заинтересовать хотя бы одного студента. К сожалению, в силу различных причин аффективным целям часто не придают значения и в явном виде их не формулируют.

Само понятие «диагностируемые цели» предполагает необходимость и возможность оперативного контроля их достижения. Для этого используются различные формы контроля. По теме «Графическое решение ЗЛП» хорошо зарекомендовали себя письменный блиц-тест, аудиторная самостоятельная работа с индивидуальными заданиями, домашняя контрольная работа, содержание которой состоит в записи данных учебной задачи с экономическим содержанием в таблицу, составлении математической модели задачи с подробным описанием переменных, смысла ограничений, целевой функции, решении задачи графическим способом, записи ответа в содержательных терминах задачи. Эта контрольная работа проверяет усвоение двух тем: «Построение математической модели задачи» и «Графическое решение задачи». К необязательным, выполняемым по желанию, относятся работы, связанные с анализом ЗЛП на чувствительность при варьировании данных задачи, оформляемые как рефераты. Лучшие работы докладываются авторами на занятиях в группе.

Проектирование преподавателем диагностируемых целей практического занятия, в сущности, решает ряд основных проблем планирования этого занятия. Во-первых, формулировка диагностируемых целей фактически представляет собой развернутый план занятия, его содержание, в соответствии с которым преподаватель отбирает задачи для решения. Важно, чтобы выбор задач был репрезентативный, т. е. обеспечивал весь спектр возможных случаев графического решения ЗЛП и, по возможности, исключал возможные заблуждения студентов. Во-вторых, преподаватель планирует виды деятельности студентов, адекватные поставленным целям. Студентам предлагается решить «готовую» задачу, а затем проанализировать, как варьирование данных задачи отражается на ее решении. Умение анализировать задачу на чувствительность свидетельствует о более высоком уровне усвоения графического способа решения ЗЛП. Управление учебной деятельностью студентов осуществляется соответствующей постановкой вопросов, стимулирующих студентов к открытию нового для себя знания. Особенно это касается выдвижения гипотез относительно решения ЗЛП в n-мерном случае. И, наконец, преподаватель разрабатывает систему контроля усвоения учебного материала темы, которая была описана выше.

Таким образом, «тонкие» цели обучения (требования к уровню усвоения студентами материала темы практического занятия) выступают средством управления учебной деятельностью студентов.

Библиографический список

1. Татур, Ю.Г. Образовательный процесс в вузе. Методология и опыт проектирования [Текст]. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
2. Мелиценек, А. Инженерная педагогика [Текст]. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998.

© Е.И. Щукин (ЯрГУ)

Вычисление площадей плоских фигур методом Монте-Карло (методические аспекты)

Сама идея вычисления площадей плоских фигур (в частности, криволинейных трапеций) методом Монте-Карло не нова и основана на известном из теории вероятностей геометрическом определении вероятности события, что можно пояснить, например, решением следующей классической задачи:

«Случайным образом взяты два положительных действительных числа, каждое из которых не превосходит 2. Найти вероятность P того, что произведение $x*y \le 1$, а частное $y/x \le 2$».

Применяя геометрическое определение вероятности события и проведя соответствующие построения, убеждаемся, что вероятность указанного события есть отношение площадей некоторой фигуры (составленной из обычного треугольника и криволинейной трапеции) и квадрата (со стороной 2).

Результат вычисления – после применения формулы элементарной математики и математического анализа – дает результат $P=0,38$.

А если нам вычислить эту вероятность как-то иначе? Например, методом Монте-Карло – переходом от относительной частоты события к его статистической вероятности – с использованием написанной на языке Бейсик следующей программы:

ВМР 11

```
10    REM СЛУЧАЙНАЯ ПАРА ЧИСЕЛ
20    INPUT «ВВЕДИТЕ ЧИСЛО N”; N
30    A=0
```

```
40      M=0
50      FOR I=1 TO N
60      XI=2*RDM(1)
70      YI=2* RDM(1)
80      TI=XI*YI
85      LI=YI/XI
90      IF TI<=1 AND LI<=2 THEN 100 ELSE 110
100     M=M+1
110     A=A+1
120     NEXT I
130     W=M/N
140     PRINT "W="; W
150     END
```

Результаты:

N=100	W=0.4
N=1000	W=0.396
N=1000000	W=0.384264
N=10000000	W=0.3849506

Тогда мы сможем указать площадь фигуры, составленной из треугольника и криволинейной трапеции, которая есть 0,38*4=1,52.

Таким образом, задача о вычислении площади – например, некоторой плоской фигуры – может быть переформулирована в терминах теории вероятностей, и в программе для решения задачи осталось добавить переход от статистической вероятности к вычислению площади (в указанном выше случае добавить умножение найденной вероятности на 4 – площадь квадрата со стороной 2).

Рассмотрим несколько примеров.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x*x$ и $y=2/(1+x*x)$.

Переформулированное условие этого примера выглядит так: «Случайным образом взята пара действительных чисел $(x;y)$: $-1\le x \le 1$; $0\le y \le 1$. Вычислив статистическую вероятность того, что: $y(1=x*x) \le 2$; $y\ge x*x$, получить затем площадь фигуры, ограниченной указанными линиями».

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x*x$; $y=\sqrt{4}-x*x$; $y=0$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x*ln(x)$; $y=0$; $x=e$.

Заметим, что подобных примеров на вычисление площадей плоских фигур можно составить достаточно много. Решая их методами математического анализа (с этой точки зрения мы видим выше 3 основных метода интегрирования – непосредственное, замена переменной, интегрирование по частям) и методом Монте-Карло, мы укажем возможности этих методов в их сравнении, что подчеркнет всеобщность метода Монте-Карло.

© М.А.Сивов (с.ш №75, г. Ярославль)

Математическая статистика в педагогике

В условиях реформирования российского общества, а также среднего и высшего образования всё большую важность приобретает владение педагогом в своих исследованиях и повседневной работе методами математической статистики. При подготовке и переподготовке педагога-специалиста наблюдается возрастание потребности обучения его методам статистического анализа.

Особо внимание следует обратить на основные понятия математической статистики и на конкретные примеры, наглядно демонстрирующие простоту и эффективность использования данных методов в педагогической деятельности.

Педагог должен ориентироваться в статистических закономерностях, знать общие категории, принципы и методологию статистического анализа, осуществлять статистическую обработку полученных в ходе психолого-педагогического исследования данных. Такие требования к учителю призваны изменить взгляд на сущность педагогического образования, основой которого должна стать не только передача знаний, формирование умений и навыков, но и профессионально-личностное развитие учителя.

При изучении проблем психологии и педагогики для получения объективных данных о результатах проведенного исследования все чаще применяются методы математической статистики. С их помощью решаются различные задачи: количественная обработка накопленного эмпирического материала, получение новых, дополнительных данных, обоснование научной организации исследования.

Таким образом, актуальность поставленной проблемы обуславливается:

- потребностью школы в учителях-профессионалах, обладающих высоким уровнем профессионально-педагогической культуры;

- недостаточной разработанностью методологических принципов применения статистических методов и анализа данных результатов психолого-педагогического исследования в современной педагогике.

При решении задачи формирования математической культуры педагога важно показать, что:

- Математическая статистика - это раздел математики, посвященный методам сбора, анализа и обработки статистических данных для научных и практических целей.
- Статистические данные представляют собой информацию, полученную в результате обследования большого числа объектов или явлений; следовательно, математическая статистика имеет дело с массовыми явлениями.
- Современная математическая статистика подразделяется на описательную и аналитическую статистику.
- Описательная статистика охватывает методы описания статистических данных, представления их в форме таблиц, распределений и т.п. Эти данные могут быть либо количественными, либо качественными.
- Предметом аналитической статистики является обработка данных, полученных в ходе эксперимента, и формулировка выводов, имеющих прикладное значение для самых различных областей человеческой деятельности.

Теоретическое описание методов и возможностей математической статистики должно подкрепляться демонстрацией конкретных примеров их практического применения в педагогике и психологии.

Приведём пример. Результаты изучения творческой активности студентов для экспериментальных и контрольных групп приведены в таблице.

Уровень усвоения	Частота в экспериментальной группе	Частота в контрольной группе
Хороший	172 чел.	120 чел.
Приблизительный	36 чел.	49 чел.
Плохой	15 чел.	36 чел.
Объём выборки	n_1=172+36+15=223	n_2=120+49+36=205

Являются ли значимыми различия между контрольной и экспериментальной группами?

Для ответа на поставленный вопрос используйте критерий Колмогорова-Смирнова.

Для применения выбранного критерия вычислим относительные частоты f для двух имеющихся выборок. Кроме того, определяется модуль разности соответствующих относительных частот для контрольной и экспериментальной групп. Учитывая, что относительная частота равна частному от деления частоты на объём выборки, перепишем имеющуюся таблицу следующим образом:

Относительная частота экспериментальной группы ($f_{эксп}$)	Относительная частота контрольной группы ($f_{контр}$)	Модуль разности частот $\lvert f_{эксп} - f_{контр} \rvert$
172/223≈0.77	120/205≈0.59	0.18
36/223≈0.16	49/205≈0.24	0.08
15/223≈0.07	36/205≈0.17	0.1

Далее среди полученных модулей разностей относительных частот следует выбрать наибольший модуль, который обозначается d_{max}. В рассматриваемом примере 0.18>0.1>0.08, поэтому $d_{max}=0.18$.

Экспериментальное значение критерия $\lambda_{эксп}$ определяется с помощью формулы:

$$\lambda_{эксп} = d_{\max} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}.$$

Чтобы сделать вывод о схожести по рассматриваемому признаку между двумя группами, сравним экспериментальное значение критерия с его критическим значением, определяемым по специальной таблице, исходя из уровня значимости. В качестве нулевой гипотезы примем утверждение о незначительном отличии сравниваемых групп. При этом нулевую гипотезу следует принять в том случае, если наблюдаемое значение критерия не превосходит его критического значения.

$$\lambda_{эксп} = 0.18 \cdot \sqrt{\frac{223 \cdot 205}{223 + 205}} \approx 1.86.$$

Считая, что $\alpha = 0.05$, по таблице определяем критическое значение критерия: $\lambda_{критич}(\alpha = 0.05) = 1.36.$

Следовательно, $\lambda_{эксп} = 1.86 > 1.36 = \lambda_{критич}$. Значит, нулевая гипотеза отвергается, и группы по рассмотренному признаку отличаются существенно.

Таким образом, математическая статистика является важным компонентом психолого-педагогических исследований. Поэтому внедрение и демонстрация её методов среди педагогов-практиков и студентов педагогических вузов целесообразны и являются актуальной и важной задачей.

Библиографический список

1. Афанасьев, В.В. Теория вероятностей в вопросах и задачах [Текст]. – Ярославль: ЯГПУ, 2004.
2. Кордемский, Б.А. Математика изучает случайности [Текст]. – М: Просвещение, 1975.
3. Лютикас, В.С. Школьнику о теории вероятностей [Текст]. – М: Просвещение, 1983.
4. Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и её приложения [Текст]: в 2-х т. – М.: Мир,1967.

© Т.М. Корикова, © И.В. Суслова

Формирование системного стиля мышления студентов на занятиях по методике обучения математике

С давних пор в педагогической литературе ставился вопрос: чему и как учить? Обсуждение этого вопроса является ключевым моментом при изучении в педагогическом вузе теории и методики учебных предметов. Организация методической подготовки учителей - далеко не легкая задача, требующая постоянного совершенствования в различных направлениях. В настоящее время в педагогических исследованиях, посвященных исследованию процесса обучения, большое внимание уделяется деятельностному подходу в обучении и раскрытию возможностей указанного подхода для формирования системной ориентации в учебном предмете как способе мышления. В данной статье делается попытка исследовать возможности совершенствования теоретической и методической подготовки будущих учителей математики, направленные на формирование системного стиля их мышления.

Процесс обучения - системный объект, в котором во взаимосвязи выступают его основные компоненты, такие как цель, содержание, формы, методы, средства обучения и результат. Все компоненты системы взаимосвязаны через деятельность, целью которой является решение конкретных учебных задач.

Деятельностный подход в обучении предусматривает рассмотрение всех компонентов системы с деятельностных позиций. В таком случае обучение не сводится только к акцентированию содержания усваиваемого предметного знания, появляется необходимость выделения тех видов деятельности, которые должны быть усвоены; методы, средства обучения выбираются не только по особенностям передачи информации, но также с учетом особенностей формируемой деятельности.

Сама деятельность в обучении также рассматривается системно: мотивационная, целевая, познавательная, исследовательская, оценочная, коррекционная. Использование разных видов деятельности при изучении курса методики математики (а именно, познавательной, исследовательской, оценочной, коммуникативной и др.), во-первых, способствует осознанию того, что изучаемый курс является системным объектом, а во - вторых, формирует системный стиль мышления студентов.

Выделим два аспекта программы по методике обучения математике:

1-й (знаниевый) включает содержание предметных знаний из науки математики, адаптированное на ученика; основные теоретические знания по методике обучения математике; знания об основных видах и формах деятельности учащихся, через которые предметные знания формируются.

2-й включает овладение теми видами деятельности, которые необходимы для решения профессиональных задач, формирование и развитие способностей в направлении будущей деятельности.

Оба аспекта программы взаимосвязаны. Первый из них направлен на построение теоретических основ учебного предмета методики обучения математике. Второй направлен на усвоение умений, необходимых для выполнения соответствующих действий осваиваемой деятельности, совокупность которых и составляет умение осуществлять ее в дальнейшем. В целом аспекты программы направлены на совместное взаимодействие преподавателя и студента по системному анализу предмета.

Таким образом, можно сказать, что программа учебной дисциплины «методика обучения математике» выступает в единстве теоретических знаний и тех видов деятельности, которые усваиваются в процессе учения.

Состав и характер видов деятельности, которые должны быть усвоены студентом при изучении курса методики обучения математике, в программе, как правило, не прописаны. Их содержание формулируется через учебные задания к практическим занятиям, структура выполнения которых обеспечивает как формирование, так и усвоение приемов работы учителя.

Выделим те дидактические приемы - как виды деятельности учителя математики, формирование которых происходит на практических занятиях:

- выделение темы, раздела программы, выяснение ее связи с ранее изученным материалом, проведение системного анализа темы (раздела);
- изложение материала, его визуализация, необходимость символьных пояснений, выделение логических связей;
- создание проблемных ситуаций для активизации внимания, познавательной деятельности учащихся;
- проведение поиска доказательства теоремы на основе метода системного анализа;
- проведение поиска решения задач, исследование полученных решений на основе метода системного анализа;
- выделение типов задач, способствующих усвоению теоретических знаний и способов решения задач;
- выделение умений, которые должны быть сформированы у учащихся при изучении темы и которые будут востребованы при решении содержательных задач либо задач, содержащих субъективно новые для учащихся приемы рассуждения;
- подбор дифференцированных заданий для проведения урока, какого – либо контролирующего мероприятия, обоснование критерия оценивания предлагаемого задания;
- представление результатов работы над конспектом урока (проектом изучения раздела, темы, блока уроков) в текстовой или вербальной форме на занятии;
- представление учебного материала для проведения элективного курса по предмету (рецензирование осуществляется преподавателем).

Указанные виды деятельности связаны с особенностями восприятия учебной информации студентом, особенностями использования этой информации и ее представлением в учебном процессе с учетом психологии восприятия материала учениками соответствующей возрастной группы. В процессе проведения практических занятий по методике обучения математике выше – указанные действия у студентов могут быть сформированы при их активной познавательной позиции.

В своей работе «Психодидактика высшей школы» Ю.Г.Фокин отмечает, что среди действий преподавателя, составляющих содержание преподавания, можно выделить следующие три группы: направление действий студентов (указание содержания информации, подлежащей усвоению, указание источников информации, рекомендации по очередности и методикам изучения); контроль хода учения; информирование и консультирование. Поскольку студенты самостоятельно выбрали свой профиль в образовании, то ведущей должна быть первая группа действий.

Однако практика показывает, что уровень сформированности учения как деятельности у студентов разный. В зависимости от того, как студенты могут самостоятельно планировать и осуществлять свою учебную деятельность, структура действий преподавателя меняется. Так, в работе [2] предлагается использовать три вида преподавания:

- предписывающее (информирующее),
- поддерживающее (консультирующее),
- направляющее (руководство).

Фактически при изучении курса методики обучения математике используются все три указанных вида преподавания.

Курс общей методики обучения математике раскрывает основы методической системы. Особое место в нем занимает системный анализ основных дидактических единиц: понятия, теоремы, особенности, определяющие их взаимодействие, типы связей, блоки задач, выступающие как форма представления системного объекта в разных вариантах. На наш взгляд, если у будущего учителя математики будет сформирован ориентировочный образ системных основ методики обучения, то ему легче ориентироваться как в частных методиках, так и на разных уровнях обучения в школе или учебных заведениях другого типа.

В период изучения студентом курса общей методики обучения математики потребность изучения этой дисциплины студентами еще не осознана, кроме того, здесь закладываются теоретические основы, поэтому доминирующий вид преподавания - информирующее. Действия преподавателя направлены на разъяснение потребностей изучения дисциплины, развитие интереса, стимулирование, мотивации овладения знаниями и ориентировочной основой действий методики работы с основными дидактическими единицами. При изучении частных методик большую значимость приобретает самостоятельная деятельность студентов. Действия преподавателя направлены на поддержание мотивации, оказание помощи в целеполагании, составлении плана деятельности по проведению анализа учебных тем, консультирование при выполнении наиболее трудных, требующих творческого подхода и эрудиции заданий по подбору учебного материала и др. Здесь в основном используется консультирующий (поддерживающий) вид преподавания. В процессе работы происходит совместное системное взаимодействие преподавателя и студентов. В итоге можно надеяться, что это приведет к формированию у студентов убеждений и готовности к выполнению профессиональной деятельности, расширению их эрудиции и общего развития.

Третий вид преподавания наиболее характерен на этапе выполнения студентами курсовых и выпускных квалификационных работ.

Структура деятельности усвоения, построенная на принципах системного анализа, не является произвольной. Немаловажное значение имеет форма заданий, которые формулируются преподавателем. Естественно, что на занятиях по методике характер заданий различен и они по-разному влияют на активность работы студентов.

В данной статье обратим внимание на такие виды учебно-методических заданий (УМЗ), которые раскрывают студенту схему деятельности по:

- формированию понятия; доказательству математического утверждения; анализу учебной темы школьного курса математики;

-решению познавательных и прикладных задач и др.

Проиллюстрируем действия преподавателя при работе с теоремой в курсе общей методики обучения математике на этапе *информирущего* преподавания. Дидактическая цель: предъявить состав деятельности, направленной на обеспечение усвоения теоремы школьниками.

Теорема. *Биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.*

Актуализация знаний (повторение опорного материала)

Мотивация изучения теоремы (создание проблемной ситуации)

В каком отношении биссектриса делит основание равнобедренного треугольника? (Так как биссектриса в равнобедренном треугольнике является и медианой, то она делит основание пополам). Будет ли делить боковую сторону пополам биссектриса, проведенная из угла при основании равнобедренного треугольника? Нельзя ли установить, в каком отношении биссектриса угла в произвольном треугольнике делит противоположную сторону?

Раскрытие содержания теоремы

Чтобы учащиеся могли самостоятельно открыть содержание теоремы и сформулировать её, предлагаем им выполнить *практическую работу* (групповая форма работы).

Задание по группам. Начертите треугольник ABC, в котором AB=6 см, BC=8 см и угол ABC равен: а) 90^0 (I группа), б) 50^0 (II группа), в) 120^0 (III группа). Постройте биссектрису BD. Измерьте отрезки AD и DC. Найдите отношениеAD:DC и сравните его с отношением длин сторон AB и BC.

В результате обсуждения выдвигают гипотезу: «Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, отношение длин которых равно отношению сторон, прилежащих к ним»

Мотивация необходимости доказательства теоремы

Нельзя выполнить абсолютно точных построений и вычислений. Высказанная гипотеза подсказана опытом. Ее истинность или ложность устанавливается с помощью доказательства.

Учителем формулируется теорема (в категоричной форме).

Работа над структурой теоремы

Учащимся предлагаются следующие вопросы и задания:

1. Сформулируйте теорему в виде условного предложения.

2. Какие треугольники рассматривались для проведения измерений? (Выделяется разъяснительная часть теоремы – теорема рассматривается на множестве произвольных треугольников).

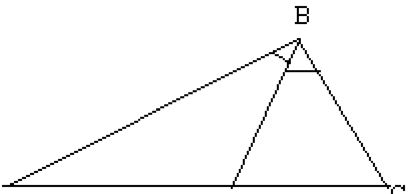
3. Что входит в условие теоремы?

4. Что входит в заключение теоремы (что обнаружилось в процессе измерения и наблюдения)?

5. Установите, теорема простая или сложная (сколько условий входит в условие и заключение теоремы)

6. Свойство или признак биссектрисы треугольника выражает рассматриваемая теорема? (Так как термин «биссектриса» входит в условие теоремы, то она выражает *свойство* биссектрисы угла треугольника).

Выполнение чертежа и краткая запись условия теоремы



Дано: ΔАВС, ВД - биссектриса

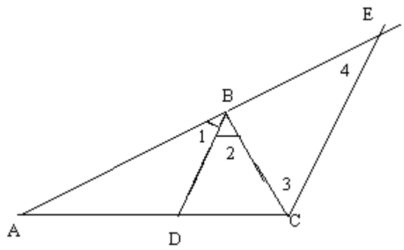
Доказать: $\dfrac{AD}{DC} = \dfrac{AB}{BC}$

Поиск доказательства теоремы

Аналитическое рассуждение

1. Из каких теорем можно получить равенства отношений отрезков? (Признаки подобия треугольников, теорема о свойстве пересекающихся хорд, теорема о пропорциональных отрезках и др.)

2. Какую фигуру надо рассмотреть, чтобы использовать теорему о пропорциональных отрезках? (Угол ВАС, отрезки первого отношения лежат на стороне АС этого угла).



3. Какое дополнительное построение позволит применить теорему о пропорциональных отрезках? (обсуждается проведение параллельных прямых через концы отрезков AD и DC).

3. Равенство отношений каких отрезков можно теперь установить? (AD:DC=AB:BE).

4. Сравнив равенство, которое требуется доказать, и установленное равенство, сделайте вывод о том, что остается доказать? (Доказать, что BC:BE).

5. Как «удобнее» доказать равенство отрезков BC и BE? (Достаточно доказать, что треугольник CBE – равнобедренный).

6. Как доказать, что треугольник CBE равнобедренный? (Доказать равенство углов 3 и 4).

7. Выделите равные углы при параллельных прямых DB и CE и секущих AE и BD.

Составление плана доказательства

1. Выполнение дополнительного построения.

2. Применение теоремы о пропорциональных отрезках.

3. Доказательство того, что вспомогательный треугольник является равнобедренным.

4. Обоснование равенства, содержащегося в заключении доказываемой теоремы.

Запись доказательства теоремы (синтез)

Закрепление теоремы

Учащимся могут быть представлены следующие задания:

1. Сформулируйте теорему.
2. Выделите в теореме условие и заключение.
3. К каким фигурам применима теорема?
4. Сформулируйте теорему в условной форме.
5. Составьте план доказательства теоремы.
6. Выделите базис доказательства теоремы (опорные определения, теоремы).
7. Проведите доказательство теоремы при новом расположении чертежа (другой вид треугольника, другие обозначения).
8. Примените теорему для решения предложенных задач (даются задачи на прямое применение теоремы, на готовых чертежах, задачи, соответствующие различным уровням усвоения, в том числе на применение теоремы в нестандартной ситуации).

Формулирование обратного утверждения, обобщение, конкретизация

1. Сформулируйте обратную теорему – признак биссектрисы угла треугольника и докажите её (рассмотренное доказательство обратимо). Какие способы установления того, что отрезок является биссектрисой угла, теперь вам известны?
2. Сформулируйте и докажите теорему о свойстве биссектрисы внешнего угла треугольника. При соответствующем обозначении углов схема рассуждения остается той же.
3. Всегда ли биссектриса внешнего угла треугольника пересекает продолжение противоположной стороны?
4. Сформулируйте свойство биссектрисы внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника (конкретизация теоремы). Предложите различные способы доказательства (базируются на различных приемах доказательства параллельности прямых).
5. Обобщите свойство и признак биссектрисы внутреннего и внешнего углов треугольника в одной теореме.
6. Составьте структурную схему доказательства теоремы (графсхему), отражающую связи при доказательстве прямой и обратной теоремы.

7. Докажите теорему методом площадей, методом подобия, предложите другие доказательства.

Итак, в соответствии с поставленной целью студентам предъявлены для усвоения действия, составляющие дидактический анализ теоремы. Эти действия можно объединить в группы, тем самым выделив состав нескольких видов деятельности будущего учителя по работе с любой теоремой.

Учебно-методические задания могут быть поданы в виде таблиц. Таблицы представлены как системные объекты с указанием цели, объекта, средства, состава деятельности и результата.

Таблица 1

УМЗ: *Схема деятельности по дидактическому анализу теоремы.*

Цель: Осознать деятельность по обучению школьников доказательству теоремы.

Объект: теорема школьного курса геометрии.

Средства: метод системного анализа.

Вид деятельности	Состав деятельности
I. Деятельность по *актуализации знаний и умений*, необходимых для овладения теоремой	- Выделите знания и умения, на которых базируется доказательство теоремы; - выделите вспомогательные утверждения задачи, которые войдут в доказательство теоремы (подсистемы); - определите формы работы по актуализации знаний и умений.
II. *Мотивационная* деятельность	- Подберите задачу для создания проблемной ситуации; - покажите преимущества владения новым знанием; - выделите стимулы развития познавательного интереса, наиболее действенные при изучении данной теоремы.
III. Деятельность *по логико-математическому анализу* теорем	- Сформулируйте теорему в виде условного предложения; -структурируйте формулировку теоремы, выделив разъяснительную часть, условие и заключение; - в случае сложной теоремы установите, сколько условий (заключений) в теореме и в какой логической форме установлена взаимосвязь между ними; - сформулируйте обратные и противоположные предложения и установите их истинность
IV. Деятельность *по раскрытию содер-*	- Включите учащихся в практическую работу, устанавливающую зависимость между объектами и их

жания теоремы и подведению к самостоятельному её формулированию школьниками.	свойствами, условиями и заключениями теоремы на одном или нескольких частных примерах; -организуйте обобщение наблюдений учащихся конкретными случаями, выработку гипотезы; - обоснуйте необходимость дедуктивного доказательства; - сформулируйте теорему.
V. Деятельность *по моделированию* в образах, рисунках, записях.	- Отобразите на чертеже объекты и отношения между ними согласно условию и требованию теоремы; - расчлените целостный чертеж на части, в соответствии с выделенными в анализе условиями подсистемами; - выделите на чертеже и укажите постоянные свойства объекта и те, которые могут варьироваться; -после завершения доказательства теоремы постройте граф – схему доказательства.
VI. Деятельность *по поиску доказательства теоремы.*	- Выделите основные геометрические понятия и отношения в условии и заключении теоремы; - разбейте условие теоремы на части (подсистемы) относительно рассматриваемых объектов (при необходимости преобразовать доказываемый тезис или заменить его равносильным); - выделите взаимосвязи и взаимоотношения объектов (одни и те же объекты включите в различные системы связей и отношений между ними). - определите связи между элементами частей; - определите последовательность действий при доказательстве теоремы на основе установленных в процессе анализа связей. Сделайте выбор средств доказательства теоремы на основе проведенного анализа; - проведите синтез (запись доказательства теоремы).
VII. Деятельность *по организации применения теоремы.*	- Выделите набор задач по готовым чертежам на первичное применение теоремы; - выделите набор разноуровневых задач на применение теоремы, включив задачи с практическим содержанием.
VIII. Деятельность *по коррекции и контролю за усвоением теоремы.*	- Составьте последовательность вопросов, заданий, определяющих уровень усвоения теоремы; - разработайте содержание разноуровневых самостоятельных работ для организации дифференцированного подхода на этапе контроля.

Результат: умение проводить дидактический анализ теоремы.

Учебно – методические задания выполняют различные функции:

- фиксируют предметное содержание, которое необходимо усвоить;
- представляют развернутый план деятельности, освоение которой планируется программой дисциплины;
- планируют деятельность по работе с задачным материалом;
- формируют понимание системного характера действий по усвоению знаний, умений, видов деятельности;
- способствуют осмыслению и проведению рефлексии как средства понимания и управления собственной деятельностью;
- служат средством контроля выполняемой деятельности.

Таблица 2

УМЗ: **Схема деятельности по анализу учебной темы курса математики.**

Цель: изучить учебный материал темы и освоить деятельность по проведению анализа.

Объект: тема школьного курса математики.

Средства: метод системного анализа, школьные учебники по математике, методические пособия для учителя, дидактические материалы.

Состав деятельности	- Сформулируйте роль темы в структуре школьного курса математики, мотивацию её изучения учащимися. - Выделите основные понятия, установите их логическую связь с ранее изученным материалом, раскройте структуру определений понятий. - Выделите свойства новых понятий. - Выделите признаки понятий. - Выделите теоретическую базу доказательств, приведенных в учебнике, оцените степень строгости доказательств, приведите другие возможные доказательства. - Выполните анализ математических задач по теме (см. 1) - Выделите методы изучения теоретических основ темы, методы и приемы решения задач. - Постройте систему текущего и итогового контроля темы; выделите знания и умения, сформированность которых проверяется через задачный материал на этапе итогового контроля, выработайте корректирующие воздействия и способы их реализации. - Исследуйте возможности расширения и углубления знаний по теме через задачный материал.

	- Предложите примеры задач прикладного характера на применение изученного материала. - Выберите средства обучения.

Результат: умение проводить анализ учебной темы школьного курса математики.

Выполнение учебно - методических заданий позволит создать образ системных основ методики, а в целом – системный стиль мышления студентов.

Библиографический список

1.Корикова, Т.М., Суслова, И.В.Формирование системного стиля мышления студентов как условие профессионализации усваиваемых знаний [Текст] // Труды третьих Колмогоровских чтений. – Ярославль: ЯГПУ, 2005.

2. Фокин, Ю.Г. Психодидактика высшей школы [Текст]. – М.: Изд-во МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2000.

3.Формирование системного мышления в обучении [Текст]: учебное пособие для вузов / под ред. З.А. Решетовой. – М.: ЮНИТА-ДАНА, 2002.

© Т.Н. Карпова, © И.Н. Мурина (ЯГПУ)

Организация когнитивного опыта в процессе наглядного обучения математике

Процесс обучения – это деятельность, где в результате материального или материализованного действия (речевого, перцептивного, умственного) формируется модель существенных, опорных признаков изучаемого объекта согласно поставленной цели. Чему бы ни учить, каким бы способом ни учить, мы прежде всего обращаемся к органам чувств обучаемого. При этом в работу прежде всего включаются его ощущения и восприятие и только затем – запоминание, установление ассоциаций, осмысление, творческая переработка информации. Процесс обучения развертывает систему знаний в линейную последовательность, которая растянута во времени. С учетом этой закономерности возникает необходимость строить обучение так, чтобы развертка системы знаний вновь была свернута уже в памяти обучающегося.

Своеобразные психические механизмы (ментальные структуры) в процессе обучения обеспечивают возможность получения информации, ее преобразования и управления переработкой. Ментальные структуры также обеспечивают избирательность интеллектуальной деятельности и лежат в основе понятия ментального опыта. Чаще всего опыт мы отождествляем с имеющимися знаниями, умениями, навыками, с памятью. В книге [1] отмечается, что ментальный опыт одновременно содержит и прошлое человека (в виде накопленных на определенный момент времени ментальных структур), и настоящее (в виде ментальных новообразований), и будущее.

Когнитивный опыт - составная часть ментального, это ментальные структуры, которые обеспечивают хранение, упорядочивание и трансформацию наличной и поступающей информаций.

В состав когнитивного опыта входят способы кодирования информации, когнитивные схемы, архитипические структуры, семантические и понятийные структуры.

В процессе наглядного обучения каждая составляющая когнитивного опыта находит свое отражение в соответствующих видах наглядности.

Существенно важным для теории обучения и организации учебного процесса является вопрос об оптимизации объема восприятия и движения информации. Без необходимого, обоснованного распределения и направления не соответствующий объему поток информации может привести к тому, что его содержание не будет оптимально переработано и превращено в знания студентов.

В учебном процессе большое значение имеет выражение содержания информации через определенную знаковую систему. Оптимальность кодового применения информации характеризуется необходимой четкостью выражения при достаточно высокой информационной емкости сообщения. Сообщаемая студенту информация может превратиться в знания, а может – нет. Зависит это прежде всего от того, насколько дидактически подготовлены условия такого превращения.

Степень восприятия учебной информации пропорциональна степени автоматизма применения ее кодирующих средств. Учебная информация передается при помощи условных сигналов, расположенных в определенной последовательности. Все параметры и значения этих сигналов находятся в изоморфном соответствии с содержанием и степенью абстрагирования информации. Порядок и форма установления такого соответствия и представляют собой кодирование.

Учебный процесс связан не только с кодированием, но и с перекодированием, которое является фактором опосредованной переоценки содержания, знания, ценности информации, а также средством перехода к более высокому уровню познания.

Главной стороной учебной информации является содержательная, семантическая сторона, оценка конкретных целей и задач данного конкретного раздела предмета изучения. Эта сторона информации в процессе обучения всегда требует установления связи и отношений между формой кодирования, мыслями, действиями. За каждым символом информации должно стоять его реальное значение, смысл познания.

Процесс мышления человека происходит в результате согласования сложной ситуации (новой ситуации) с имеющимися стереотипными структурами, т.е. основан на наличии в памяти определенным образом материализованного набора разнообразных фреймов, которые позволяют осознавать зрительные образы, понимать речь, рассуждения, доказательства, разные действия. Выбор нужного фрейма из имеющегося набора фреймов, сформированных в результате обучения, зависит от мотивационных потребностей человека. Фрейм можно представить себе как след некоторого знания об окружающем мире, остающийся в мозгу человека.

Опорой для внутренних действий обучаемого являются остаточные фреймы, устойчиво сохраненные в его памяти. Там, где степень абстрактности высока, обращение к чувственному восприятию дает, как правило, неглубокий, поверхностный взгляд на объект восприятия, не позволяет понять до конца сущность явления. Так, например, при обучении математике студентам предлагаются для непосредственного восприятия внешние опоры для внутренних действий (материализованная деятельность), но чем больше степень абстрактности изучаемого материала, тем больше возрастает роль внутренних опор, тем больше роль остаточного фрейма в нейронном поле мозга, сформированного ранее в процессе преподавания.

При наглядном обучении важно найти способ выделения существенного в плане восприятия в чувственно представленном материале. Использование наглядности в процессе обучения математике в вузе выражает непременное условие начального целостного раскрытия внешних признаков и свойств изучаемого объекта. Важной функцией наглядности является образование представлений, которые кладутся в основу понятий, обеспечение связи наблюдаемых признаков и создаваемых представлений с сознательным и глубоким пониманием существа предмета изучения.

Одной из основных тем курса элементарной математики является тема «Модуль действительного числа». Понятие модуля используется в математическом анализе, алгебре, геометрии, физике. Несмотря на то, что задачи, в условии которых содержится переменная под знаком модуля, решались на подготовительных курсах, в вводном курсе математики срезовые работы в начале второго семестра по проверке остаточных знаний на I и II курсах свидетельствовали о том, что у большинства студентов когнитивный опыт не организован, предложенные задачи студенты решали в основном с использованием определения, метода интервалов. Они практически не использовали свойства модуля суммы, произведения, геометрическую интерпретацию, графики, не искали рациональных способов решения задач. По сравнению с результатами контрольной работы первого семестра по данной теме у 55 % студентов результаты остались на прежнем уровне, улучшили результат – 27,5 %, ухудшили – 17,5 %. Цифровые данные говорят о том, что математические представления у студентов возникли в учебном процессе как формальные копии исходного носителя информации. Значит, процесс формирования математического знания должен быть так организован, чтобы фиксированный памятью материал постепенно в связи с различными способами кодирования информации, связанный ассоциативно с другими знаниями, оставался бы надолго прочным приобретением.

При дальнейшем изучении элементарной математики знания о модуле должны актуализироваться и становиться востребованными в новых ситуациях: решить задачу различными способами, проанализировав их с точки зрения рациональности, оформить решения, приведя подробные обоснования. Такого типа задания даются каждому студенту индивидуально или для работы в малой группе. Отчет о выполнении задания заслушивается преподавателем или всеми студентами на заключительном занятии семестра.

Например, неравенства типа:

a) $\left|\dfrac{(x-2)(x-3)}{x^2-1}\right| > 2$

b) $\sqrt{\left(\dfrac{x^2+1+2x}{9-12x+4x^2}\right)} \le 5$

c) $\left|\dfrac{2}{x^2+2x-8}\right| > \left|\dfrac{1}{x-2}\right|$

d) $\left|\dfrac{4}{4^x+2\cdot 2^x-8}\right|<\left|\dfrac{2}{2^x-2}\right|$

e) $\left|\dfrac{2}{\ell g_2(x+2)}\right|>\left|\dfrac{1}{\ell og_4(x-1)}\right|$

могут быть решены как минимум тремя различными способами. Так, заменив неравенство $\left|\dfrac{2}{x^2+2x-8}\right|>\left|\dfrac{1}{x-2}\right|$ равносильным ему на области допустимых значений, студенты сумели решить его пятью способами:

1. 2 |x-2| > |x²+2x-8| ⇔ 4(x-2)² > (x²+2x-8)

2. 2 |x-2| > |x²+2x-8| ⇔ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<-4,\\2(-x+2)>x^2+2x-8;\end{cases}\\ \begin{cases}-4<x<2,\\2(-x+2)>-x^2-2x+8;\end{cases}\\ \begin{cases}x>2,\\2(x-2)>x^2+2x-8.\end{cases}\end{array}\right.$

3. 2 |x-2| > |x²+2x-8| ⇔ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+2x-8<2x-4,\\x^2+2x-8>4-2x;\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+2x-8<4-2x,\\x^2+2x-8>2x-4.\end{cases}\end{array}\right.$

4. 2 |x-2| > |x²+2x-8| ⇔2 |x-2| > |x-2||x-4|⇔|x-4|<2.

5. В одной системе координат построили графики функций y=f(x) и y= g(x), где f(x)= 2 |x-2| (или f(x)= $\left|\dfrac{1}{x-2}\right|$), g(x) = |x²+2x-8| (или g(x)= $\left|\dfrac{2}{x^2+2x-8}\right|$) и в ответе записали значения x, при которых график функции g располагался выше графика функции f.

В результате обсуждения наиболее рациональным был выбран способ 4. Умственная деятельность студентов при этом проявлялась на максимальном уровне, активизируя их память. При этом накапливался опыт аналитической деятельности применения знаний, усвоенных ранее, вырабатывался вкус к творческой деятельности. Помимо формирования умений в решении задач данного типа такая работа дает задел для занятий по методике обучения математике.

Библиографический список

1. Гельфман, Э.Г., Холодная, М.А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся [Текст]. – СПб.: Питер, 2006.
2. Основы педагогики и психологии высшей школы [Текст]. – М.:МГУ, 1986.
3. Формирование учебной деятельности студентов [Текст]. – М.: МГУ, 1989.

© М.Л.Зуева (ЯГПУ)

Принципы отбора списков ключевых компетенций для их использования в рамках учебного предмета математика

В ряде статей автора показана возможность формирования ключевых компетенций на уроках математики, например, за счет использования адаптивной системы обучения [4]. В каждом из случаев используется список ключевых компетенций А.В.Хуторского [7], однако выбор именно этого перечня из их довольно большого числа не был ранее обоснован. В данной статье сделано такое обоснование, а именно: сформулирован критерий, позволяющий выбрать оптимальный перечень ключевых компетенций для использования его в рамках предмета математика.

Проанализировав большое количество определений компетенций / компетентности (И.Г.Агапов, В.А.Болтов, Э.Ф.Зеер, И.А.Зимняя, О.Е.Лебедев, А.А.Пинский, В.В.Сериков, А.В.Хуторской, С.Е.Шишов и др.), можно сделать вывод о том, что, несмотря на большое многообразие толкований этих понятий, в них нет существенных противоречий, скорее лишь взаимодополнения. В большинстве этих определений можно выделить узловые пункты: 1) знания, умения, навыки; 2) способы деятельности; 3) владение (опыт); 4) личностное отношение. Исходя из этого, в качестве рабочего целесообразно выбрать определение, в котором отражены все эти пункты, например, определение А.В.Хуторского. «*Компетенция* – совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов и необходимых, чтобы качественно продуктивно действовать по отношению к ним. *Компетентность* – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности» [7. С. 60].

Под *ключевыми,* следуя за А.В.Хуторским, мы понимаем компетенции, относящиеся «к общему (метапредметному) содержанию образования» [7. С. 63], представляющие наивысшую ступень в иерархии компетенций (ключевые, общепредметные, предметные), проявляющиеся во всех видах деятельности, а потому необходимые каждой личности. Ключевые компетенции могут и должны формироваться на всех этапах процесса обучения и в процессе изучения всех учебных дисциплин. По этим же причинам их список должен быть наиболее общим, не зависимым ни от специфики учебного заведения, ни от профессии, тем более что для этого существуют компетенции особого рода – профессиональные. Именно поэтому этот список формировать не должно ни учебное заведение, ни конкретный работодатель.

На сегодняшний день таких списков достаточно большое количество. Единого понимания, каким он должен быть, нет. В данной статье рассмотрено 8 списков: **1.** А.В.Хуторского (7)[1] [7. С. 63]; **2.** И.А.Зимней (10) [3. С. 41]; **3.** В.Хутмахера (5) [3. С. 38]; **4.** А.А.Пинского (5) [3. С. 39]; **5.** Г.Б.Голуб и О.В.Чураковой (1 и 7 ее «аспектов») [1. С. 17]; **6.** М.Холстед (6) [6. С. 9]; **7.** В.Н.Зимина (5) [2]; **8.** Департамента образования и науки администрации Самарской области (6) [5]. Другие списки, известные автору, не содержат существенных с точки зрения приведенного в статье анализа отличий.

Для того, чтобы сравнить списки, необходимо выделить основание для анализа, в качестве которого могут выступать требования. На наш взгляд, перечни ключевых компетенций должны удовлетворять двум таким взаимодополняющим требованиям, а именно: быть *полными и минимальными.*

Под *полнотой* мы понимаем широкий спектр набора ключевых компетенций. Список должен содержать основные качественно разные компетенции, необходимые практически каждому выпускнику школы, училища, лицея и т.д. Если делать акцент на какой-то одной, двух группах ключевых компетенций, образовательный процесс нельзя бу-

---

[1] В круглых скобках указано количество ключевых компетенций в каждом списке.

дет назвать гармоничным. Значение каждого блока компетенций для развития человека, для его адаптации в современном мире трудно переоценить. Одинаково важно, например, формировать как информационные компетенции, так и гражданские. Именно поэтому список ключевых компетенций должен быть полным.

Под *минимальностью* мы понимаем количественное ограничение списка ключевых компетенций. В списке не должно быть чрезвычайно много ключевых компетенций, иначе задача по их формированию станет непосильной. Кроме того, перечень должен быть ориентирован на каждого выпускника и поэтому должен содержать лишь самые необходимые компетенции.

Чтобы сравнить 8 списков и выяснить, насколько они удовлетворяют требованиям минимальности и полноты, ключевые компетенции, которых в общей сложности 51, следует дифференцировать. Каждую будем относить к одной из групп, сформированных на основании содержательного признака: А) группа компетенций направленности, мотивации, мировоззрения личности; Б) группа компетенций, связанных с общественной деятельностью; В) учебно-познавательных; Г) коммуникативных компетенций; Д) информационных компетенций; Е) компетенций, связанных с саморазвитием. Таким образом, дифференцируем ключевые компетенции, поставив в соответствие каждой группе ключевые компетенции из каждого списка. Таких компетенций в группе может оказаться одна, несколько или ни одной. Проанализируем наличие компетенций в каждой из групп с точки зрения полноты, а затем количество компетенций в каждом из списков с точки зрения минимальности.

К **группе А** можно отнести *ценностно-смысловую* компетенцию, представленную одновременно в списках 1 и 2, а также компетенцию *готовности делать ответственный и осознанный выбор* из списка 8. В пяти перечнях из восьми компетенции этой группы отсутствуют. Однако исключать их нецелесообразно, даже учитывая требование минимальности. Выше мы рассматривали определения компетенций. В них нами были выделены 4 узловых пункта: 1) знания, умения, навыки; 2) способы деятельности; 3) владение; 4) личностное отношение. Именно личностное отношение человека, его направленность выделяется многими авторами в качестве фундамента компетенции. От желания человека, его мотивов зависят его успехи в обучении и овладении ключевыми компетенциями. Таким образом, блок этих компетенций по определению должен быть включен в список ключевых компетенций. Ценностно-смысловая компетенция влияет на выбор целевых и смысловых установок для действий и поступков личности, имеет огромное значение при формировании других компетенций, поэтому должна входить в список ключевых. Отсюда исключение этой группы из списка приведет к нарушению требования полноты.

Группа Б представлена *общекультурной* и *социально-трудовой* компетенциями в списке 1, компетенциями *здоровьесбереженья* и *гражданственной* в списке 2. Содержательно схожие компетенции есть и в других списках. Это компетенции, связанные *с жизнью в многокультурном обществе*, *политические* и *социальные* компетенции из списка 3, компетенции *в сфере социально-трудовой деятельности* и *гражданско-общественной деятельности* из списка 4; *социальную* компетенцию из списка 8 тоже следует отнести к этой группе. Таким образом, в списках 5 – 7 не нашлось компетенций этой группы. Тем не менее, значимость владения этими компетенциями для современного человека трудно переоценить. Однако роль различных предметов в формировании данной группы компетенций различна. Такие дисциплины, как история, право, обществоведение, литература, обладают рядом преимуществ. Само содержание этих предметов влияет на формирование гражданских, социальных и политических компетенций. Однако исследователи относят их именно к ключевым, а не к предметным или общепредметным. Это свидетельствует о том, что остальные предметы, например математика и физика, тоже имеют возможности в их формировании. Любой учитель, независимо от того, представителем какого предмета он является, не должен отказываться от какой-то группы компетенций, а должен систематически работать над формированием каждой.

Группа В представлена в списке 1 *учебно-познаватель-ной* компетенцией, в списке 2 – компетенциями *интеграции знаний*, *решения познавательных задач*, *предметно-деятельност-ной*, в списке 3 – компетенцией *в сфере самостоятельной познавательной деятельности*. Список 5 содержит пять компетенций этой группы – *готовность к целеполаганию, готовность к оценке, готовность к действию, готовность к рефлексии, работа со знаковыми системами*. Причем авторы этого списка говорят только об одной ключевой компетенции – готовности к деятельности и о семи ее аспектах, пять из которых и представлены в группе В. *Работа с числом* и *решение проблем* – компетенции из списка 6, представляющие эту группу, *умение решать проблемы* – из списка 7, *технологическая компетенция* – из списка 8. Таким образом, компетенции этой группы отсутствуют только в перечне 4.

К **группе Г** относим *коммуникативную* компетенцию из списка 1 и одноименные из списков 5, 6, 8, компетенции *общения* и *социального взаимодействия* из списка 2, *владения устной и письменной коммуникацией* из списка 3 и *умение общаться* из списка 7. Данная группа не содержит ни одной компетенции перечня 4.

Группа Д представлена *информационной* компетенцией в списках 1 и 8, *информационно-технологической* в списках 2 и 6, компетенциями, связанными *с возрастанием информатизации общества* в списке 3, *работой с информацией* в списке 5, *умением пользоваться ПК* в списке 7. В перечне 4 нет компетенций и этой группы.

К **группе Е** относится компетенция *личностного самосовершенствования* списка 1, *саморазвития* и *самосовершенствования* списка 2, *способность учиться на протяжении всей жизни* списка 3, *самообучение* и *самопрезентация* списка 6, *умение осуществлять самоуправление* списка 7, *готовность к самообразованию* списка 8. Данная группа не представлена в перечнях 4 и 5.

Видно, что ключевые компетенции довольно широко представлены в последних четырех группах. Для любого специалиста в современном меняющемся мире необходимы эти компетенции. Они помогают адаптироваться человеку к новым условиям труда, жизни. Человек, владеющий этими компетенциями, легко может входить в контакт с людьми, разрешать конфликтные ситуации, планировать и организовывать свою деятельность, получать, анализировать, отбирать, сохранять и передавать нужную информацию, личностно развиваться. Наличие этих компетенций почти в каждом из представленных списков, их частая схожесть в названиях и объеме содержания подчеркивают необходимость их формирования.

Вполне естественно, что в списке 4 нашлись две компетенции – в сфере культурно-досуговой деятельности и в бытовой сфере, которые нельзя отнести ни к одной из названных групп. Понятно, что если у личности сформированы компетенции, связанные с мировоззрением (А), с саморазвитием (Е), то компетенции в культурно-досуговой сфере и тем более в бытовой нет необходимости специально формировать в рамках учебного заведения и тем более в рамках учебного предмета математика. Таким образом, при наличии в перечне компетенций групп А и Е эти две компетенции нет необходимости считать ключевыми.

Итак, для того, чтобы список удовлетворял требованию полноты, в нем должны содержаться компетенции каждой группы, выделенной по содержательному признаку. Можно сделать вывод о том, что списки И.А.Зимней, А.В.Хуторского и список, представленный департаментом образования г. Самары, более других удовлетворяют этому требованию. Поскольку некоторые компетенции в списках 1 и 2 содержательно шире, чем в списке 8 (например, ценностно-смысловая и учебно-познавательная), то ограничимся их рассмотрением. Ключевые компетенции, представленные в списках 1 и 2, практически идентичны, при условии, что компетенцию здоровьесбереженья из списка И.А.Зимней считать частью компетенции личностного самосовершенствования А.В.Хуторского. Компетенции интеграции знаний, решения познавательных задач и предметно-деятельностная содержательно полностью входят в учебно-познавательную, а компетенции общения и социального взаимодействия – в коммуникативную.

В списке И.А.Зимней содержится десять ключевых компетенций, а в списке А.В.Хуторского – семь, потому список А.В.Хуторского удовлетворяет требованию минимальности.

Итак, исходя из требования полноты, в ходе анализа были исключены списки 3, 4, 5, 6, 7. Список 8 исключен из-за содержательного ограничения объема некоторых компетенций. Из оставшихся двух списков, согласно требованию минимальности, выбран список 1. Таким образом, *среди представленных списков более других удовлетворяет предъявленным требованиям минимальности и полноты список А.В.Хуторского.*

Библиографический список

1. Голуб, Г.Б., Чуракова, О.В. Попытка определения компетенции как образовательного результата [Текст] // Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию: материалы семинара / под ред. А.В. Великановой – Самара: Изд-во Профи, 2001. – С. 13 – 18.
2. Зимин, В.Н. Ключевые компетенции в НПО [Электронный ресурс – www.mainskills.ru]. – 2005.
3. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования [Текст] // Высшее образование сегодня. 2003. – №5. – С. 34 – 42.
4. Зуева, М.Л. Формирование некоторых ключевых компетенций на уроке математики по теме «Преобразование графиков» [Текст] // Ярославский педагогический вестник. 2005. – № 3 (44). – С. 96–103.
5. Ключевые компетентности как результат образования [Электронный ресурс – www.medianet.yartel.ru] // О введении метода проектов в практику образовательных учреждений. Письмо Департамента образования и науки г. Самары. – 2005.

6. Холстед, М., Орджи, Т. Ключевые компетенции в системе оценки Великобритании // Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию [Текст]: материалы семинара / под. ред. А.В. Великановой. – Самара: Изд-во Профи, 2001. – С. 8 – 12.
7. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно–ориентированной парадигмы образования [Текст] // Народное образование. 2003. – № 2. – С. 58 – 64.

© Г.Ю.Буракова (ЯГПУ)

Компетентностный подход к подготовке учителей математики

В условиях рыночной экономики, резкого ускорения процесса обновления знаний, мощного потока информации профессиональная компетентность специалистов разных областей деятельности приобрела исключительное значение. Непрерывное развитие психолого-педагогической теории и практики, появление новых технологий обучения входит в противоречие с традиционной академической подготовкой, осуществляемой в педагогическом образовании в настоящее время. Современный учитель должен обладать не только качественной фундаментальной подготовкой, но и быть в курсе современной науки, уметь самостоятельно ориентироваться в обширной информации, постоянно пополнять свои знания, принимать ответственные решения. Наиболее ценным становится стремление к самообразованию, готовность к творческой профессиональной деятельности.

Успешность подготовки будущего профессионала во многом связана с переориентацией образования со знаниево-ориентированного подхода на компетентностный. Целью обучения при знаниевом подходе является усвоение отдельных знаний, умений и навыков как результатов духовного богатства человечества, овладение которыми способствует социализации личности, вхождению человека в общество. Однако, согласно С.А. Смирнову, при знаниево-ориентированном подходе к содержанию образования знания выступают абсолютной ценностью и заслоняют собой самого человека. Это приводит к идеологизации и регламентации научного ядра знаний, их академизму, ориентации содержания образования на среднего ученика и другим негативным последствиям.

Как отмечают В.А. Болотов и В.В. Сериков, в рамки программы невозможно втиснуть невероятный поток информации. Обучение «вечным истинам» необходимо, но без умения обновлять оперативную часть своего культурного опыта ученик не может считаться подготовленным к жизни, необходимо научить его пользоваться знаниями, уметь мобилизовать свой личностный потенциал для решения различного рода социальных проблем. Компетентность дает возможность справляться с многочисленными проблемными ситуациями и успешно работать в сотрудничестве с другими людьми.

Основные положения компетентностного подхода представлены в «Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года», где в качестве задачи системы образования отмечается необходимость формирования целостной системы универсальных умений, способности учащихся к самостоятельной деятельности и ответственности. Концепция модернизации определяет ключевые компетенции как готовность обучающихся использовать усвоенные знания, учебные умения, навыки и способы деятельности в жизни для решения практических и теоретических задач.

Компетентностный подход не является абсолютно новым для отечественной педагогики. Попытки выйти за пределы знаниево-ориентированного обучения осуществлялись в работах В.В. Краевского, И.Я. Лернера, Л.В. Занкова, В.В. Давыдова, Б.Д. Эльконина, И.С. Якиманской и др. Основные положения компетентностного подхода изложены в работах И.А. Зимней, В.В. Серикова, А.В. Хуторского, В.А.Болотова и др.

В частности, можно отметить стремление педагогов и психологов расширить содержание образования, включив в него совокупность основных видов социокультурного опыта. Так, В.В. Краевский отмечает, что содержание образования должно включать в себя не только «готовые» знания и действия по образцу, но и опыт творческой деятельности и эмоционально-ценностных отношений. Содержание состоит из четырех основных структурных элементов: опыта познавательной деятельности, фиксированной в форме ее результатов – знаний; опыта осуществления известных способов деятельности – в форме умений действовать по образцу; опыта творческой деятельности – в форме умений принимать нестандартные решения в проблемных ситуациях; опыта осуществления эмоциональных отношений – в форме личностных ориентаций. Эти элементы связаны между собой таким образом, что каждый предыдущий является основой для перехода к последующему. Так, умения формируются на основе знаний, а творческая деятельность на основе владения определенными знаниями и репродуктивными умениями.

В.С. Леднев, определяя понятие содержания образования как содержание процесса прогрессивных изменений свойств и качеств личности, исходит из обобщенной модели структуры личности, в которую входят три группы компонентов: механизмы психики, опыт личности и типологические свойства личности. Опыт личности по В.С. Ледневу представлен следующими пересекающимися группами компонентов: качества личности, соответствующие наиболее общей структуре деятельности (познавательная культура, направленность личности, трудовые качества, коммуникативная, эстетическая и физическая культура); опыт предметной деятельности, дифференцируемый по степени общности ее видов (общее, специальное, политехническое образование); опыт личности, дифференцируемый по принципу теория – практика (знания, умения); опыт личности, дифференцируемый по творческому признаку (репродуктивная и творческая деятельность).

Отход от знаниевого-ориентированного обучения может быть связан с деятельностной доминантой учения. Согласно деятельностному подходу, в процессе обучения перед учителем стоит задача формирования определенных видов деятельности учащихся, прежде всего - познавательной. В работах В.В. Давыдова, П.И. Пидкасистого, Л.М. Фридмана, Д.Б. Эльконина, Н.Ф. Талызиной, А.К. Марковой подчеркивается необходимость формирования не только знаний, но в первую очередь обобщенных способов деятельности. Как отмечает Н.Ф. Талызина, деятельностный подход к процессу учения приводит к необходимости иного рассмотрения соотношения умений и знаний, которые должны не противопоставляться умениям, а рассматриваться как их составная часть.

Критерий знания также неотделим от действий. Знать - это всегда выполнять какую-то деятельность или действия, связанные с данными знаниями. Знание - понятие относительное. Качество усвоения знаний определяется многообразием и характером видов деятельности, в которых знания могут функционировать.

Таким образом, вместо двух проблем - передать знания и сформировать умения по их применению - перед обучением теперь стоит одна: сформировать такие виды деятельности, которые с самого начала включают в себя заданную систему знаний и обеспечивают их применение в заранее предусмотренных пределах.

Отметим, что переход к компетентностному подходу, использование понятий компетентность и компетенция не исключает такие понятия, как знания, умения, навыки, эмоционально-ценностные отношения. Компетентностный подход не отрицает традиционную точку зрения на содержание образования, а в значительной мере актуализирует практический и прикладной аспект сформированных у специалиста качеств. Общеизвестно, что зачастую обучаемые могут обладать набором теоретических знаний, но испытывать значительные затруднения при применении их на практике. Компетентность предполагает не столько знание о способах деятельности, сколько владение этими способами.

В исследованиях М.А. Холодной интеллектуальная компетентность определяется как особый тип организации знаний, обеспечивающий возможность принятия эффективных решений в определенной предметной области деятельности. Подчеркивается, что компетентные испытуемые отличаются удивительной эффективностью в своих суждениях по разным аспектам соответствующей предметной области и высокой успешностью в решении возникающих при этом проблем. Связано это не столько с большим количеством единиц знания, сколько с наличием разнообразных связей между ними, их высокой степенью обобщения, иерархичности. Индивидуальные знания, характеризующие компетентного человека, должны отвечать следующим требованиям: разнообразие, гибкость, быстрота актуализации в данный момент в нужной ситуации, возможность применения в широком спектре ситуаций, выделенность ключевых элементов, категориальный характер, владение не только декларативным, но и процедурным знанием.

Таким образом, компетентность в определенном виде деятельности можно рассматривать как опыт успешного выполнения деятельности, целостную систему личностно-ориенти-рованных знаний, умений, навыков, направленных на выполнение данной деятельности. Способность мобилизовать полученные знания, умения и опыт в конкретной социально-профессиональной ситуации характеризует компетентность профессионально успешной личности. Компетентность представляет собой сложный синтез когнитивного, предметно-практического и личностного опыта.

В существующих стандартах педагогического образования представлена модель выпускника в виде квалификационной характеристики и требований к уровню подготовки. Дидактическими единицами учебных дисциплин являются знания и умения. «Деятельностные» требования к подготовке будущего учителя представлены требованиями «уметь», «владеть приемами», «иметь навыки».

Реализация компетентностного подхода, согласно В.А. Болотову и В.В. Серикову, может вестись в следующих направлениях: расширение в структуре учебных программ междисциплинарного компонента, создание принципиальной схемы введения компетентностных элементов во все образовательные области учебного плана и переход к профильной старшей школе в качестве организационной формы.

Компетентностный подход предполагает переход от предметно-знаниевого к деятельностно-творческому аспекту в образовании. Студенты должны приобрести целостный опыт решения предметных и профессиональных проблем, осознавать постановку задачи, оценивать новый опыт, контролировать эффективность собственных действий. Реализовать это можно, используя проектный метод. Студентам на занятиях по методике и на специальных курсах предлагается, работая в малых группах, разработать методику введения отдельной темы школьного курса математики или методику работы с определенной задачей (в качестве задач могут быть предложены задачи ЕГЭ уровня сложности С). Будущие учителя указывают знания, умения, навыки и основные приемы деятельности, необходимые для решения подобного типа задач; выделяют ключевые задачи по соответствующей теме. Студенты подбирают набор соответствующих задач по возрастанию уровня сложности, а также задач повышенной сложности, связанных с предложенной. В малых группах прогнозируются возможные затруднения и ошибки школьников, разрабатываются меры по их предотвращению и коррекции, обсуждаются возможные формы работы с учащимися по подготовке и решению задач предложенного типа. Результатом работы является методическая разработка, проект который может быть использован будущими учителями в дальнейшей профессиональной деятельности.

Включение в процесс обучения проектной деятельности, направленной на приобретение студентами опыта профессионально-предметной деятельности, формирование готовности к проектированию и организации учебно-воспитательного процесса, решению учебно-исследовательских задач может способствовать повышению качества подготовки выпускников и обеспечению овладения ими необходимыми профессиональными компетенциями.

Библиографический список

1. Болотов, В.А., Сериков, В.В. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе [Текст] // Педагогика. – 2003. – № 10. – С. 8 – 14.
2. Краевский, В.В. Содержание образования – бег на месте [Текст] // Педагогика. – 2000. – № 7. – С. 3 – 12.
3. Леднев, В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы [Текст]. 2-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 1991. – 224 с.

4. Педагогика: педагогические теории, системы, технологии [Текст]: учеб. для студ. высш. и сред. учеб. заведений / под ред. С.А.Смирнова. – М.: Издательский центр «Академия», 1999. – 512 с.
5. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология [Текст]: учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 1998. – 288 с.
6. Холодная, М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования [Текст]. – Томск: Изд-во Том. ун-та. – М.: Барс, 1997. – 392 с.

© Ю.Л. Демидова (с.ш.№22, г.Рыбинск)

Формирование ключевых компетенций при изучении функциональной линии в курсе алгебры 7-9 классов

В настоящее время в педагогическую практику активно внедряется понятие «ключевые компетенции». Введение этого понятия в образовательный процесс требует анализа содержания и методов обучения с точки зрения компетентностного подхода. В частности, нужно определить виды деятельности, которыми должен овладевать школьник при изучении отдельных предметов и полностью овладеть к окончанию образования с точки зрения формирования ключевых компетенций. В настоящее время учёные приводят *различные* типологии ключевых компетенций [2, 6]. Остановимся на типологии ключевых компетенций, предложенной А.В. Хуторским, который выделил следующие ключевые компетенции: ценностно-смысловая, общекультурная, учебно-познавательная, информационная, социально-трудовая, коммуникативная и компетенция личностного самосовершенствования [6]. Хотя на сегодняшний день не существует общепринятых методов по формированию ключевых компетенций, учёные-педагоги неоднократно указывали на необходимость формирования таковых у современных школьников.

В данной статье рассматривается организация деятельности учащихся при изучении функциональной линии в курсе алгебры 7-9 классов, направленная на формирование ключевых компетенций.

Функциональная линия – одна из основных тематических линий в курсе алгебры 7-9 классов. Изучая данную тему по учебнику под редакцией С.А. Теляковского [4], учащиеся 7 класса знакомятся с линейной функцией; учатся строить график этой функции; выявляют зависимость взаимного расположения графиков линейных функций от коэффициентов в формуле этих функций. Кроме того, в 7-м классе рассматриваются графики функций $y = x^2$ и $y = x^3$. Далее, уже в 8-м классе, учащиеся знакомятся с функциями вида $y = \frac{k}{x}$ и $y = \sqrt{x}$, учатся строить графики данных функций и выявляют некоторые их свойства (область определения; промежутки знакопостоянства; промежутки возрастания и убывания). Изучение квадратичной функции в 9-м классе начинается с построения графика функции $y = ax^2$ и выявления её свойств (область определения; промежутки знакопостоянства; промежутки возрастания и убывания). Затем учащиеся строят графики функций вида $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ и выясняют, как получить графики данных функций с помощью сдвига графика функции $y = ax^2$. График квадратичной функции вида $y = ax^2 + bx + c$ ученики строят, вычисляя по формулам координаты вершины параболы и определяя координаты дополнительных точек. Кроме того, в 9-м классе учащиеся знакомятся с понятиями «чётная» и «нечётная» функции. Таким образом, изучая функциональную линию в курсе алгебры 7 – 9 классов, школьники готовятся к восприятию данной темы в курсе алгебры и начал анализа (10 – 11 классы), где существенно расширится спектр рассматриваемых функций, увеличится количество свойств функций, которые необходимо будет определить с помощью производной.

Работа по изучению данной темы строится по системе А.С. Границкой [1]. Адаптивная система обучения (АСО) А.С. Границкой, как показала М.Л. Зуева [3], позволяет формировать ключевые компетенции, не изменяя при этом существенным образом содержание образования. Предложенная А.С. Границкой система обучения позволяет выделить на уроке 60 – 80 % времени для организации самостоятельной работы учащихся и индивидуальной работы учителя с учащимися. В основе АСО лежит нелинейная структура организации деятельности на уроке. В первой части учитель сообщает новые знания, инструктирует, объясняет. Во второй части учащиеся, объединившись в группы по 4 человека, самостоятельно работают в парах сменного состава. Используя АСО, учитель имеет большие возможности также и для организации творческой деятельности учащихся. Покажем это на примере изучения функциональной линии в курсе алгебры 7 – 9 классов.

Построение графиков простейших функций является одной из основных учебных целей при изучении данной темы. В курсе алгебры 7-9 классов учащиеся строят графики функций, определяя точки, принадлежащие графику данной функции, отмечая эти точки в координатной плоскости, соединяя их затем плавной линией. Только для построения графика линейной функции достаточно отметить в координатной плоскости лишь две точки, принадлежащие данной функции, и провести через них прямую.

Прежде чем приступать к построению графика и изучению свойств какой-либо функции, целесообразно предложить учащимся следующую задачу.

Задача 1.1. В приведённом ниже списке умений по теме «Линейная функция» укажите умения, которыми вы уже обладаете:

1. Вычислять по формуле значение функции.
2. Составлять таблицу значений данной функции.
3. Изображать координатную плоскость.
4. Отмечать в координатной плоскости точки с заданными координатами.
5. Определять координаты точек, отмеченных в координатной плоскости.
6. Строить график линейной функции.
7. Определять свойства линейной функции.
8. Определять взаимное расположение графиков линейных функций, сопоставляя значения коэффициентов в формулах данных функций.

Задача 1.1 помогает учащимся провести «ревизию умений» по данной теме и определить, на какие умения следует опираться при изучении новой темы. Так, решив задачу 1.1, учащиеся понимают, что умения составлять таблицу значений данной функции и отмечать точки в координатной плоскости по заданным координатам помогут им при построении графика линейной функции. Незначительно изменив текст задачи 1.1, можно получить аналогичные задачи, относящиеся к другим темам функциональной линии курса алгебры 7-9 класса (задача 1.2).

Задача 1.2. В приведённом ниже списке умений по теме «Квадратичная функция» укажите умения, которыми вы уже обладаете:

1. Вычислять по формуле значение функции.
2. Составлять таблицу значений данной функции.
3. Изображать координатную плоскость.
4. Отмечать в координатной плоскости точки с заданными координатами.
5. Определять координаты точек, отмеченных в координатной плоскости.
6. Строить график функции $y = ax^2$.

7. Строить график $y = ax^2 + n$ с помощью сдвига графика $y = ax^2$.

8. Строить график функции $y = a(x - m)^2$ с помощью сдвига графика $y = ax^2$.

9. Строить график функции вида $y = ax^2 + bx + c$.

При изучении свойств функций, предусмотренных программой 7-9 классов, учащимся предлагается, анализируя построенный график, выполнить задачу 2.

Работая над задачами 1.1, 1.2 и аналогичными задачами, учащиеся осуществляют рефлексию своей деятельности. А.В. Хуторской относит рефлексию к творческой деятельности и отмечает, что «рефлексия – источник внутреннего опыта, способ самопознания и инструмент мышления» [5. С. 120].

Задача 2.1. Проанализируйте график функции y = kx и заполните пропуски в данном тексте.

1. Область определения функции – ___________________________ .

2. Если x = 0, то y = __ , значит график функции проходит через ___________________.

3. Пусть k > 0. Если x > 0, то y__ ; если x < 0, то y__ .

Пусть k < 0. Если x>, то y__; если x < 0, то y__.

4. Если k > 0, то большему значению аргумента соответствует __________ значение функции.

Если k < 0, то большему значению аргумента соответствует __________ значение функции.

При решении задачи 2.1 учащиеся с помощью графика функции y = kx выявляют свойства данной функции. Задача 2.1 позволяет сформировать у школьников умение получать нужную информацию о свойствах функции, анализируя её график. Работа над задачей 2.1 формирует у школьников начальные представления о свойствах функций, которые в курсе алгебры и начал анализа 10-11 классов существенно расширятся. Таким образом, задача 2.1 носит пропедевтический характер по отношению к материалу 10-11 классов.

Заменив функцию y = kx на функцию $y = x^2$, $y = x^3$, $y = {}^{k}/_{x}$ и др., соответственно изменив текст с пропусками, можно получить аналогичные задачи к другим темам функциональной линии курса алгебры 7 – 9 классов.

Задача 2.2. Проанализируйте график функции $y = \frac{k}{x}$ и заполните пропуски в данном тексте.

1. Область определения функции – _________ .

2. График функции __________________с осями координат, так как ___________________________.

3. Пусть k > 0. Если x > 0, то y__ ; если x < 0, то y__ .

Пусть k < 0. Если x>, то y__; если x < 0, то y__.

4. Если k > 0, то большему значению аргумента соответствует _________ значение функции.

Если k < 0, то большему значению аргумента соответствует _________ значение функции.

В классах с высокой математической подготовкой можно уже не давать учащимся заполнить текст с пропусками, а предложить им самостоятельно, по аналогии с решением задачи 2.1, записать свойства функции, изучаемой на данном уроке. Работая в группах, учащиеся имеют возможность сравнить своё решение с решением товарища и обсудить с ним полученные результаты. Роль учителя при этом заключается в осуществлении контроля за работой учащихся, оказании помощи слабым ученикам. Работа над решением задачи 2.1 должна обязательно заканчиваться обсуждением и корректировкой результатов, полученных каждой группой.

Для того, чтобы учащиеся прочно усвоили свойства изучаемой функции, необходимо оформить эту информацию в сжатом, «концентрированном» виде, например, в виде опорного конспекта. Для краткости будем в дальнейшем называть его «шпаргалкой». С этой целью учащимся предлагается, опираясь на решение задач 2.1, составить шпаргалку о функции y = kx. Так как это задание учащиеся выполняют в группах, то после завершения работы следует проанализировать результаты, полученные каждой группой, и рассмотреть вариант шпаргалки, составленной учителем. Для оформления в виде шпаргалок, особенно на начальном этапе, следует отбирать небольшой объём информации. Так, при изучении темы «Линейная функция» можно составить отдельно шпаргалки по темам: «Построение графика линейной функции», «График и свойства функции y = kx» и «Взаимное расположение графиков линейных функций», затем, на уроке обобщения, объединить их в одну схему. Примеры таких шпаргалок приведены.

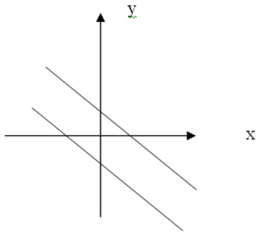
ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ГРАФИКОВ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

$y = k_1 x + b_1$

$y = k_2 x + b_2$

$k_1 = k_2$

графики параллельны



$b_1 = b_2$

графики пересекаются в точке $(0; b_1)$

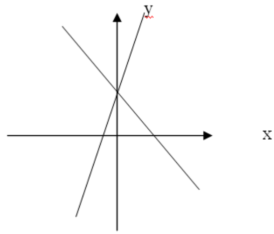
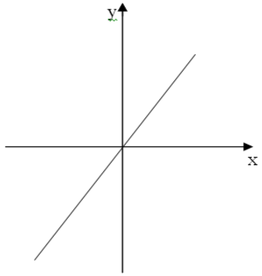


ГРАФИК И СВОЙСТВА ФУНКЦИИ <u>$y = kx$</u>

<u>$k>0$</u>

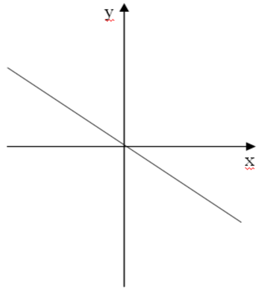


$x > 0; y > 0$

$x < 0; y < 0$

Если $x \uparrow$, то $y \uparrow$

<u>$k<0$</u>



$x > 0; y < 0$

$x < 0; y > 0$

Если $x \uparrow$, то $y \downarrow$

Проанализируем, как решение представленных задач, организованное в рамках адаптивной системы обучения, способствует формированию ключевых компетенций по А.В. Хуторскому.

Представленные задачи способствуют развитию у школьников умения ставить цели своей деятельности, принимать решения. Так, при решении задач 1.1 и 1.2 учащиеся определяют наличие у себя умений по изучаемой теме, с целью успешного овладения данным материалом.

Умение ставить цели и планировать свою деятельность развивают также задачи на заполнение пропусков в тексте и на составление шпаргалки по изучаемой теме. Таким образом, данные задачи помогают формированию у подростков *ценностно-смысловой компетенции.*

Задачи на составление шпаргалок способствуют целостному восприятию школьниками математических знаний. Задачи, требующие указать умения, которыми обладает учащийся по данной теме, помогают формированию осознанного и ответственного отношения учащихся к изучаемому материалу. Работа на уроке проходит в групповой форме, благодаря чему дети приобретают навыки поведения в рамках общекультурных норм морали и нравственности. Таким образом, у учащихся формируется *общекультурная компетенция* [6].

Работа в парах сменного состава помогает развивать у подростков способность доказывать свою точку зрения, слушать аргументы товарища, совместно находить выход из проблемной ситуации. Представляя перед всем классом результаты работы своей группы, учащиеся получают навыки публичного выступления, при этом они приобретают опыт ведения дискуссии, следовательно, у них формируется *коммуникативная компетенция* [6].

Представленные задачи способствуют формированию у школьников умения анализировать, обобщать, систематизировать полученные знания. Так, заполняя пропуски в тексте (задача 2.1 и 2.2), учащиеся анализируют график построенной ими функции. При составлении шпаргалки они учатся выделять главное, компоновать материал. Таким образом, формируется *учебно-познавательная компетенция* [6].

Задания носят творческий характер, следовательно, требуют нестандартного подхода к решению, умения отбирать, преобразовывать информацию. При составлении шпаргалок учащиеся приобретают опыт переработки и обмена информацией, что говорит о формировании *информационной компетенции* [6].

Участие в парной и групповой работе на уроке позволяет учащимся овладеть навыками социальной активности и трудовых взаимоотношений. Меняя обязанности участников группы, подростки приобретают опыт выполнения различных социальных ролей. Таким образом, формируется *социально-трудовая компетенция*.

В процессе парной и групповой работы, при обсуждении полученных результатов, школьники могут сравнить уровень своих достижений в обучении с достижениями одноклассников. При этом у детей возникает потребность в саморазвитии, самовоспитании. В результате формируется *компетенция личностного самосовершенствования* [6].

Таким образом, представленные задания реализуют различные педагогические цели. Во-первых, они способствуют прочному усвоению учебного материал, составляющего функциональную линию курса алгебры 7-9. Во-вторых, эти задания помогают организовать творческую деятельность учащихся на уроке. Кроме того, в результате работы над ними у школьников формируются ключевые компетенции.

Библиографический список

1. Границкая, А.С. Научить думать и действовать: Адаптивная система обучения в школе [Текст]: кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991.
2. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результатов образования [Текст] // Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5. – С. 34 – 42.
3. Зуева, М.Л. Возможности использования адаптивной системы обучения для формирования ключевых компетенций [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2005. – № 2 (43). – С. 87 – 92.
4. Макарычев, Ю.Н., Миндюк, Н.Г., Нешков, К.И., Суворова, С.Б. Алгебра [Текст]: учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. С.А. Теляковского – 5-е изд. – М.: Просвещение, 1997.
5. Хуторской, А.В. Развитие одарённости школьников: Методика продуктивного обучения [Текст]: пособие для учителя. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2000.
6. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования [Текст] // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64.

© А.Л.Жохов, © А.А. Королькова (ЯГПУ)

Некоторые учебные ситуации и задачи по развитию элементов математико-диалектического мышления школьников

Основная цель данной статьи – наметить некоторые, важные, на наш взгляд, возможности *формирования способности учащихся к диалектическому мышлению*, которые можно вскрыть и успешно реализовать с помощью таких средств обучения школьников математике, как учебные математические ситуации и задачи. Так как формирование таких способностей непосредственно связано с математическим познанием, то целесообразно их называть математико-диалектическими [2]. Отметим сразу же некоторую непривычную для сложившейся системы математического образования постановку вопроса: редко кто из учителей и методистов связывают даже в своем сознании эти две стороны процесса обучения математике. Между тем, на необходимость их соединения неоднократно обращали внимание психологи, философы и сами математики [1, 3, 5, 6], и объясняется это, прежде всего, тем, что важнейшая задача обучения математике – развивать способности учащихся к познанию, а познание без диалектики, как правило, ущербно.

Выделить основные группы учебных задач по формированию у учащихся предпосылок диалектического мышления помогает знание его структуры, которое вскрыто в работах известного педагога В.С. Шубинского [3]. Основываясь на этом знании, можно выделить следующие **основные группы дидактических задач** по формированию способности учащихся к диалектическому мышлению на базе содержания школьной математики:

1. *Ознакомление учащихся с элементами диалектики развития математической культуры (общества и отдельного человека).*
2. *Формирование понимания диалектики процесса математического познания действительности и представлений об особенностях диалектических связей его результатов с познаваемым миром.*
3. *Вскрытие с учащимися элементов диалектики вещей, нашедших свое отражение в математических конструкциях.*
4. *Ознакомление учащихся на доступном для них уровне со смыслом некоторых категорий и законов диалектики, действующих и проявляющихся в процессе и результатах математического познания.*
5. *Формирование у учащихся умений обнаруживать и использовать элементы диалектики в процессе познания математики, а с ее помощью – и в окружающей действительности.*

Наметим и кратко опишем далее некоторые виды работы, организация которых при обучении математике будет, на наш взгляд, способствовать решению отдельных задач из отмеченных групп. Одновременно приведем и некоторые примеры учебных ситуаций и задач. Заметим еще, что, поскольку в математическом познании, осуществляемом конкретными людьми, реалистическое отношение к действительности и диалектическое мышление взаимосвязаны, то и в практике обучения математике процессы их формирования не должны отделяться друг от друга. В какой-то мере это предусмотрено и в описании намеченных ниже видов учебной работы.

В самом деле, выявление с учащимися источников возникновения математических объектов (*классы задач* с практическим содержанием; *субъект познавательной деятельности*; *математические свойства* познаваемых объектов и *используемых для этого средств* и др.), включение их в процесс моделирования предметов окружающего мира и объектов других наук, конструирование с учащимися "новых" математических объектов и другие виды работы, – все это формирует у них, помимо математического реализма, еще и элементы диалектического мышления. Вопрос состоит в том, чтобы найти, а затем и создавать *условия и формы учебной работы*, последовательно и целенаправленно ведущие к формированию элементов диалектического мышления учащихся. Для правильного ответа на этот вопрос обратимся к сути диалектики: известно, что она отражает всеобщую связь и развитие [4]. При этом, когда в науке говорят об *источнике развития*, то имеют в виду *противоречие*, то есть наличие, единство и противоборство противоположных сторон. *Выделять, подчеркивать, раскрывать механизм взаимодействия противоположных сторон, включать учащихся в сознание действия этого механизма и в посильное решение противоречий* – вот, на наш взгляд, тот *путь*, который приведет к усилению направленности отмеченных выше видов учебной работы на формирование диалектического мышления учащихся.

Не бояться противоречий в процессе обучения математике, не обходить их стороной и не разрешать их только по типу формальной логики (либо..., либо...), не оберегать себя и учащихся от противоречий, но по мере возможности включать их в ситуации таких противоречий и пытаться разрешать их доступными способами или, по меньшей мере, доводить учащихся до осознания противоречий! При реализации данного пути необходимо обратить внимание на следующее **обстоятельство**. Становление элементов диалектики в сознании учащихся – это процесс. Поэтому *овладение любым из ее элементов не может быть осуществлено сразу, целиком и до конца*, то есть овладение диалектикой – процесс бесконечный, и формирование элементов диалектического мышления учащихся должно пройти определенные этапы.

Неизбежный и вполне *естественный этап – стихийное накопление* учащимися *односторонних представлений*, некоторых закрепляющихся в сознании *определенностей* (фактически – *норм восприятия*) в понимании окружающей действительности и математики.

Довольно часто случается, что некоторые результаты наблюдений (в народе говорят – приметы) человеком обобщаются и вывод переносится на любой другой случай. В математике таким выводам-приметам доверять можно лишь тогда, когда они соответствуют принятым определениям или могут быть обоснованы. *Пока некоторое утверждение не обосновано, не доказано, оно является гипотезой, предположением.* Учащиеся же, напротив, часто склоняются к тому, чтобы первую же пришедшую им в голову мысль выдавать за окончательное решение рассматриваемой задачи, почти за истину.

Поскольку процесс познания всегда диалектичен и движется противоречиями между незнанием и знанием, неполным, неточным знанием и более точным и полным, между обыденными представлениями и научными знаниями и т.п., то, вообще говоря, ситуации подобных субъективных противоречий встречаются на каждом шагу. В связи с этим задача учителя состоит в том, чтобы вовремя обнаружить их, довести их противоположные стороны до определенного уровня осознанности (но не закрепленности уже в навыках и умениях, приводящих к устойчивым ошибкам) и столкнуть одну противоположность с другой с помощью серии контрпримеров. Результатом такого столкновения должно стать укрепление доверия учащихся к тем теоретическим знаниям, которые закреплены в определениях и теоремах математики.

Естественным продолжением подобного рода ситуаций являются *ситуации парадоксов*. Получаем *еще один* полезный *вид учебной работы*:

- введение учащихся в ситуации парадоксов, антиномий и т.п. и разрешение с ними таких ситуаций путем установления причин получившегося противоречивого суждения.

Организация данного вида учебной работы возможна с помощью рассуждений, содержащих скрытые неверные посылки или основывающихся на неверном использовании правил вывода. Рассмотрим некоторые примеры.

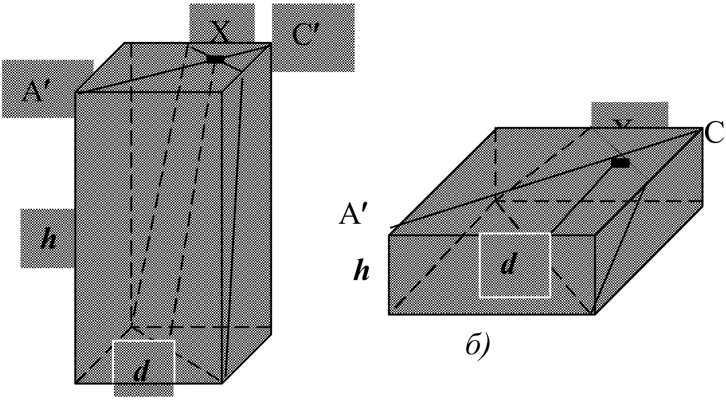
***Примеры** (ситуации парадоксов).* **1.** Ученик провел такие рассуждения: 16-24+9 = 4-12+9; $(4-3)^2 = (2-3)^2$; 4-3 = 2-3; 1 = -1. Где ошибка?

2. Упростить выражение $\sqrt{x^2 - 2ax + a^2} + a$. Найдите значение этого выражения до и после упрощения при x=2, x=5 и a=3..

Почему получилось несовпадение числовых значений? Объясните полученные результаты (предполагается, что основная масса учеников сделает распространенную типичную ошибку при извлечении корня из полного квадрата разности.)

3. Задача. Дан прямоугольный параллелепипед, основанием которого является квадрат с диагональю **d** . Через диагональ нижнего основания и точку X диагонали верхнего основания (диагонали оснований не параллельны) проведена плоскость. При каком положении точки X площадь сечения будет наибольшей (наименьшей), если высота параллелепипеда равна **h**? (Задача не типична для общеобразовательной школы, однако она и ей аналогичные можно и полезно использовать для задуманных целей.)

Чаще всего учащиеся XI класса (и не только они!) почти сразу, полагаясь на якобы очевидное, дают ответ: "Наибольшая площадь будет в случае, если точка X находится на середине диа-



а) *Рис 1*

гонали A'C′ (рис. 1а), наименьшей – если точка X находится на одном из концов этой диагонали". При таких ответах учителю необходимо предложить учащимся вычислить площадь сечения при **h=4**, **d=18** и в случаях, когда точка X находится на расстоянии: а) C'X=0; б) C'X=9; в) C'X=1; г) C'X=8. Полученные в этом случае ответы показывают, что произошла ошибка в первоначальном варианте ответа учащихся.

В чем причина ошибки? В том, что учащиеся непосредственно бросающееся в глаза, видимое частное (то есть один из возможных вариантов фигуры) распространили на все случаи, возвели его в ранг общего без учета соотношения между высотой **h** и диагональю **d** нижнего основания, что в данном случае является существенным (рис. 1). В завершение работы над подобным примером учителю целесообразно сконцентрировать внимание учащихся на следующей познавательной установке (X, XI классы): «Познавая что-либо, не спешите с окончательными выводами. Вначале появляется лишь *гипотеза* (предположение). Она требует обоснования!»

Ситуации парадоксов полезны еще и тем, что при их анализе учитель вправе пользоваться (особенно начиная с IX класса) категориями диалектики. Наиболее распространенные из них следующие пары: явление и сущность, кажимость (видимость) и сущность, случайность и необходимость, истина и заблуждение, возможность и действительность и другие. Можно себе представить специальный вид учебной работы, направленный на овладение учащимися смыслом категорий диалектики на научном материале. Хотя такая работа пока не считается обязательной при обучении основам научных знаний, тем не менее, она желательна и полезна как для их осознанного усвоения, так и для создания предпосылок понимания учебного материала с философским уклоном, с которым нередко сталкиваются учащиеся школы.

Помимо приведенных выше видов учебной работы и ситуаций парадоксов в обучении математике полезно использовать ситуации и задачи, названные в [2] ситуациями «оттаивания элементов диалектики» в математических конструкциях. Создание и разрешение с учащимися таких учебных ситуаций является заботой учителя, и оно необходимо не столько для обучения каким-то философским истинам, сколько для правильного, осознанного овладения учащимися математикой как инструментом познания мира и себя в нем, следовательно, для формирования у них жизненно важных, безусловно, полезных мировоззренческих ориентиров и качеств.

Библиографический список

1. Адамар, Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст]. – М.: Сов. Радио, 1970. – 150 с.
2. Жохов, А.Л. Научное мировоззрение в контексте духовного развития личности (образовательный аспект) [Текст]. – М.: ИСОМ, 2004. – 329 с.
3. Шубинский, В.С. Формирование диалектического мышления у школьников [Текст]. – М.: Знание, 1979. – 48 с.
4. Философский энциклопедический словарь [Текст]. – М.: Наука,1989.
5. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии [Текст]. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
6. Фройденталь, Х. Новая математика или новое образование? [Текст] Перев. с англ // Prospects. – No.3. – 1979. – С. 121-130.

© А.Л.Жохов, © С.В. Смирнова (ЯГПУ)

Формирование элементов научного мировоззрения учащихся и прикладная направленность школьных математических задач

Теоретические исследования и опыт практической работы учителей [1] убеждают, что в рамках реализации мировоззренчески направленного обучения математике (МНОМ) в условиях современной школы наиболее предпочтительными оказываются ситуации и учебные задачи *с обязательным элементом игровой деятельности*. Процесс их разрешения управляется осознаваемой учениками целью, но по своей форме *напоминает* игру, особенно для учащихся (деятельность все еще не дает общественно полезного продукта [6]). В этом случае понятию *игра* вовсе не придается какого-то развлекательного смысла: игра – дело серьезное, и именно так должно восприниматься и, как показывает наш опыт, действительно воспринимается учащимися. Сошлемся здесь еще на опыт организации организационно-деятельностных игр (Ю.В. Громыко и др.), на теорию и практику решения изобретательских задач Г.С. Альтшуллера (ТРИЗ), обучение которым также проводится в форме деятельностных игр.

В частности, когда мы говорим о ситуациях практико-игрового характера (для удобства будем называть их *прикладными ситуациями*), создаваемых на уроках математики, то имеем в виду, что *они в конечном итоге должны приводить к появлению математических задач прикладного характера* (по-другому, задач с практическим содержанием, прикладных задач). В этом утверждении мы *основываемся* ***на двух положениях***, важных с точки зрения задач мировоззренческого образования. **Первое** из них:

прикладная направленность *обучения математике вскрывает перед учащимися* ***один из механизмов и путей*** *зарождения и развития математики как грани культуры – математическое моделирование и методы решения математических задач, возникающих в практической деятельности людей, вне математики* [6. С. 30]. *При этом внимание должно быть уделено всем трем этапам процесса моделирования в их взаимосвязи: формализации практической задачи, решению задачи внутри модели, интерпретации полученного решения.*

Это положение вполне соотносится с рядом принципов и закономерностей, определяющих условия реализации концепции МНОМ. В то же время, в соответствии с рядом других принципов, положений МНОМ и их следствий (*активности, взаимодействия, смыслообразования, культуросообразной деятельности, воспроизводства знаний и др.*) только что сформулированное положение необходимо дополнить еще одним (**второе положение**):

создаваемые учителем мировоззренческие ситуации должны побуждать учащихся к самостоятельному составлению задач прикладного характера, к обоснованному выбору своей позиции, к осознанию своих действий, их условий и используемых при этом средств (рефлексия) в процессе математического моделирования практической ситуации [1. С. 209].

Сформулированное положение существенно дополняет предыдущее и соответствующим образом направляет, прежде всего, *деятельность* учителя. Важными ее *ориентирами становятся*:

- *отход от традиционного*, неясного и закрытого для учащихся *предъявления целей урока* или его этапов, от их немотивированного включения в процесс выполнения заданий, решения задач и т.п.;
- обязательный поиск таких учебных ситуаций (УС), которые бы предваряли прямые требования типа "сформулируй определение", "докажи теорему", "реши задачу" и создавали условия для *осознания* учащимися выполнения этих действий как *необходимых*, но промежуточных шагов (средств) их целостной деятельности по разрешению практических ситуаций;
- использование таких форм учебной деятельности и коммуникаций, при которых УС создается "*здесь и теперь*" с непосредственным участием учащихся и, тем самым, становится ситуацией, касающейся их самих, протекающей в данный момент их жизни, а не для какого-то неясного для них будущего;
- поиск и использование таких УС, которые бы по своей фабуле или содержанию имели хотя бы косвенное, а лучше непосредственное отношение к учащимся (ситуация с "ученическим" лицом) и включали бы в себя некую условность (интригу, игровой момент, профессиональный интерес и т.п.).

Далее приведем ряд примеров заведомо упрощенных УС.

Пример *(практических ситуаций с "ученическим" лицом).*

Ситуация 1 (5-6 классы)**.** Маме для консервирования грибов потребовался 8%-ный раствор уксусной кислоты. В домашнем хозяйстве имеется 70%-я уксусная кислота. **Какой совет дать маме** для разбавления концентрированного раствора кислоты до нужного 8%-го? Можно ли составить общий рецепт?

Ситуация 2 (5-9 классы). **В ближайшем рыбном хозяйстве** был сооружен пруд для разведения зеркального карпа. Запустили малька, и через некоторое время перед работниками хозяйства встали вопросы: как распределить рабочих для отлова рыбы? Какой доход следует ожидать от продажи рыбы населению? Как помочь в решении этих вопросов, сможем ли мы это сделать?

Ситуация 3 (5-10 классы). **Представим себе**, что мы – жители Древнего Египта и у нас есть участки земли в пойме реки Нил. Я и кто-то из вас (кто желающий?) имеем участки с общей границей по линии AN, а вместе наши участки имеют форму четырехугольника ABCD. Участки до разлива реки имели одинаковую площадь. Предположим, что до разлива нам так хорошо удалось закрепить шесты во всех вершинах, что после спада воды мы их отыскали. И лишь шест N исчез бесследно. Можно ли восстановить границу по AN так, чтобы наши участки по-прежнему были одинаковой площади?

Ситуация 4 (7 – 10 классы). **Представьте себе**, что в одном из музеев на стенде, посвященном эпохе великих географических открытий, вы увидели нанесенную на кусок кожи карту острова (приблизительный рисунок). На ней выколоты три точки и обозначены A_1, B_1, C_1, не лежащие на одной прямой. На обратной стороне карты есть надпись: «Кл: А, В, С». Что бы это значило?

После небольших раздумий можно сообразить, что речь идет о **спрятанном кладе**. Где же находится клад и как его отыскать?

Заметим, что приведены примеры именно ситуаций, а не математических задач, причем ситуаций действительно с "ученическим" лицом. Как правило, даже "слабые" ученики (по наблюдениям учителей) "вдруг" начинают чувствовать себя *участниками* подобного рода ситуаций и начинают предлагать свои версии их разрешения. Это – уже начало движения учащихся к математике, причем в соответствии с обобщенной моделью познания [2]. Формируется мотив включения учащихся в разрешение ситуации, осознание собственной деятельности по применению математики, своих действий и используемых средств (в том числе и таких, как определения, теоремы) и т.п., то есть, с позиций МНОМ, – начало движения к постижению азов научного мировоззрения.

Попав в одну из подобных ситуаций, учащийся либо сам вынужден разрешить ее, либо обратиться за помощью … к специалисту (учителю, знающему ученику, профессионалу в соответствующей области). *Как поступить* – это уже *ситуация выбора*, причем жизненно важная для непосредственного ее участника. Она требует наличия у учащегося, во-первых, одного из мировоззренческих умений – *анализировать ситуацию*, во-вторых, хотя бы самых поверхностных знаний, прежде всего, *знаний о ... знаниях* (первый компонент содержания учебного предмета). Поясним сказанное.

Пример (продолжение). Предположим крайний случай: у учащихся не оказалось под рукой справочников, содержащих сведения (тоже знания!) о выходе из подобных ситуаций. Для решения вопроса "К кому же обращаться за помощью?" необходимы еще знания о возможностях того или иного специалиста, то есть, в конечном итоге, *знания мировоззренческого характера о возможностях, "сфере влияния" математики как грани культуры*.

Анализ ситуаций позволяет выделить в них *главное* и определить, что при всей внешней несхожести их роднит *обращение к количественным соотношениям* (к числу) или *геометрическим формам и их связям* (четырехугольник, положение луча AN и др.). Кроме того, осознается, что ситуации надо *анализировать с позиций целостности*, системно, применяя к тому же *системные средства познания*. Это уже дает основание предположить, что в каждой из ситуаций может прийти на помощь *математик*.

Все знания указанной группы должны, очевидно, стать неотъемлемой частью содержания общего математического образования (его первого компонента как компонента социального опыта). Только тогда правомерно будет говорить о предоставлении школьнику необходимых условий для усвоения им соответствующих элементов математической культуры. Заметим, что все знания выделенной группы носят явно выраженный мировоззренческий характер.

В процессе анализа ситуаций осознается необходимость проведения *первых двух этапов исследования*, в том числе и математического: 1) проведение наблюдений, анализ и обработка результатов (включая и предыдущий опыт) для получения необходимой информации; 2) понимание как подъем на некоторую ступень абстракции, выделение главного, существенного с позиций видимой цели, в данном случае – формулировки математической задачи. Для этого потребуются знания *об основных этапах процесса познания* [2].

Заметим (и об этом можно и следует говорить с учащимися), что эти и им подобные рассуждения нельзя было бы провести, *не владея*, хотя бы на элементарном уровне, *знаниями* (информацией) *как средствами своей деятельности*. Если на этот факт учитель периодически обращает внимание учащихся, то они начинают осознавать, что все эти "чисто" научные знания также должны стать частью *их практической готовности к обобщенной ориентировке* (т.е., с нашей точки зрения, частью их мировоззрения).

Однако одних сведений явно недостаточно: необходимы *умения применять их*, сформированные у пользователей. Иными словами, необходим опыт, в состав которого входят умения использовать *способы научной деятельности* (обозначение величин символами, составление буквенных выражений, преобразований их и др.). Это обосновывает для учащихся необходимость дальнейшего пополнения собственных знаний элементами *первого и второго компонентов дидактической модели* учебного предмета и побуждает их к этому [3].

Однако в рамках МНОМ для учащихся полезнее продолжить начатые рассуждения и убедить их в следующем: проведенные рассуждения и действия намечают *общую схему исследования практической ситуации с помощью математики*, а такое исследование в своих главных чертах и последовательности действий *родственно любому другому* (проведенному в любой другой области)!

С разрешением ситуаций 1 – 3 дело обстоит в принципе так же, как и с первой. И в этом случае учащихся удается включить в учебную творческую деятельность, цель которой почти сразу же принимается учащимися в силу прежде всего "человеческого" (обращенного к учащимся) "лица" ситуаций. При разрешении каждой из них с учащимися удается пройти *те же этапы исследования*, хотя и с различной степенью их рефлексивной детализации.

Приведем еще пример учебной практической ситуации и фрагмент занятия по ее разрешению.

Пример 2. Известно, что одно из важных умений учащихся, которое необходимо формировать при обучении математике, является **умение решать задачи**, причем не только математические. В случае его даже частичной сформированности оно оказывается для учащегося и существенным ориентиром его деятельности (**с чего начинать? что использовать**? и т.п.), и качеством его мировоззрения (**положительное отношение** к задачам различного рода, **понимание источника порождения задач**, **опыт** поиска средств и преодоления трудностей и пр.). А так как с задачами человек встречается в своей практической деятельности чуть ли не на каждом шагу, то такое умение носит еще и явно *реалистический* характер.

Понятно, что формирование рассматриваемого умения – дело не только уроков математики, но именно на них можно и нужно обучать учащихся выполнению *частных действий*, из которых в совокупности складывается обобщенное умение. К таким частным, но ***важным действиям*** **мировоззренческого характера** следует отнести [1, 2, 5]:

– вхождение в задачную ситуацию, принятие ее "для себя";

– вычленение собственно задачи, ее формулировка, поиск наиболее приемлемой формулировки, реконструкция задачи;

*– анализ информационной модели задачи: ее условий (данное) – **A**, теоретических и практических основ решения – **C,** способов и средств решения – **D**, четкое определение того, что требуется найти в задаче (искомое) – **B**, главного отношения между данным и искомым – **R**;*

– уточнение первоначальной задачи: выбор языка, поиск опорных задач и теории, точная формулировка задачи и составление ее модели;

– поиск пути, способов и средств решения и др.

На примере одной задачи продемонстрируем далее, как при обучении математике учащихся, например профессионального лицея, можно начать формирование у них выделенных частных действий (и умений). Далее приводятся фрагменты занятия с некоторыми пояснениями.

Преподаватель (в дальнейшем учитель – ***Ул***): Раньше, и не только на занятиях по математике, вы не раз решали задачи. Сегодня *наша цель* – понять, откуда берутся задачи, в том числе математические, и из каких действий складывается начало их решения. Представим себе, что вы уже работаете по своей специальности (слесарь-сантехник) и получили такой *заказ*: "Надо изготовить расширительный бачок, закрытый сверху, для системы водяного отопления. При этом, что особенно важно для сегодняшнего дня, затраты на изготовление должны быть минимально возможными". Можно ли считать это задачей?

Учащиеся (***Ук***) дают разные ответы, в том числе и отрицательные.

Ул*: ** Я склонен согласиться с теми из вас, кто говорит, что ***до сих пор *задача не сформулирована точно* (заметим это для себя!), следовательно, есть какая-то ***ситуация***, а задачу для нас надо еще сформулировать. Выясним, чего же пока мы не знаем (дальнейшее выясняется в беседе):

– *сможем* ли мы выполнить заказ, *что* для этого *нам нужно*, *чем мы располагаем*. Можно сказать, что нам пока не ясны практические и, отчасти, теоретические ***основания***. Для дальнейшего обозначим эти основания буквой ***C***;

– какой бачок нужен: по материалу, по форме и размерам, сколько нужно материала, какие нужны дополнительные сведения, что неизвестно. Знание всего этого определяют ***условия*** (*A*) и ***искомое*** (**B**) *задачи*;

– мы не знаем также, как мы ее будем решать, то есть какими средствами (инструментами, знаниями и т.п.) будем пользоваться и что за чем будем делать (***способы*** *и их* ***последовательность – алгоритм***). Совокупность знаний об этом обозначим буквой ***D***;

– наконец, пока мы даже не знаем, как все эти A, B, C, D связаны между собой. В этом случае говорят, что нет информации *об* ***отно-***

шениях между данными, а среди них нужно найти какие-то ***главные*** (самые важные, существенные) ***отношения***. Совокупность знаний о таких отношениях обозначим ***R***.

У$_{л}$**:** Попробуем выяснить то, что возможно, обратившись к заказчику, к опытному сантехнику и справочной литературе. Ясно, что в условиях класса на многие вопросы мы должны ответить сами. Пусть нам стало известно следующее: в наших условиях бачок лучше всего сварить из листового железа; целесообразно сделать его в форме коробки m × n × h; он должен вмещать не более 75 *л* воды; его высота не должна превосходить 90 *см*; основные расходы пойдут на материал (работать мы сами умеем), следовательно, его нужно приобретать в количестве не большем, чем это необходимо. Теперь для общей ориентировки составим сводную таблицу, тогда по ней легче будет сформулировать задачу.

.

№ п/п	***A*** – условия (ситуации, задачи)	***C*** – основания для решения	***R*** – отношения, связи	***D*** – способы и средства	***B*** – искомое
1.1.	1) объем 75л; 2) форма коробки m×n×h; 3) h = 90 см; 4) минимальный расход материала.	1) умения работать по металлу (сварка); 2) математические знания; 3) умения измерять, рисовать…	1) расходы будут наименьшими, если минимальной будет поверхн.; 2) ?	1) обратиться к мастеру(?); 2) теоретически составить задачу, решить ее(?); 3) решить задачу практически(?).	1) геометрич. форма, рис. - ? 2) минимальная площадь поверхности- ?

(Выделенные жирным курсивом слова записываются в тетрадях)

У$_{л}$ (после заполнения и анализа первой части таблицы)**:** Теперь мы уже можем сформулировать практическую задачу «для себя»:

Задача 1.1. Требуется изготовить из листового железа сварной бачок в форме прямоугольного параллелепипеда, закрытый сверху, емкостью 75 *л* и высотой до 90 *см,* чтобы на его изготовление пошло *наименьшее количество материала*.

У$_{л}$**:** Заметим, что отдельные рубрики таблицы нам помогли не только четко сформулировать задачу, но и помогут в дальнейшем определить конкретные шаги по ее решению, составить *план решения*. Как вы поняли, для этого нужно заполнить еще столбец ***D*.** Что нужно сделать для решения данной задачи, чем мы можем воспользоваться? –

Это вопросы **о средствах и способах решения**. *На эти вопросы приходится отвечать, решая любую задачу*, на примере данной поучимся, как это делать и что использовать.

При активном использовании учебной литературы, справочников, собственных знаний и опыта заполняется столбец ***D.*** Делается вывод: для решения задачи 1.1. нужно составить и решить ***математическую задачу*** как ***модель нашей ситуации***. Приходят к следующему варианту ее формулировки:

Задача 1.2. Определить длины сторон основания прямоугольного параллелепипеда, объем которого – 75, высота – 9 (усл. ед.), а полная поверхность – наименьшая из возможных. Сделать схематический рисунок параллелепипеда и его развертки, укладывающейся в прямоугольный лист железа, с указанием найденных размеров, линий сгиба или разрезания листа.

По задаче 1.2 заполняется вторая часть таблицы:

№	***A***	***C***	***R***	***D***	***B***
1.2.	1. Форма – прямоуг. параллелепипед; 2. V = 75 (дм3); 3. h = 9 (дм); Sполн - min.	1) $S_{полн} = 2S_1 + 2S_2 + 2S_{осн}$; 2) Основание – прямоугольник; 3) $S_{осн} = m \times n$; 4) $S_1 = mh$; $S_2 = nh$ $V = m \times n \times h = = S_{осн} \times h$.	1) **Гипотеза**: $S_{полн}$ будет наименьшей, если основание – квадрат: m=n = a; 2) $S_{полн} = 4ah + 2a^2 = 2(a^2 + 18a)$.	1) Практически подтвердить гипотезу; 2) Найти a по V и h (формула или число); 3) Арифм. действия, формулы, умения примен.	1) a – ? 2) способы обоснования гипотезы; способы применения результатов решения матем. зад. к решен. практич. задачи.

В

В дальнейшем на этом же и последующих уроках работа с таблицей продолжается. При этом учащиеся начинают воспринимать таблицу как ***ориентировочную основу своей деятельности*** как при решении, так и, что важнее, при составлении собственных задач. Умение работать с таблицей (вначале – расчлененное на операции и осуществляемое письменно, а затем – лишь с опорой на нее и устное или в уме) становится ориентиром их деятельности по решению и составлению задач, то есть, с нашей точки зрения, превращается в мировоззренческий механизм их учебной, а затем и производственной деятельности.

Заметим, что информационная структура задачи: ⟨A, C, R, D, B⟩ в том или ином ее виде уже описывалась в методической литературе [3, 4], однако в данной статье представлена методическая работа с такой структурой на уроке. В ней описана последовательность совместной работы учителя и учащихся над задачами в направлении мировоззренческого воспитания учащихся как общеобразовательной, так и профессиональной школы.

Библиографический список

1. Жохов, А.Л. Научное мировоззрение в контексте духовного развития личности (образовательный аспект) [Текст]. – М.: ИСОМ, 2004. – 329 с.
2. Жохов, А.Л. Стратегия и средства математического познания [Текст] // Задачи в обучении математике// материалы Всероссийской конференции. – Вологда: Русь, 2007. – С. 26-31.
3. Колягин, Ю.М. А. Задачи в обучении математике [Текст]. – Ч. I-III. – НИИ школ МП РСФСР. – М.: Просвещение, 1977.
4. Крупич, В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач [Текст]. – М.: Прометей, 1995. - 210 с.
5. Теоретические основы содержания общего среднего образования [Текст] / под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М.,1983.
6. Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики [Текст]: кн. для учителя. – М.:Просвещение,1990. – 96 с.

© А.Л.Жохов, © Е.С.Мартынова (ЯГПУ)

Учебные ситуации и задачи мировоззренческой направленности в обучении математике

Будем исходить из следующих положений, обоснованных и раскрытых в работах ряда ученых прошлого и настоящего (Р. Декарт, К. Маркс, В.И. Вернадский, Д.И. Фельдштейн и др. – [1, 4]):

–мировоззрение человека следует понимать как механизм его обобщенной ориентировки в мире, определяющий его отношение к миру вообще, к самому себе и другим людям, направляющий его деятельность в соответствующее русло и оказывающий решающее воздействие на результаты его работы;

–под формированием мировоззрения целесообразно понимать *целенаправленное и посильное для растущего человека оказание ему* *помощи в "выращивании" личностных механизмов* [1], ответственных за возникновение и закрепление его отношений к миру, позиций, взглядов и убеждений (*микромеханизмов мировоззрения*), соотнесенных с той или иной гранью культуры;

−обучение конкретным дисциплинам (математике, физике, языку и др.) и формирование полезных для учащихся мировоззренческих ориентиров и качеств можно органично соединить друг с другом в один процесс.

Цель данной статьи – показать, что в качестве методического средства формирования у учащихся микромеханизмов их мировоззрения могут использоваться учебные ситуации и задачи соответствующей направленности. Но вначале несколько шире раскроем исходные положения.

Мировоззрение человека есть система обобщенных ориентиров его деятельности и соответствующих личностных качеств, форма организации опыта его деятельности в одной или нескольких взаимосвязанных гранях культуры, оно представляет собой триединство своих главных структурных компонентов:

(I) эмоционально-ценностного блока: мотивов, установок, отношений, ценностей – интенциональный опыт;

(II) деятельностно-волевого блока: усвоенных способов деятельности и "программ" выхода из ситуаций – опыт разрешения мировоззренческих ситуаций;

(III) образно-знаниевого блока: совокупности обобщенных представлений, смыслов, знаний – опыт познания, творчества, рефлексии [1].

В этом понимании мировоззрения человека отражена его природа как персонального механизма его обобщенной ориентировки, индивидуально-социальной адаптации к изменяющейся действительности, развития себя как нравственной личности и преобразователя мира в направлении Добра, Красоты и Истины.

Мировоззрение математическое, гуманистически ориентированное структурно представляет собой систему выше названных компонентов, но имеющих свою специфику, определяемую предметом математики как грани культуры и науки. Сформированное у человека на

[1] При использовании здесь и далее термина "механизм" мы следуем Н.Н. Моисееву, имея "в виду некоторую совокупность логических связей, действий и процедур, определяющих возникновение изменений в той или иной развивающейся системе" [4, с. 43]. Такое применение данного термина особенно оказывается полезным при исследовании как самого феномена "мировоззрение", так и процесса его формирования.

том или ином уровне, оно направляет его познавательную деятельность на поиск истины, ее обоснование и логически стройное изложение, на структурное ви́дение мира, на активное использование математических средств познания и идеального преобразования человеком окружающего мира и себя в нем, способов оперирования с ними.

Мировоззренческий потенциал математики (МПМ) как грани культуры – это система исторически сформировавшихся в математической культуре математико-мировоззренческих ориентиров, механизмов разрешения мировоззренческих ситуаций – способов и средств саморазвития человека, математического познания и идеального преобразования мира; математических знаний и образов (моделей), картины мира с использованием математических моделей как в его фрагментах, так и в целом. МПМ характеризуется:

- специфическим для математики эстетическим и этическим отношением к миру, к человеку и результатам его труда (соразмерность и симметрия, аксиоматичность и доказательность, аналогия и правдоподобие, красота и др.);

- способами идеального познания и преобразования мира, самого человека, свойствами его мышления (создание идеальных образов, математическое моделирование, определение понятий, формулировки и доказательства теорем, построение теорий, алгоритмизация деятельности и др.);

- своеобразным, целостно структурированным (образно-символическим, абстрактно-теоретическим) ви́дением, математической картиной мира;

- свойственными математике способами фиксирования и обоснования результатов ви́дения мира и стилем его познания (математический язык, разумное и взаимосвязанное сочетание различных кодов записи информации, опора на определение понятий, на логику и теории и др.);

- различного рода математическими моделями как оправдавшими себя средствами познания (геометрические фигуры и построения; мера и измерение, величины и числа; множество, отношения и функции; правила и законы логики; порядок и его свойства; алгебраические и топологические структуры; преобразования, гомоморфизмы; вероятность и статистические закономерности и др.).

Выделенные компоненты-характеристики МПМ, как и их отдельные элементы-свойства, зародились и сформировались не только (и не столько) внутри науки математики благодаря усилиям математиков-профессионалов (ученых), но и в других областях человеческой практики и людей изначально других профессий – в деятельности философов, языковедов, художников, учителей, строителей и т.п. Подобные свойства можно обнаружить при рассмотрении любых математических конструкций и, в конечном итоге, они зафиксированы как в оригинальных историко-математических, так и в прикладных и учебных математических текстах, рассматриваемых как произведения культуры. Следовательно, правомерно считать, что все эти компоненты МПМ сформировались в процессе исторического развития математической культуры и в позитивном опыте математического образования.

Для осуществления мировоззренчески направленного обучения математике необходимо выстраивать этот единый процесс поэтапно в соответствии с логикой развития данной грани культуры; цели отдельных актов деятельности и этапов формулировать вместе с учащимися и в форме открытой, понятной и привлекательной для них; организовать этот процесс средствами, адекватными комплексу целей и возможностям учащихся. Важно отметить, что при организации учебных ситуаций и задач необходимо учитывать целостность мировоззрения, то есть так, чтобы в их разрешении участвовали все компоненты мировоззрения растущего человека, хотя и в их различном сочетании.

Первый компонент был обозначен как *обобщенное эмоционально-ценностное отношение* к окружающему миру и к себе самому. Он «вырос» у человека на основе «работающего» отдельно или в паре с другими механизмами обобщенной ориентировки животных. Действие этого механизма у животных направлено на «улавливание» своих потребностей, их предметов, связей между ними и на оценку результата удовлетворения потребностей.

Видимо, и у человека основными составляющими подобного механизма его мировоззрения являются образы потребностей, мотивов (как потребностей, наложенных на предмет), связей с какими-то ожидаемыми обстоятельствами или действиями по удовлетворению потребностей, возможностей или невозможности их удовлетворить и т.п. В психологической науке для всех этих групп отношений и соответствующих, закрепившихся у человека реакций на них принято название: **интенциональный опыт**. Можно утверждать, что данный компонент выполняет *мотивационную и ценностно-ориентационную функции*, отражая отношения между субъектом мировоззрения и объектами, одним из которых может быть и сам человек. При этом основным механизмом в составе этого компонента, на который ложится главнейшая нагрузка, являются эмоции, вырастающие на каком-то этапе до чувств.

Нетрудно понять, что именно внутри рассматриваемого блока, хотя и при посредничестве механизмов других блоков, появляются и действуют как ориентиры и как составляющие механизмы следующие качества человека: желания, интересы, идеалы; надежда, мечта, вера; различные чувства (эгоизма-альтруизма, любви-ненависти, красоты-уродливости, истины-лжи и др.) и др. Ясно, что требуется специальная воспитательная работа, чтобы в отмеченных парах чувств, в желаниях, идеалах, вере и т.п. у ребенка стали преобладать гуманистическая направленность и общечеловеческие ценности. Как видно, пытаясь конкретизировать функцию первого компонента мировоззрения, мы одновременно пополнили наши представления о содержании его как некоторой совокупности определенного рода мировоззренческих качеств.

Второй компонент мировоззрения — *обобщенные способы осознания и преобразования мира, «программы» деятельности, волевые усилия. Главная его функция* — в ситуациях «почти знакомых» альтернатив «предлагать» человеку определенные, закрепленные в его опыте реакции и действия или *побуждать* к соответствующим действиям противоположной направленности. Именно этой функцией второй блок определяется как относительно самостоятельная часть мировоззрения, и потому его разумно называть *деятельностно-волевым* компонентом или *опытом разрешения мировоззренческих ситуаций*. Его частными механизмами естественно считать *мировоззренческие умения* и опыт преодоления препятствий (волю).

Чтобы несколько расширить представления о содержании данного блока, назовем в качестве примера несколько довольно распространенных альтернатив, когда люди выбирают одно из решений для себя как предпочтительное. Выбор этот может определять мгновенную реакцию тела, например, в следующих ситуациях: бежать — встретить опасность «лицом к лицу»; нападать — защищаться и т.п. В других альтернативах выбор предполагает выполнение еще и интеллектуальных действий, активность чувств: входить в незнакомую ситуацию или нет, верить человеку или нет, обосновывать какое-то высказывание или принять на веру; выслушать и постараться понять человека или говорить ему о своем; враждовать — идти на компромисс и т.п. Ясно, что подобные «программы» действий во многом являются мировоззренческими.

Заметим еще, что данная выше характеристика главной функции второго блока позволяет рассматривать в качестве одного из его наиболее важных механизмов волю человека, поскольку именно воля направляет человека на преодоление препятствий, на достижение цели и длительно удерживает его в этом движении вопреки внутренним соблазнам и сиюминутным потребностям. Наконец, человек, имеющий волю, это всегда самоопределяющийся субъект, «который сам свободно — произвольно — определяет свое поведение и отвечает за него» (П.В. Симонов). Сказанное и характеризует волю как элемент, механизм второго блока мировоззрения человека.

Третий компонент — *опыт понимания, мышления, творчества, рефлексии, и основные результаты этой мыслительной деятельности – знания о мире*. Исторически этот компонент возник в последнюю очередь и стал действовать как механизм обобщенной ориентировки человека. *Его основная функция* в составе мировоззрения — *создавать целостный образ ситуации, отслеживать и прогнозировать ее изменения, координировать действия других механизмов, отслеживать взаимодействие человека с окружающей средой*.

Чтобы выполнять указанную функцию, данный механизм должен опираться на сознание человека и такие его механизмы, как осознанное восприятие (не впечатления), мышление и понимание, а также на те интеллектуальные умения, часть из которых была зафиксирована в механизмах действенно-практического компонента мировоззрения. Результатами деятельности механизмов этого блока в направлении обобщенной ориентировки и являются представления, умственные образы, мысли, знания о мире, сознательно составляемые цели и программы деятельности, осознаваемые мотивы и пр., а также осознаваемые установки поведения, нравственные принципы и др.

В связи с рассмотрением третьего блока мировоззрения как целостного механизма обобщенной ориентировки человека в окружающем мире отметим еще роль «Обобщенной модели познания» [3]. В ней даны основные этапы, шаги и средства познания, которые помогают при постижении математических понятий, а через них окружающей действительности и себя.

Основное воздействие на развитие учащихся достигается за счет ситуаций, создающихся на уроке с помощью предлагаемых им заданий мировоззренческого характера. Такие ситуации строятся с учетом этапов познавательной математической деятельности, раскрытых в работах [2, 3]. Можно получить сводную таблицу микроэтапов познания, действий и средств, более всего соответствующих тому или иному этапу. Часть таблицы (без перечисления действий и средств) с указанием мировоззренческих ориентиров математического познания, организованного в том числе и в учебном процессе, имеет вид:

Включение в ситуацию научного познания, «необходимость себя»: предмет, мотив, цели	**Переживание ситуации, понимание:** *«умственный образ - материализация - символизация»*	**Разрешение ситуации (I):** создание средств познания, первые пробы применения	**Разрешение ситуации (II):** построение теории, проверка применением, логикой	**Применение, коммуникаци, рефлексия:** ознакомление других с теорией, коррекция; «ракоходный метод»	**Перенос результатов, прогнозы.** Поиск **метазнаний,** продуктивной организации обретенных знаний
ВЫБОР ПОЗИЦИИ – ОСМЫСЛЕНИЕ – ОСРЕДСТВЛЕНИЕ – КАТЕГОРИЗАЦИЯ – ОБОСНОВАНИЕ – ПЕРЕНОС МОТИВАЦИЯ-ПЕРЕЖИВАНИЕ – ПОНИМАНИЕ-ВОСПРОИЗВОДСТВО – АКТ ВОЛИ – ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ – ОТВЕТСТВЕННОСТЬ					

Структура научного познания и отраженная в ней логика этого процесса могут служить моделью становления и развития познавательной культуры и мировоззрения конкретного учащегося, связанных в нашем случае с математикой как специфической областью знаний и, в целом, культуры. Для этого процесс его математического образования должен быть организован соответствующим образом. В [3, гл. 2] показано, что эта *модель* намечает возможную *логику* (т.е., прежде всего, ее «узловые» моменты, компоненты) мировоззренчески направленного обучения предмету, показано также, что в определенных условиях логика процесса обучения в своей основе совпадает с *логикой процессуального акта мировоззренчески направленной учебной деятельности*.

Опираясь на вышесказанное, приведем пример учебной ситуации по *конструированию учащимися математических объектов*.

Пример учебной ситуации. В конце изучения со школьниками прямой пропорциональности и как связующее звено с последующей темой «Обратная пропорциональность» учащимся предлагается выполнить следующее задание.

«**Дано**: пропорциональная зависимость $y = kx$, где x, y – переменные, k – коэффициент, не равный нулю.

Задания: 1.Используя знаки математических операций и символы x, y, k, составьте различные формулы (со знаком равенства).

2.Ответьте на вопросы: а) какие из полученных формул вам уже знакомы и какие вы можете разумно объяснить? есть ли среди них те, которые задают пропорциональную зависимость, ранее изученную? б) есть ли среди полученных формул вам еще незнакомые? Получились ли выражения, вообще не имеющие в математике смысла, почему?

3. Сделайте вывод о том, как и в какой очередности могут быть получены новые формулы и их реальные прообразы».

С помощью таких заданий учащиеся с интересом, придерживаясь лишь правил допустимого обращения с математическими символами, включаются в процесс создания и изучения новых для них математических объектов.

$$y=\mathrm{k}+x,\ y=\mathrm{k}-x,\ y=x/\mathrm{k},\ y=\mathrm{k}/x;\ y=x^{\mathrm{k}};\ y=\mathrm{k}^{x} \quad (1)$$

С первыми двумя из них учащиеся уже встречались при решении задач с использованием уравнений. Следующая формула, как легко устанавливается в беседе с учащимися, есть лишь иная форма записи только что изученной пропорциональной зависимости переменных x и y с коэффициентом 1/k. Наконец, последние формулы в последовательности (1) задают новые математические объекты. Учащиеся приступают к изучению первого из них («обратная пропорциональность») с заметным интересом, так как фактически сами его получили, используя доступные средства. Учителю же предоставляется возможность убедительно показать, что математика и сама служит источником получения новых закономерностей, а ученики могут самостоятельно конструировать математические объекты. Заметим еще, что последовательностью новых объектов намечается некоторый план построения дальнейших уроков математики. Мировоззренческий и общечеловеческий смысл такой работы налицо.

Итак, мы показали, как на уроках математики с помощью серии специальных заданий можно создавать учебные ситуации и задачи мировоззренческого характера. Приведенный тип задач далеко не единственный, нам важно было показать возможность их использования в учебном процессе и механизм их создания: определенный набор содержательных данных плюс сформулированная на доступном для учащихся языке и представленная в нужной последовательности серия воспитательных заданий. В зависимости от того или иного задания мировоззренческого характера учебные задачи получают соответствующую направленность, становятся ядром учебной мировоззренческой ситуации и при включении в нее учащихся играют роль методического средства в формировании у них необходимых мировоззренческих качеств. Ведь приобретение собственного опыта конструирования математических объектов как вида познавательной деятельности, а вместе с этим и опыта эмоционально-ценностного отношения к миру (в частности – к миру математики) и к себе в нем – неотъемлемая часть развития культуры мышления личности.

На наш взгляд, сформированные в процессе обучения математике элементы математического мировоззрения принесут учащемуся непосредственную пользу: укрепят в нем веру в свои возможности, помогут ему ориентироваться в этом мире, воспринимая его не равнодушно, но доказательно и с опорой на позиции, уже утвердившиеся в науке и познании. Методическим же инструментом формирования мировоззренческих механизмов ориентировки в мире, безусловно, являются ситуации и учебные задачи, которые необходимо и можно создавать и разрешать с учащимися при обучении математике в школе. Нашу дальнейшую задачу в намеченном направлении мы видим в том, чтобы создать сборник учебных ситуаций и математических задач, которые помогут учителю математики организовать на уроках работу по формированию и развитию тех или иных мировоззренческих качеств учащихся.

Библиографический список

1. Вернадский, В.И. О науке [Текст]. Т.1: Научное знание. Научное творчество. Научная мысль. – Дубна: Феникс, 1997.
2. Жохов, А.Л. Научное мировоззрение в контексте духовного развития личности (образовательный аспект) [Текст]. – М.: ИСОМ, 2004. – 329 с.
3. Жохов, А.Л. Стратегия и средства математического познания [Текст] // Задачи в обучении математике: материалы Всероссийской конференции. – Вологда: Русь, 2007. – С. 26-31.
4. Фельдштейн, Д.И. Психология развития личности в онтогенезе [Текст]. – М.: Педагогика, 1989.

© Н. А. Меньшикова (ЯГПУ)

Роль задач исследовательского характера в подготовке учащихся к ЕГЭ по математике

В статье предпринята попытка раскрыть существующие связи между формированием исследовательских умений школьников и их подготовкой к единому государственному экзамену по математике (ЕГЭ).

Опираясь на методические публикации в периодической печати, посвященные различным аспектам проведения ЕГЭ по математике, рассмотрим утверждение о том, что одним из центральных моментов технологии подготовки учащихся к единому государственному экзамену по математике является обучение школьника приемам мысленного поиска способа решения задачи. Это предлагается осуществлять с помощью раскрытия общей картины поиска на примере сложных задач. С другой стороны, знакомство учащихся с методологией научного поиска является одной из главных целей их учебно-исследовательской математической деятельности. Это знакомство осуществляется в процессе решения задач исследовательского характера, предназначенных для формирования учебно-исследовательских умений. К ним мы относим следующие умения: умение проводить наблюдение математических объектов и сравнивать результаты наблюдений; умение выполнять анализ наблюдаемых фактов и синтезировать новые умозаключения; умение проводить математический эксперимент: измерять, вычислять, строить фигуры, моделировать объекты; проводить классификацию по избранному основанию; проводить индуктивные и дедуктивные рассуждения и осуществлять доказательство; обобщать полученные факты; определять область применения полученных результатов. Формирование учебно-исследовательских умений у школьников способствует и развитию специальных математических умений [2].

Анализ структуры контрольно-измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена по математике позволяет выделить ряд заданий, имеющих черты задач исследовательского характера. Такие задания существуют как во втором, так и в третьем уровнях КИМ ЕГЭ.

Рассматривая варианты экзамена 2006 года и демонстрационный вариант 2007 года, выделим сначала задание В5. Это задание предусматривает работу с графиком производной функции, заданной на некотором отрезке. В различных вариантах заданий предусмотрены вопросы: по приведенному графику производной указать количество экстремумов функции, указать длины промежутков монотонности, количество касательных к графику исходной функции, наклоненных под определенным углом к положительному направлению оси абсцисс, и т.п. Ответ получается в результате анализа наблюдаемых на рисунке зависимостей без выполнения каких-либо преобразований. Задания типа В5 позволяют не только проверить знания учащихся по теме «Производная», но и умения проводить математические наблюдения и анализировать наблюдаемое.

Другим примером заданий исследовательского характера в группе В являются уравнения, корни которых могут быть выявлены наблюдением исходной структуры и ее непосредственным анализом без выполнения или с незначительным количеством преобразований. Решение основывается на свойствах функций, входящих в структуру уравнения: монотонности, ограниченности, знакопостоянстве. Решить предлагаемые уравнения другим способом бывает слишком затруднительно, так как уравнение образовано функциями различного характера (задание B7 ряда вариантов 2006 года).

Следует отметить, что задания уровня C в той или иной степени содержат элементы учебного исследования. В вариантах 2006 года задание C3 посвящалось теме «Приложения производной». От учащихся требовалось составить алгебраическую модель сюжетной или геометрической задачи, решить ее в рамках модели и перевести полученные результаты в термины исходной задачи. Это позволяет считать такие задания проверяющими исследовательские умения.

Пример 1 (демонстрационный вариант ЕГЭ 2006 года). Для монтажа оборудования необходима подставка объемом 1296 куб.дм. в форме прямоугольного параллелепипеда. Квадратное основание подставки будет вмонтировано в пол, а ее задняя стенка – в стену цеха. Для соединения подставки по ребрам, не вмонтированным в пол или стену, используется сварка. Определить размеры подставки, при которых общая длина сварочного шва будет наименьшей.

Анализ условий приводит к преобразованию сюжетной задачи с геометрическим содержанием в задачу по отысканию наименьшего значения дробно-рациональной функции на множестве положительных действительных чисел. От ученика требуется выбрать независимую величину, составить функцию (длины сварочного шва от стороны квадрата); определить, при каких значениях независимой величины функция принимает наименьшее значение; сформировать ответ в терминах исходной задачи (размеры подставки составляют 12, 12, 9 дм).

К задачам исследовательского характера следует отнести и задачи с параметром. Приведем задание из опубликованного в 2006 году пособия по подготовке к ЕГЭ [1, вариант 10, C5].

Пример 2. Пусть A – множество всех тех значений параметра a, для которых выполнено условие: сумма кубов действительных различных корней квадратного уравнения $x^2 - ax + 3 - a = 0$ не превосходит 27. Найти множество значений, которые принимает сумма квадратов указанных корней для всех значений параметра из множества A.

Процесс решения задачи требует составления плана и его последовательной реализации. Сначала определяются те значения параметра, для которых выполняются условия задачи. Действительные различные корни уравнения существуют, когда дискриминант уравнения больше нуля. Ученик составляет и решает соответствующее неравенство и определяет, что это выполняется, когда параметр либо меньше числа -6, либо больше 2. Далее определяются корни уравнения через параметр, а затем на основании теоремы Виета сумма кубов корней представляется также через параметр. Составляется неравенство на основе того, что сумма кубов корней не превосходит 27. Решение второго неравенства ограничивает значения параметра, полученные из первого неравенства, сверху: параметр не должен превосходить числа 3. Следовательно, к множеству А относятся числа, меньшие числа -6, и числа, принадлежащие промежутку (2; 3]. Третьим пунктом плана является представление суммы квадратов корней уравнения как функции от параметра: $f(a) = a^2 + 2a - 6$.

В-четвертых, находится множество значений построенной функции на заданном множестве А, а это и есть множество значений суммы квадратов корней уравнения, удовлетворяющих требованиям задачи. Ответ: (2; 9] U (18; +∞).

Приведенный пример показывает, что для решения данного задания ученик должен проявить умения анализировать, проводить индуктивные и дедуктивные рассуждения, синтезировать новые умозаключения, составлять и реализовывать план исследования. Умение решать задачи с параметром свидетельствует о высоком уровне математической подготовки учащихся, владении элементами научного поиска.

Геометрические учебные исследования чаще всего представляют собой многокомпонентные задания, связанные с одним или несколькими объектами. В качестве примера рассмотрим задания С4 из КИМ ЕГЭ 2006 года. Они представляют собой достаточно сложные стереометрические задачи, в процессе решения которых учащиеся опираются на общую схему поиска решения и проявляют исследовательские умения. В большинстве случаев это задачи на комбинацию фигур, требующие большого количества действий. Их можно отнести к многокомпонентным заданиям, состоящим из пунктов плана решения всей задачи.

Пример 3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 8 на ребрах AA_1, BB_1, DD_1 заданы соответственно точки M, N, L так, что AM = 7, BN = 6, DL = 6. Секущая плоскость проходит через точки M, N, L и делит куб на два многогранника. Найдите наибольший из объемов этих многогранников [1, вариант 3, С4]

Решение задачи может быть разделено на следующие составные части.

1) Построение наглядного чертежа и анализ его элементов. Чем точнее соблюдаются правила построения изображений в данном случае, тем более явно из чертежа видно, из каких частей составлена фигура и какой метод рациональнее использовать при решении задачи. На данном этапе значительна роль умений проводить математические наблюдения и важна математическая интуиция.

2) Доказательство равновеликости искомого объема объему прямоугольного параллелепипеда, основанием которого является грань куба ABCD, а высота равна 6. Здесь проявляются умения экзаменуемого проводить индуктивно-дедуктивные рассуждения, владеть логикой доказательства.

3) Вычисление искомого объема. Проявляется умение конкретизировать общие правила вычисления объемов для случая, указанного в задаче.

Следовательно, можно считать указанный пример задания из контрольно-измерительных материалов обладающим характеристиками учебно-исследовательской задачи.

Приведенные примеры показывают, что подготовка учащихся к ЕГЭ и организация учебно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике тесным образом связаны. Систематическое формирование учебно-исследовательских умений у учащихся в процессе обучения математике как на уроках, так и во внеурочной деятельности способствует достижению ими более высоких результатов единого государственного экзамена.

Библиографический список

1. Единственные реальные варианты заданий для подготовки к единому государственному экзамену. ЕГЭ-2006.Математика [Текст] / А.Г. Клово. – М.: Федеральный центр тестирования, 2006.
2. Меньшикова, Н.А. Основы методики работы с учебно-исследовательскими математическими задачами [Текст] // Ярославский педагогический вестник. – 2002. – № 3.
3. http://www.ege.edu.ru.

© О.В.Андронова (с.ш.№28 г. Ярославля)

Некоторые приемы выработки критического мышления при изучении функциональной линии школьного курса математики

Один из этапов в развитии математики связан с именами великих ученых XVII века: Декарта, Ньютона и Лейбница. На основе их работ сформировалось понятие функции, были разработаны методы исследования функции, которые в течение длительного времени остаются основным инструментом изучения окружающего мира с помощью математики.

Математика всегда была связана с вычислениями и формулами. С помощью формул выражаются соотношения между различными величинами или переменными. В огромном мире зависимостей между переменными можно выделить три типа простейших зависимостей – это прямая пропорциональность, обратная пропорциональность и квадратичная зависимость. Прямая пропорциональность описывает прямолинейное равномерное движение и другие равномерные процессы, обратная пропорциональность – другие виды реальных процессов, а квадратичная зависимость – равноускоренное движение, в частности, падение тел. Соответственно этому в восьмом классе происходит знакомство учащихся с понятием линейной функции и функции вида $y=\frac{к}{x}$, а в девятом классе с понятием квадратичной функции. В дальнейшем мы рассмотрим процесс изучения данных функций, опираясь при этом на учебник математики под редакцией Г.В.Дорофеева [1].

В старшей школе учащиеся знакомятся с тригонометрическими функциями, которые служат для описания разнообразных периодических процессов, в последующем - с обратными тригонометрическими функциями. На этом же этапе школьного курса математики происходит знакомство с показательной функцией, которая описывает естественный рост и радиоактивный распад. После знакомства с понятием и основными свойствами логарифмов учащиеся встречаются с логарифмической функцией. Понятие об обратной функции рассматривается как дополнительный материал данного раздела [2]. Все вышеизложенное можно кратко зафиксировать в нижеприведенной схеме.

Схема 1

8 класс 9 класс 10-11 класс

1. Линейная функция *2. Функция вида* $y=\dfrac{k}{x}$	*1.Квадратичная функция*	*1. Тригонометрические функции* *2. Обратные тригонометрические функции* *3. Показательная функция* *4. Логарифмическая функция* *5. Понятие об обратной функции*

Рассмотрим процесс изучения линейной и квадратичной функции. Соответственно им покажем применение таких методических приемов выработки критического мышления, как спираль и линии сравнений. Эти приемы могут быть с успехом применимы и при изучении любой вышеупомянутой функции.

Линейная функция

Рассмотрим процесс изучения данной функции, в ходе которого продемонстрируем практическое применение нового для математики методического приема «спираль». Приведем описание данного приема.

1. Учитель в *краткой форме* излагает суть новой темы. В ходе данной работы учащиеся фиксируют в своих тетрадях основные ключевые понятия, на которые учитель обратил внимание при объяснении. Форма оформления таких конспектов может быть произвольной.

2. Учитель предлагает учащимся для работы ряд *практических заданий.* Задания подбираются таким образом, чтобы в процессе их решения учащиеся могли использовать уже известные для них сведения и выявить новые дополнительные факты. Данные задания можно прорабатывать индивидуально, в паре или в группе. В процессе обсуждения решения заданий известная для учащихся информация проговаривается, а новая дополнительная подлежит коллективному обсуждению, после чего фиксируется в тетрадях учащихся.

3. Учитель предлагает учащимся для дальнейшей работы *учебный текст.* В текст включается та информация, с которой учащиеся уже знакомы, и та, которая для них является новой. После работы с текстом учитель сначала акцентирует внимание на новой для учащихся информации, а затем уже на известной. Таким образом, вопрос прорабатывается еще раз.

4. Группа учащихся обобщает полученные знания в ходе *совместного доклада.* В ходе такой работы вопрос проговаривается еще раз. Другие учащиеся могут дополнить выступление одноклассника, если в этом возникнет необходимость.

Применение данного приема весьма эффективно. Во-первых, потому, что в процессе такой деятельности дети учатся мыслить категориями и актуализировать свои знания по определенной проблеме. Во-вторых, учащиеся в ходе работы замечают увеличение своих знаний, а также учатся принимать на себя ответственность за их получение. Чувство ответственности пробуждает дополнительную активность и заинтересованность в учебе. В-третьих, происходит формирование таких важных умений, как умение принимать решение, открывать закономерности, устанавливать связи между разнородными на первый взгляд явлениями, обобщать, делать умозаключения и выводы.

Продемонстрируем практическое применение данного приема. Нижеприведенное описание урока изложено в рамках модели технологии развития критического мышления учащихся [3].

Описание урока

Образовательная цель: формирование понятия «линейная функция».

Развивающая цель: развитие умения работы с текстом, выделять новое из достаточно большого количества информации, воспроизводить полученную информацию, сравнивать, обобщать.

Воспитательная цель: формирование настойчивости, целеустремленности, познавательной активности, самостоятельности, самооценки.

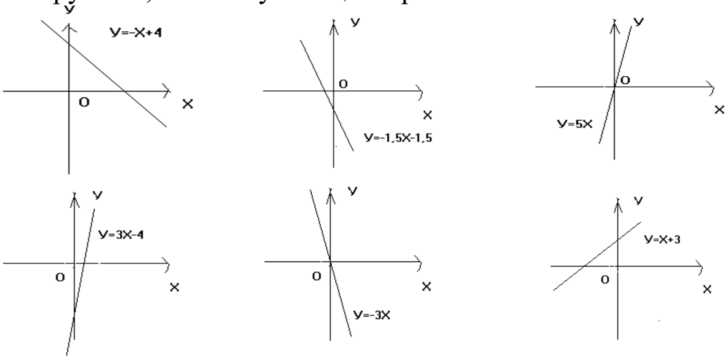
1. На стадии вызова происходит повторение основных, но уже известных на сегодняшний день ключевых понятий, с которыми учащиеся встретятся в процессе изучения линейной функции. К таким понятиям относится определение функции, графика функции, геометрического образа линейного уравнения $y=kx+l$, области определения функции. Работу можно организовать традиционным образом или с использованием методических приемов выработки критического мышления [4].

2. На стадии осмысления учащиеся знакомятся с понятием «линейная функция». Для этого учитель вначале предлагает ряд задач, в процессе их решения учащиеся получают некоторые формулы, которые по структуре одинаковы, а по существу различаются только буквами и числовыми коэффициентами. Таким образом, учащиеся с помощью учителя приходят к выводу, что величины совсем разной природы

фактически связаны между собой одной и той же зависимостью. Эти, а также многие другие процессы описываются *линейной функцией,* являющейся их общей математической моделью. Функцию, которую можно задать формулой вида $y=kx+l$, где k и l – некоторые числа, называют *линейной*. В дальнейшем ходе коллективного обсуждения учителя и класса учащиеся узнают, что графиком линейной функции является прямая. Далее учитель ставит перед учащимися вопрос: «Как по виду коэффициентов получить информацию о свойствах функции?». Учитель предлагает ряд практических заданий, в процессе решения которых учащиеся должны найти ответ на поставленную перед ними задачу.

Задания. 1. Постройте следующие прямые: $y=2x+4$, $y=-2x+1$, $y=3x$.

2. Рассмотрите следующие графики и распределите их по группам, используя общий признак.



3. Дополните получившиеся группы графиками функций первого задания.

В ходе решения данных заданий происходит дальнейшее формирование понятия линейной функции и ее графика, а также добавляются новые характерные для данной функции признаки. Все выводы фиксируются в тетрадях учащихся.

Далее каждый из учащихся получает учебный текст. Задача ученика прочитать его, выделить ту информацию, которая ему уже известна, и ту, которая для него является новой. На данном этапе работы возможно применение методического приема инсерт [3].

После работы с текстом происходит коллективное обсуждение новой информации, которая фиксируется в тетрадях учащихся, и еще раз той, которая уже знакома. В ходе такой деятельности основной математический материал проговари-вается неоднократно, что способствует его лучшему усвоению и запоминанию.

Далее учащиеся получают ряд практических заданий, в процессе решения которых происходит отработка полученных теоретических знаний.

3. На стадии рефлексии учащиеся пишут телеграмму. Под «телеграммой» в данном случае понимается краткое изложения содержания тематики урока.

Из всего вышеизложенного можно заключить следующее: применение данного приема при изучении нового математического материала не только возможно, но и весьма эффективно. В процессе такой деятельности учащиеся приобретают такие важные и необходимые в жизни умения, как делать умозаключения, мыслить, делать выводы, выделять новое из достаточно большого количества уже известной информации, сравнивать, обобщать. Дети учатся владеть обобщенными приемами рассуждений, стремлением приобретать знания и применять их в различных ситуациях. Главное состоит в том, что применение различных форм работы способствуют познавательной активности учащихся, а это немаловажно для успешной учебной деятельности. В ходе неоднократного повторения нового материала понимание и запоминание происходит прямо на уроке, что способствует более качественному усвоению математического материала.

Квадратичная функция

С понятием квадратичной функции учащиеся встречаются в девятом классе [5]. На примере изучения темы «График и свойства функции $y=ax^2$» продемонстрируем практическое применение нового для математики методического приема «линии сравнений». Важным элементом данного приема является то, что умение сравнивать помогает учащимся создать не просто запас идей, но и арсенал их решений. Многие сложные понятия в изучении новой темы при проведении линии сравнений становятся для учащихся более доступными и понятными.

На данном уроке учитель предлагал учащимся для работы ряд различных графиков вида $y=ax^2$, объединенных в группы по общим свойствам. Задача ученика – сравнить предложенные графики вначале внутри каждой группы, затем между группами, обобщить и сделать выводы. Учитель контролирует каждый этап работы учащихся. В результате этой деятельности появляется схема, отражающая свойства данной функции и особенности графика. Продемонстрируем более подробно каждый этап работы.

Нижеприведенное описание урока по данной теме изложено в рамках модели технологии развития критического мышления учащихся.

Описание урока

Образовательная цель: формирование понятия «график и свойства функции $y=ax^2$».

Развивающая цель: развитие умений проводить сравнение, аналогии, анализ, обобщение. Развитие математической речи.

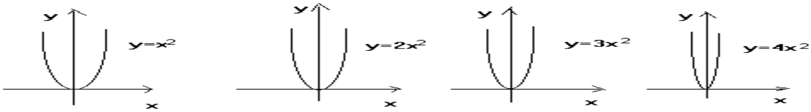
Воспитательная цель: формирование навыков работы в микрогруппе, самооценки, познавательной активности, общения.

Организационный момент: ученики рассаживаются в рабочие группы.

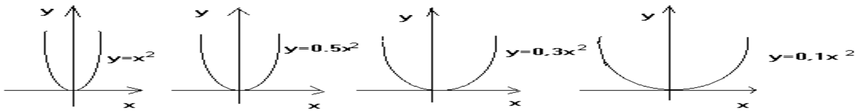
1. На стадии вызова учитель предлагает учащимся построить график квадратичной функции $y=2x^2$ по точкам. В процессе построения учитель вместе с учащимися определяет положительные и отрицательные стороны данного способа построения, пока что единственно знакомого учащимся. Внимание учащихся акцентируется на том, что в процессе дальнейшего детального изучения квадратичной функции, ее свойств, особенностей графика они познакомятся с некоторыми приемами, облегчающими построение параболы.

2. На стадии осмысления учитель предлагает учащимся для работы следующие рабочие карточки.

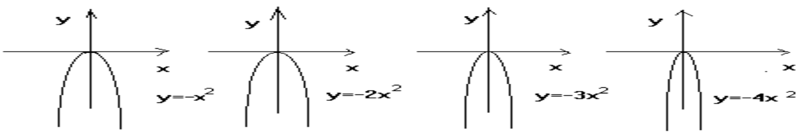
Карточка № 1.



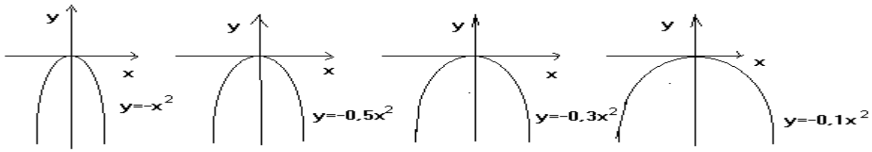
Карточка № 2.



Карточка № 3.



Карточка № 4.



Учитель: Перед вами четыре рабочие карточки. Каждая из них включает в себя параболы вида $y=ax^2$, объединенные по общим свойствам. Ваша задача определить особенности графика и свойства функций каждой из представленных групп.

Вначале учащиеся прорабатывают данный вопрос индивидуально, затем обсуждают внутри рабочей группы, далее делятся с классом своим мнением. На этом этапе деятельности учащимися были сделаны следующие выводы:

<u>Карточка № 1.</u> Это параболы, ветви которых направлены вверх. Вершиной служит начало координат, а осью симметрии – ось y. Областью значения служит любое неотрицательное число. Областью определения является любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ функция убывает, а на промежутке $[0; +\infty)$ функция возрастает. Коэффициент $a>0$, с его увеличением происходит «сужение» графика.

<u>Карточка № 2.</u> Это параболы, ветви которых направлены вверх. Вершиной служит начало координат, а осью симметрии – ось y. Областью значения является любое неотрицательное число, областью определения – любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ функция убывает, а на промежутке $[0; +\infty)$ – возрастает. Коэффициент $a>0$, с его уменьшением происходит «расширение» графика.

<u>Карточка № 3.</u> Это параболы, ветви которых направлены вниз. Вершиной служит начало координат, а осью симметрии – ось y. Областью значения является любое отрицательное число и ноль. Областью определения – любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ функция возрастает, а на промежутке $[0; +\infty)$ – убывает. Коэффициент $a<0$, с его уменьшением происходит «сужение» графика.

<u>Карточка № 4.</u> Это параболы, ветви которых направлены вниз. Вершиной служит начало координат, а осью симметрии – ось y. Областью значения служит любое отрицательное число и ноль. Областью определения является любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ функция возрастает, а на промежутке $[0; +\infty)$ функция убывает. Коэффициент $a<0$, с его увеличением происходит «расширение» графика.

Учитель: Давайте объединим в одну группу графики функций, представленные в первой и второй карточках, третьей и четвертой.

Ваша задача остается прежней: определить особенности графика и свойства функций каждой из представленных групп.

На данном этапе работы учащиеся сделали следующие выводы.

1 и 2 карточки: Это квадратичные функции вида $y=ax^2$, где **a>0**. Графиком служит парабола, ветви которой направлены вверх, вершиной – начало координат, а осью симметрии – ось y. Областью значения является любое неотрицательное число. Областью определения – любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ – убывает, а на промежутке $[0; +\infty)$ функция возрастает.

3 и 4 карточки: Это квадратичные функции вида $y=ax^2$, где **a<0**. Графиком служит парабола, ветви которой направлены вверх. Вершиной служит начало координат, а осью симметрии – ось y, областью значения – любое неотрицательное число. Областью определения является любое число. На промежутке $(-\infty; 0]$ – убывает, а на промежутке $[0; +\infty)$ функция возрастает.

Учитель: А сейчас давайте представим, что это одна большая группа. Ваша задача остается прежней: определить особенности графика и свойства функции вида $y=ax^2$.

Результаты данной деятельности учащиеся фиксируют в тетрадях. После проработки теоретической части этой темы учащиеся переходят к решению практических задач, в процессе решения которых происходит отработка и закрепление полученных знаний в области понятия «график и свойства функции $y=ax^2$».

3. На стадии рефлексии происходит обобщение полученных знаний. Учащиеся общими усилиями составляют текст телеграммы внутри каждой рабочей группы.

Из всего вышеизложенного можно заключить следующее: эффективность этого приема объясняется тем, что в нем, прежде всего, удачно используется способность зрительного анализатора. Учащиеся, работая с данными карточками, на основе предложенных графиков учатся сравнивать, анализировать и обобщать.

Общий вид рабочих карточек представляет собой некую учебную матрицу изображений, которая вносит не только системность в знания, но и помогает добыть недостающую информацию. Работая с данной системой заданий, учащиеся имеют возможность провести линии сравнений не только между строками данной матрицы, но также и между столбцами, что способствует более полному представлению о квадратичной функции. В процессе такой деятельности у учащихся происходит не только более полное и качественное усвоение нового математического материала, но и формируются такие важные умения, как работать с информацией, исследовать ее, выделять главное, делать умозаключения.

В заключение хочется добавить, что использование данных приемов на уроках позволяет сделать процесс обучения более доступным и понятным для большинства учащихся. Математика, наряду с другими школьными предметами, решает задачи всестороннего гармонического развития и формирования личности. Полученные при обучении математики знания, умения и навыки, достигнутое умственное развитие должны помочь выпускникам школы в их адаптации к быстро меняющимся условиям жизни.

Библиографический список

1. Дорофеев, Г.В., Шарыгин, И.Ф., Суворова, С. Б. и др. Математика [Текст]: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2001.
2. Колмогоров, А.Н., Абрамов, А.М., Дудницын, Ю.П. и др. Алгебра и начала анализа [Текст]: учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / под ред. А.Н. Колмогорова. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1991.
3. Математика, физика, экономика и физико-математическое образование [Текст]: материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005. – 338 с.
4. Математика, физика, экономика и физико-математическое образование [Текст]. Ч. 1: материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2006. – 176 с.
5. Дорофеев, Г.В., Шарыгин, И.Ф., Суворова, С. Б. и др. Математика [Текст]: учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2001.

© Н.М.Епифанова (ЯГПУ)

Использование видеозаписей на занятиях по методике обучения математике

В условиях модернизации образования повышается уровень требований к выпускникам педагогических вузов как будущих специалистов, готовых осваивать современные технологии школьного дела. В то же время обучение студентов азам педагогической техники и технологии в условиях вуза встречается со значительным числом трудностей. Во многом они связаны с информационным характером обучения и нормативным содержанием педагогических рекомендаций. Овладение педагогическим мастерством предполагает ориентацию на новые ценности учительской профессии, формирование творческих качеств личности. Одним из условий успешности этого процесса может стать показ примеров педагогического труда высокого творческого уровня, убеждение студентов в возможности успешной реализации современных педагогических концепций. Однако сделать это затруднительно по целому ряду причин, ибо учительская профессия соединяет в себе педагогическую науку и педагогическое искусство. И если в условиях вуза можно успешно освоить научные основы профессии, то искусство обучения и развития школьников обеспечивается преимущественно собственной практикой и следованию образцам.

Целью курса методики преподавания математики (МПМ) является подготовка учителя, компетентного в области современной методической науки, готового к плодотворной профессиональной деятельности, способного к совершенствованию своих знаний и умений, творчески мыслящего, социально активного.

Курс методики преподавания математики призван решать следующие задачи:

- дать определенный объем знаний из области традиционной методики преподавания, а также полную информацию о ее актуальных направлениях и новейших научных разработках;

-сформировать профессионально значимые умения, подготовить к педагогической практике и самостоятельной деятельности учителя математики;

-развить навыки исследовательской работы, необходимые для дальнейшего профессионального роста;

-обеспечить творческую активность студентов в процессе обучения, реализацию их индивидуальных возможностей.

При весьма ограниченном времени, отведенном на освоение курса действующим учебным планом, решение этих задач требует и рациональной организации обучения в предложенной ситуации, и принципиальных нововведений, меняющих эту ситуацию к лучшему.

В учительской практике не каждый урок служит таким образцом и содержит инновационное начало. Чаще это все–таки обычные уроки репродуктивные типа, во многом будничные, неспособные поразить воображение студентов новизной. Подобную ситуацию в определенной мере способны заменить видеозаписи уроков. По книгам и лекциям трудно научить творческому процессу, эффективнее и поучительнее показ подлинных уроков математики мастерами педагогического труда.

Появление видеотехники внесло существенные изменения в практику обучения студентов. Просмотр и анализ студентами на занятиях видеозаписей уроков математики позволяет сделать наглядным переход от теоретического обучения к практической реализации педагогического замысла и является незаменимым средством обучения и приобщения студентов к педагогическому творчеству. Видеозаписи уроков создают реальные представления об особенностях организации учебного процесса, его диалектике, обеспечивают возможность переноса используемых технологий в свою практику в условиях школы. В них отражается достоверный ход учебного процесса с учетом реальных затрат времени, которое есть в распоряжении учителя; они показывают приемы учета возрастных особенностей учащихся, способы мотивации учебной деятельности.

Просмотр и последующий анализ видеоматериалов убеждают студентов в творческом характере педагогического труда лучше всяких слов, создают дополнительную мотивацию в овладении профессией учителя и служат действенным фактором развития и самореализации студентов. Записанные уроки, как правило, отличаются высоким уровнем профессионального мастерства. Записи же уроков менее удачного качества также используются на занятиях для развития аналитического мышления студентов.

На кафедре теории и методики обучения математике (ТМОМ) накоплен небольшой фонд видеозаписей уроков учителей математики. Эти материалы используются в процессе чтения курса МПМ.

Остановимся на некоторых особенностях организации учебных занятий на занятиях по методике преподавания математики с использованием видеозаписей.

1. Большой интерес в современной практике вызывают уроки развивающего обучения по системе В.В.Давыдова – Д.Б. Эльконина. Ее развивающий эффект привлекает внимание учителей. Однако эта методика пока мало освоена учителями математики 7 – 9 классов, нет публикаций, в которых бы рассматривалась технология именно на математическом материале, хотя в начальной школе она во многом освоена. Занятие по ознакомлению студентов с методикой проведения уроков по данной системе было построено следующим образом.

Первый этап ознакомления – изложение теоретических основ развивающего обучения, введение (возможно повторение) базовых понятий, помогающие увидеть принципиальные стороны рассматриваемой системы: ориентация на развитие теоретического мышления, формирование приемов учебной деятельности, освоение учащимися способов исследовательской деятельности, использование способов учебного диалога, групповой работы, обсуждение полученных результатов с подведением к обобщающим выводам.

Далее следовал просмотр видеозаписи урока и его анализ, который носил компонентный и поэтапный характер. В ходе анализа студентами отмечались уровень развития учащихся; их умение работать в группе, распределять задания, делать записи в тетради; уровень развития речи учащихся, интерес к изучаемому…; способы организации начала урока, владение учителем валеологической методикой.

Занятие завершалось разработкой студентами фрагмента урока с опорой на показанный образец.

Данная методика построения занятия со студентами позволяла преподавателю сделать видеозапись не только средством обучения, но и источником новых знаний.

2.У уроков с использованием столь популярных ныне игровых технологий много достоинств, но они редко обеспечивают прирост в знаниях, поскольку чаще всего игровые уроки опираются на уже имеющиеся знания и их воспроизведение. Хотя главное в игре не результат, а процесс, игровые технологии тоже являются обучающими. Уроки с игровым содержанием, как правило, разовые, они плохо поддаются систематизации, группировке. Использование видеозаписей позволяет познакомить студентов с различными видами дидактических игр, наиболее часто используемых учителями уроках математики, особенностями методики их проведения в различных возрастных группах учащихся.

3. Полезны видеозаписи и при рассмотрении сложных вопросов традиционной методики. Одним из таких вопросов является подготовка и проведение повторительно – обобщающих уроков. Уроки этого типа в связи с их большим значением в обучении математики весьма популярны, поскольку у них значительный развивающий потенциал. Существенный недостаток таких уроков в практике учителей состоит в том, что их содержание и организация деятельности учащихся обеспечивают лишь повторение изученного, а не его обобщение. Такие уроки не содержат обобщений (выводов, итоговых умозаключений, …) Поэтому перед просмотром видеозаписи студентам были изложены особенности подготовки урока обобщающего повторения и организации учебной деятельности учащихся на нем (способы обобщения, которые подводят к планируемым выводам). После просмотра видеофрагмента студенты сопоставляют увиденное с собственной, хотя и небольшой практикой; вносят коррективы; делают немало весьма тонких замечаний, реплик,

свидетельствующих об определенном уровне формирующейся квалификации. Кроме того, студентами попутно осваиваются и правила анализа уроков, ибо они не умеют анализировать как уроки учителей, так и свои собственные уроки, плохо представляя требования, предъявляемые к современному уроку.

Видеозаписи позволяют увидеть живой процесс учительского труда в его целостности. Представленные в виде учебных видеофильмов уроки позволяют студентам наблюдать разные стили общения учителя с учениками; «видеть класс» (распределять внимание между многими учениками), «читать по лицам» детей, отбирая из множества сигналов невербальной обратной связи (мимики, позы, моторики…) коммуникативно значимые для учителя. Видеокадры, отображающие одновременно учителя и ученика, позволяют пронаблюдать их взаимодействие, оценить работу учителя с позиции сложившейся на уроке ситуации, умение учителя управлять ситуацией.

К сожалению, из–за отсутствия на кафедре нужного демонстрационного оборудования и больших затрат времени на демонстрацию видеозаписей их показ, несмотря на всю привлекательность, не мог быть частым. Видеозаписи на занятиях по МПМ использовались при изучении только некоторых тем курса методики и для иллюстрации некоторых современных педагогических технологий.

© Е.И. Смирнов, © С.П. Боженькина

Поисковая активность школьников на ресурсных уроках

Вступление России в Болонский процесс, сближение и ассимиляция образовательных систем неизбежно приводят к более тщательному анализу и осмыслению передовых западных образовательных теорий и технологий. К таковым относится так называемый «американский конструктивизм» или конструктивистские подходы, ведущие свое начало от прогрессивного образования Дж. Дьюи, когнитивного развития Ж. Пиаже, теории социокультурного развития Л.С. Выготского, теории научения путем открытия Дж. Брунера и др.

Конструктивизм – это общее название для педагогических теорий, центрированных на ученике и предполагающих конструирование информации самими учениками на основе педагогической поддержки учителя и создания педагогических условий для развития личности. Конструктивистские подходы противопоставляются, как правило, объяснительно-информационным (декларативным) методам обучения и основаны на парадигме усвоения новой информации за счет постановки и реализации собственных целей учеников (добывание, конструирование знаний, анализ и рефлексия, элементы исследовательского поведения и т.п.). Так, в американской педагогике в последние десятилетия идет процесс перехода от философии бихевиоризма (Е. Торндайк, Б. Скиннер) к новой философии конструктивизма. При этом особую значимость сложившейся когнитивной структуры мышления обучающегося (прошлый опыт) в конструировании новых когнитивных основ познавательной деятельности подчеркивали Ж. Пиаже, Л.С. Выготский, Дж. Брунер, Н. Хомский и др.

Известный ученый-педагог М.А. Чошанов дает следующий анализ достоинств конструктивизма перед традиционным обучением:

Таблица 1

Традиционное обучение	***Конструктивистские подходы***
Учебная программ построена по принципу «от части к целому» с акцентом на базовых знаниях и умениях	Учебная программ построена по принципу «от общего к частному» с акцентом на обобщенных понятиях и умениях
Основное требование к процессу обучения – строгое выполнение учебной программы	Гибкость процесса обучения с возможностью варьирования учебной программы
Учебная программа и учебный процесс полностью опираются на рекомендованный учебник или учебное пособие	Учебник не является доминирующим источником учебной информации; приоритет переходит к оригинальным источникам, к первичным данным, к объектам и явлениям реальной действительности
Учащийся представляется как объект процесса обучения, который получает готовые знания от учителя	Учащийся – полноправный участник процесса обучения со своими собственными взглядами и представлениями об окружающем мире
Учитель, как правило, преподносит новый учебный материал в дидактической манере, как истину в последней инстанции	Учитель выступает прежде всего как организатор учебно-познавательной и исследовательской деятельности учащихся, не навязывая им свои знания и убеждения
Учитель оценивает эффектив-	Учитель ценит самостоятель-

ность учебно-познавательной деятельности учащихся по количеству правильных ответов	ные, пусть не всегда правильные рассуждения учащихся, «умные» вопросы, сознательно исправленные ими ошибки
Результаты тестов и контрольных работ – единственный источник информации об уровне знаний и умений учащихся	Оцениваются все результаты учебно-познавательной деятельности учащихся, показывающие не только итоги обучения, но и усилия, приложенные учащимися к конструированию нового знания, и его прогресс в обучении
Контроль и оценка учебных достижений осуществляются в отрыве от процесса обучения	Контроль и оценка учебных достижений осуществляются в тесной связи с тем, как реально протекал процесс обучения
Учащиеся преимущественно работают в условиях фронтального обучения в классе и индивидуально - дома	Учащиеся большую часть времени как на уроках, так и при выполнении домашних заданий работают в малых группах, командах, парах

В настоящей статье предложен технологический механизм интеграции естественно-научных знаний в школьном обучении с элементами конструктивистского подхода в форме проектирования ресурсного занятия.

1. Исследовательское поведение учащегося – неотъемлемый атрибут конструктивистского подхода в обучении. Многие ученые и методисты занимались проблемой организации исследовательской деятельности в учебном процессе (М.И.Махмутов, М.Н.Скаткин, И.Я.Лернер, Б.Е.Райков и др.). В последние годы внимание к исследовательской деятельности учащихся значительно возросло за счет требований современного общества к научному потенциалу индивида, роста объема информации, необходимой для адекватной социализации личности, возросшей сложности и синергии современных производственных и социальных процессов, их изменчивости и гуманитарной направленности. Это требует организации процесса обучения, основанного на включении элементов актуализации и эффективного развития личностного потенциала ученика, овладения методами научного мышления, научной деятельности и социальной коммуникации. В свою очередь, исследовательское поведение складывается из поисковой и

творческой активности ученика и не может осуществляться постоянно. Ученик должен осваивать выполнение учебных действий, применяя полученные знания, анализировать и оценивать полученные результаты, развивать качества самоконтроля, рефлексии и т.д. Поэтому реально конструктивистский подход можно эффективно реализовывать на специально разработанных формах учебного взаимодействия – ресурсных занятиях, предполагающих информационную интеграцию двух или более учебных предметов в одном уроке с управлением двумя учителями. При этом ресурсное занятие действительно станет особой формой учебного взаимодействия, если будет проектировать системный уровень интеграции учебных предметов на фоне актуализации системообразующего фактора цели развития личностных качеств ученика. Эти ресурсные занятия будут отличаться от различных форм интегрированных (бинарных) уроков, когда интеграция затрагивает отдельные компоненты учебного взаимодействия: содержание или методы, формы или средства обучения.

Что же такое «ресурс» в учебном взаимодействии? **Учебный ресурс – это возможный и планируемый объем дополнительной учебной информации (учебных элементов), способов и средств познавательной деятельности, способствующий освоению нормативно определенной учебной деятельности и личностному развитию обучающихся в соответствии с педагогическими целями образования.** В содержательном анализе интегративных связей двух или более учебных предметов учебный ресурс объективно проявляется и может быть актуализирован в соответствии с содержанием основного учебного предмета, теснотой связей и ролью дополнительной информации в освоении основной.

2. Рассмотрим, например, взаимообусловленность физики и математики в серии характеристик, определяющих «зоны ближайшего развития» ученика на ресурсных занятиях.

Физика и математика как учебные предметы, являясь основой естественно-научного образования школьника, несут в себе мощный гуманитарный потенциал, определяющий в том числе процессы социализации и адаптации к изменяющимся явлениям окружающего мира, равно как и стимулирующий развитие интеллектуальных сил и личностных качеств школьника. Физика всегда стремится решить свои задачи, опираясь на интуицию, аналогии и эксперимент, а математика хочет добиться логической завершенности, модельности и целостности математических знаний, обслуживающих физические процессы и явления.

Влияние физики и математики на формирование подструктур личности будет тем более весомым, если процесс их преподавания (равно как и отбор надлежащего содержания) будет максимально взаимообусловленным. При этом влияние физики на математику и математики на физику не является симметричным и имеет свои особенности в существе и форме проявления. **Математика,** объективно в высокой степени формализованная наука, требующая высокого уровня абстрагирования и отвлечения от реальностей действительного мира, нуждается в активизации конкретизационных, мотивационных и деятельностно-моделирующих процессов в ходе ее освоения.

Это определяет следующие основные компоненты влияния физического содержания на освоение математики с развивающим эффектом:

- **мотивационный** (определяющий личностный смысл деятельности в направлении вектора цель – результат). Например, появление мотиваций, стимулированных физическим содержанием, может проявляться по следующим **критериям**: **целостности** (наличие антиципаций /предвосхищение будущего результата/ для проявления сущности целевого учебного элемента математики в ходе формирования когнитивного опыта школьника: антиципации могут актуализироваться как в репродуктивной, так и в продуктивной учебной деятельности; так, в первом случае, таковыми могут быть физические задачи, явления, процессы, приводящие к мотивированному введению математических понятий и теорем; во втором случае возможна, например, квазиисследовательская деятельность школьников в малых группах по решению средствами математического аппарата физических задач); **достижения** (создание проблемных физических ситуаций, стимулирующих появление новой математической информации); **фона** (создание условий направленного восприятия, активизация ментальной /*склад ума, мироощущение, мировосприятие*/, перцептивной /*непосредственное отражение действительности органами чувств*/ и эмоционально-волевой сферы – исторические сведения, наглядность, эмоции и т.п.);
- **самоопределения** (создание ситуативной / *ограниченной определенными условиями*/ доминанты /*господствующий в данный момент очаг возбуждения в центральной нервной системе, обладающий повышенной восприимчивостью ко всем приходящим в неё раздражениям и способный оказывать тормозящее влияние на деятельность других нервных центров*/ выбора социальной позиции школьника в процессе решения физических задач с максимальным использованием математических ресурсов);

- **прикладной** (определяет приложение математических знаний к реальным процессам и способствует ориентации личности в окружающем мире);
- **практический** (определяет процессы конкретизации математических абстракций физическими явлениями);
- **деятельностный** (определяет процессы математического моделирования физических явлений и расчета физических процессов);
- **эвристический** (способствует формированию и развитию математического знания, а также креативности /свойство мышления, характеризующееся способностью к преобразованию ментального опыта/ личности).

В то же время **физика** как педагогическая задача не может быть эффективно представлена лишь на феноменологической или полукачественной ступени абстракции (без достаточного математического осмысления), по крайней мере, в силу рассмотренного выше ее влияния на математику. Может создаться впечатление, что математика (особенно в сфере образования) является средством для описания и объяснения физических явлений и процессов или средством для алгоритмических процедур. В более глубоком анализе влияние математического содержания на освоение физики типологизируется в следующих компонентах: **алгоритмико-вычислительном** (определяющем возможность проведения алгоритмических процедур и численных расчетов физических явлений); **формализационном** (определяющем степень формализации физических процессов и явлений): измерения, представления и преобразования величин, функциональные зависимости между физическими величинами, знаково-символическая формализация и графическая визуализация физических законов; **сущностном** (определяющем возможность проникновения и вскрытия сущности физических явлений и процессов); это становится внешним агентом требований к математической подготовленности ввиду адекватности объяснения сути разнородных физических явлений и процессов и формирования мыслительной культуры. Уровень математического образования должен удовлетворять объективным потребностям в доказательности, логической завершенности формируемых математических знаний, устойчивости и прочности умений и навыков в оперировании с математическими объектами в процессе изучения физики; **модельном** (определяющем моделирование физических процессов и явлений); при этом, когда создается и анализируется удачная математическая модель физического явления, то создаются предпосылки для открытия новых сторон этого явления или процесса; **эвристическом** (способствующем развитию физического знания и креативности личности).

3. Методика проектирования управления и учебного взаимодействия на ресурсных занятиях основана на исследовательском поведении учащихся в ходе реализации согласованных этапов активности учителя и ученика: **мотивационный этап** (интеллектуальная разминка, актуализация знаний и когнитивных актов, личностная и социальная мобилизация); **проблемно-ориентировочный этап** (а) *вербализация проблемного поля* – выявление противоречий и проблемных вопросов путем активизации перцептивных и материализованных действий средствами языка и знаковой деятельности; б) *операционализация проблемного поля* – выявление трудностей и неэффективности решения проблемы наличными средствами и методами путем реализации алгоритмов , примеров, наблюдений и материальных действий; в) *определение «зон ближайшего развития ученика»* - создание ориентировочной основы поисковой активности учеников , определение видов педагогической поддержки учителями для повышения эффективности обучения в целях выявления потенциала развития ученика); **содержательно-процессуальный этап** (определение социальных ролей в малых группах, выдвижение гипотез, экспериментальная деятельность и поиск вариантов решения проблемы, наглядное моделирование и принятие решения); **контрольно-коррекционный этап** (верификация решения и рефлексия коммуникаций и творческой деятельности, поиск и анализ дополнительных решений, оценка творческого вклада участников и степень приближения к гипотетическому решению проблемы); **презентационный этап** (выявление базовых компонентов решения , выбор методов и средств предъявления, а также определение уровня визуализации и доступности презентации полученных результатов).

Логику развертывания содержания учебных предметов с возможностью актуализации учебных ресурсов удобно визуализировать с помощью графа согласования учебных предметов. Ниже представлен фрагмент графического согласования физики (Ф) и математики (М) для 9-11 классов средней школы.

В ходе педагогического эксперимента в средней школе № 16 г.Ярославля учителями С.П.Боженькиной и Е.М.Гулик была подготовлена и проведена серия ресурсных занятий в 8 классе в интегративном взаимодействии физики и математики. Эксперимент показал возросшую интеллектуальную активность учеников, повышение мотивации к освоению обоих предметов и увеличение качества знаний и умений учащихся.

Библиографический список

1. Брунер, Дж. Психология познания: за пределами непосредственной информации [Текст]. – М.: Прогресс, 1977. – 187 с.
2. Калмыкова, З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости [Текст]. – М.: Педагогика, 1981. – 246 с.
3. Савенков, А.И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению [Текст]: учебное пособие. – М.: Ось-89, 2006. – 480 с.
4. Холодная, М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования [Текст]. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1997. – 347 с.

СМ.РАСПЕЧАТКУ СТР. 140

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ

© Е.Ю. Жохова (ЯГПУ)

Разработка учебных библиотек программ по математике и их использование в учебном процессе

Изучение некоторых аспектов курса программирования полезно связать с основной специальностью, изучаемой студентами. Например, различные разделы математики могут служить предметной базой для изучения вспомогательных алгоритмов, величин простых и составных типов.

Более десяти лет студенты специальности «Математика» используют знания программирования для решения математических задач из курса аналитической геометрии и алгебры многочленов. Однако нам кажется необходимым периодически менять предметную область математики, являющуюся базой для отработки знаний и умений по программированию.

Основные дидактические задачи использования библиотек программ по математике в курсе программирования:

1. Общее развитие математического мышления студентов.
2. Овладение программированием как одним из методов решения математических задач.
3. Преодоление предметной разобщенности, интеграция знаний.
4. Развитие и профессионализация навыков работы с компьютером.
5. Развитие профессионально значимых умений будущего учителя математики.

Разработанная компьютерная технология решения математических задач с использованием библиотек программ может быть использована на всех этапах формирования умственных действий. Проанализируем все пять этапов (П.Я.Гальперин) в рамках данной компьютерной технологии обучения.

ПЕРВЫЙ ЭТАП, заключающийся в раскрытии перед учащимися способа формируемого действия с опорой на изученное в курсах математики и информатики, в задании схемы ориентировочной основы деятельности, содержащей способы описания понятийного аппарата, правила конкретно-преобразующих операций, обоснование их законности. Данный этап реализуется посредством лекции, на которой студентам сообщается схема ориентировочной основы исполнительской части формируемого способа деятельности, методов ее самостоятельного составления, особенностей инструментария.

Этот этап формирования умственных действий соответствует требованиям к организации учебного процесса в рамках компьютерных технологий обучения:

1. Она содержит демонстрационные элементы описания решения математической задачи, что облегчает восприятие предметного содержания и формируемой деятельности.

2. Соблюдено единообразие структуры операционной базы и соответствующей ей системы задач.

ВТОРОЙ ЭТАП заключается в выполнении учащимися действий в материальном и материализованном виде. Он реализуется посредством самостоятельного составления развернутого описания решения математической задачи и элементов ориентировочной основы действий, что, в свою очередь, основано на свободном доступе обучаемых к описанию предметного содержания и образцам способов действий. Работа учащихся на данном этапе протекает по следующим направлениям: действие с элементами операционной базы, имеющимися в библиотеке алгоритмов, создание нового на основе копирования, совмещения и изменения частей данного или самостоятельно написанного ранее. Работа с содержимым системы задач происходит в перцептивной форме.

Именно этот этап предоставляет возможности для индивидуализации и дифференциации обучения, обучения учащихся стратегии усвоения учебного материала. Перенос математических знаний в иную область учебной деятельности требует выполнения общелогических мыслительных операций: сравнения, абстракции, обобщения, конкретизации, подведения под понятие в информатике, выбор соответствующего способа представления информации и т.д., что дает возможность выполнения преобразования математических объектов в структуры, которыми оперирует информатика.

Как отмечает Н.Ф.Талызина, управление процессом усвоения знаний в результате усвоения общелогических действий отражает направленность действия на свойства, составляющие объект усвоения, и направлено на знание структурного и функционального состава выделенного действия, предполагает представление всех элементов действия во внешнеречевой форме, предполагает наличие пооперационного контроля.

Задача мотивации действий обучаемого решена при формировании системы задач, выборе технических средств, позволяющих наиболее удобно реализовать материализованную форму деятельности.

ТРЕТИЙ ЭТАП заключается в формировании действия как внешнеречевого. Он реализован в форме письменной речи, так как применение мультимедийных технологий существенно усложняют усилия педагога и повышают цену затрат на учебные материалы, не являясь дидактически необходимыми на данном этапе обучения,

ЧЕТВЕРТЫЙ ЭТАП - формирование действия во внешней речи про себя – реализуется возможностями текстового редактора, выбираемого для технологии обучения.

ПЯТЫЙ ЭТАП заключается в формировании действия во внутренней речи, то есть действие переходит в умственную форму. Процесс контроля за этим этапом можно осуществить только через анализ конечного продукта мыслительной деятельности, выраженного в нашем случае в виде развернутого описания решения математической задачи, освоенности и обобщенности учебного действия. Требование развернутого решения позволяет судить о том, что действие сформировано полностью по всем предполагавшимся направлениям и не является дефектным.

ОБОБЩЕННОСТЬ ДЕЙСТВИЯ. Поскольку обобщение происходит только по тем свойствам, которые вошли в состав ориентировочной основы действия, для выделенных основных математических объектов и операций над ними, их свойств и качеств, в рамках традиционного объема учебного содержания, нами были составлены наборы задач по каждой теме, позволяющие в некоторой мере способствовать обобщению всех форм учебного действия.

РАЗВЕРНУТОСТЬ ДЕЙСТВИЯ как основная характеристика данной компьютерной технологии.

Поскольку основным методом определения успешного функционирования любого действия является возможность восстановить его в развернутом виде, необходимость полного (развернутого) описания структуры решения математической задачи для формального исполнителя может служить средством формирования и закрепления основных математических понятий и операций.

Данная компьютерная технология обучения создавалась нами на основе выделения основных математических понятий (библиотек математических программ), определения таких их свойств, которые при формальном описании позволяли бы идентифицировать их с исходными математическими объектами. Такой подход накладывает условия на способы их задания и присваиваемые числовые значения.

Поясним сказанное, проанализировав структуру учебного действия. В ходе исполнения лабораторной работы, после получения задания, студенты приступают к этапу осмысления содержания задачи, формализации ее условия и моделирования алгоритма решения:

-выделяются основные и вспомогательные величины задачи, определяется их тип и назначение;

-определяются ограничения, накладываемые на параметры задачи, и формулируются условия, их выражающие;

-устанавливаются связи между величинами и соответствующими им математическими операциями;

-определяется структура математической операции в зависимости от структуры объектов, над которыми она определена;

-определяются шаги алгоритма и их порядок: последовательность, повторяемость, условие окончания, признаки получения результата, характер сообщений по ходу исполнения;

-проектируется алгоритм с учетом свойства полноты.

Постановка задачи и составление модели -важнейшие шаги при обработке информации. Постановка задачи заключается в отвлечении от конкретно-числовой фабулы задачи, в определении ее общей математической формулировки (на сколько возможно на данном этапе обучения). Определяется, что дано и что требуется, исходные и искомые объекты обработки (данные).

Этот этап решения задачи отражает степень владения обучаемым конкретным математическим содержанием, уровень сформированности общеучебного умения анализировать фабулу учебной задачи.

Затем определяется стратегия решения задачи, для чего выделяются существенные связи между исходными данными и искомыми результатами, пренебрегаются второстепенные. Далее уточняются ограниченные условия, в которых выделенные связи имеют силу. Связи между данными и ограниченные условия выражаются с помощью математической символики или в специфических терминах информатики. Полученные соотношения и образуют модель задачи. В зависимости от поставленной цели для одной и той же задачи можно строить различные модели, приводящие к результату с определенной точностью.

Если связи и ограничительные условия определены неправильно или неполно, то модель не приведет к требуемому результату. В этом случае необходимо ее повторное уточнение.

Проделав мыслительные операции анализа задачи, учащиеся должны совершить переход к проектированию программы ее решения (под программой в информатике понимают алгоритм, записанный на языке некоторого исполнителя). Данный шаг отражает уровень сформированности умения алгоритмизировать решение. В рамках рассматриваемой компьютерной технологии обучения оно включает в себя следующие этапы:

-анализ содержимого операционной базы (учебной библиотеки программ);

-отбор из нее необходимых для решения вспомогательных алгоритмов (модулей);

-по необходимости, создание недостающих для решения модулей и добавление их в операционную базу;

-написание программы: в нужном порядке семантически и синтаксически грамотно организовать обращение к отобранным модулям;

-оформление программы в виде, понятном для исполнителя.

Совокупность элементов первого и второго этапов учебных действий отражает степень сформированности умения программировать. Данный этап работы заключается в отладке программы. Для чего:

-осуществляется подбор числовых значений аргументов задачи и определение (в зависимости от них) значений в результате, таких, чтобы они затрагивали все команды программы;

-выявление синтаксических и орфографических ошибок в тексте программы при ее компиляции (переводе ее со входного языка на машинный [операция осуществляется компьютером]) и их исправление;

-запуск исполнения программы;

-тестирование развернутого решения задачи с помощью подготовленных ранее данных и исправление содержательных ошибок (если есть).

Исполнение программы осуществляется для контрольных данных, подобранных преподавателем, отражающих существенные связи между объектами задачи.

Если результаты проверки алгоритма неудовлетворительны, модель развернутого решения совершенствуется.

Отметим, что умение решать алгоритмическую задачу является специальным в пределах курса информатики, но, распространяясь на другие учебные предметы, оно становится общеучебным.

Общеучебное умение планировать деятельность имеет много общего с умением алгоритмизировать. Оно создает предпосылки использовать взаимное влияние одного умения на формирование другого путем передачи накопленного опыта.

© В.В. Богун (ЯГПУ)

Применение малых форм информатизации в обучении математике студентов педагогических вузов

В рамках проводимого автором диссертационного исследования был разработан и апробирован лабораторный практикум по численным методам в математике для студентов математических специальностей педагогических вузов, направленный на расширение и углубление основных рассматриваемых в рамках учебного процесса основных математических понятий, включающий описание четырех лабораторных работ с рассмотрением соответствующих авторских программ для графического калькулятора *CASIO ALGEBRA FX 2.0 PLUS* и методики их использования.

Перечислим названия лабораторных работ:

1. Приближенные вычисления значений пределов числовых последовательностей вида $x_n = \dfrac{a_2 n^2 + a_1 n + a_0}{b_2 n^2 + b_1 n + b_0}$ (для $\varepsilon > 0$, $a_2 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, $\left| x_n - \dfrac{a_2}{b_2} \right| < \varepsilon$) на основе расчетов значений минимальных номеров с использованием методов золотой пропорции, Фибоначчи, дихотомии и их сравнительный анализ.

2. Приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений с использованием метода дихотомии (бисекции), комбинированного метода хорд и касательных (Ньютона), метода итераций и их сравнительный анализ.

3. Приближенные вычисления значений определенных интегралов по формулам средних прямоугольников, трапеций, параболических трапеций (Симпсона) и их сравнительный анализ.

4. Приближенные решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с использованием методов Эйлера, Рунге-Кутта второго, четвертого порядков точности и их сравнительный анализ.

Необходимо подчеркнуть основные особенности представленных в лабораторных работах авторских программ:

1. Реализация принципа сохранения значений исходных данных и результатов расчетов в соответствующих матрицах (в режиме выполнения арифметических и матричных расчетов *“RUN.MATrix”*).

2. Реализация принципа сохранения значений промежуточных вычислений в соответствующих последовательно идущих списках (в режиме выполнения статистических расчетов *“STATistics”*).

3. Интеллектуальная и удобная в использовании система навигации внутри программы в виде совокупности последовательных меню с корректной обработкой ошибок ввода необходимых параметров.

4. Возможность варьирования различных параметров и исходных данных непосредственно при работе внутри программы.

5. Возможность проведения статистического (сравнительного) анализов получаемых при реализации различных численных методов решения математических задач промежуточных вычислений (итоговых результатов) после окончательного выполнения программы (в процессе или после окончательного выполнения программы).

Однако после проведения соответствующего исследования автором было принято решение о необходимости информационной интерпретации большинства разделов, рассматриваемых в рамках высшей математики, с использованием графического калькулятора *CASIO ALGEBRA FX 2.0 PLUS*.

В качестве направляющего был выбран раздел аналитической геометрии, необходимость визуализации которого не подвергается сомнению. Таким образом, на графическом калькуляторе *CASIO ALGEBRA FX 2.0 PLUS* в виде программы *“ANGEOPL”* был разработан проект по комплексному исследованию геометрических свойств произвольного треугольника на плоскости средствами аналитической геометрии, при этом в качестве исходных данных выступают последовательно вводимые значения координат вершин треугольника $(\Delta \mathrm{ABC})$, то есть для т. A (x_A, y_A), т. B (x_B, y_B) и т. C (x_C, y_C).

Приведем краткое описание рассматриваемой в рамках указанного проекта программы *“ANGEOPL”* для случая ΔABC, образованного точками $A(1,4)$, $B(2,6)$ и $C(4,3)$.

Для начала работы необходимо из окна главного меню войти в режим программирования *“ProGraM”* при помощи активации соответствующей пиктограммы нажатием клавиши *“EXE”*. Затем из представленного списка выбрать программу с наименованием *“ANGEOPL”* и активизировать ее аналогичным способом. Началом работы программы является окно приветствия.

Последовательные нажатия клавиши *“EXE”* служат для отображения следующих окон:

- Окно диалога для ввода значений координат точки A (X_A *[“XA”]* и Y_A *[“YA”]*).
- Окно диалога для ввода значений координат точки B (X_B *[“XB”]* и Y_B *[“YB”]*).
- Окно диалога для ввода значений координат точки C (X_C *[“XC”]* и Y_C *[“YC”]*).

После ввода значений вышеуказанных параметров последующее нажатие клавиши *“EXE”* приводит к появлению следующего меню:

- **CONTINUE CALCUL (1)** – подтверждение продолжения выполнения расчетов.
- **RELOAD COORDS A (2)** – перезагрузка значений координат точки A с отображением соответствующего окна.
- **RELOAD COORDS B (3)** – перезагрузка значений координат точки B с отображением соответствующего окна.
- **RELOAD COORDS C (4)** – перезагрузка значений координат точки C с отображением соответствующего окна.
- **RELOAD ALL (5)** – перезагрузка значений координат всех вершин треугольника, то есть точек A, B и C, с поочередным отображением соответствующих окон.
- **OR QUIT (6)** – выход из программы с предварительно отображающимся прощальным информационным окном.

После выбора подтверждения продолжения выполнения расчетов в результате последовательного ввода цифры “1” и нажатия клавиши *“EXE”* осуществляется математический анализ обработки исходных данных координат вершин треугольника с поочередным отображением следующих окон:

- Вывод в виде матрицы “A” результатов реализации расчетов параметров сторон треугольника.

➢ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны треугольника, с последующим поочередным указанием вершин треугольника (соответственно).

После вывода параметров результатов расчетов сторон треугольника последующее нажатие клавиши *“EXE”* приводит к появлению меню расчетов параметров дополнительных элементов рассматриваемого треугольника со следующими позициями:

➢ **CALCUL HEIGHTS (1)** – подтверждение выполнения расчетов параметров высот треугольника с последовательным отображением следующих окон:

✓ Вывод в виде матрицы “B” результатов реализации расчетов параметров высот ΔABC (AH_1, BH_2 и CH_3), опущенных на стороны BC, AC и AB соответственно.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны треугольника, с последующей параллельной визуализацией прямых, отражающих высоты треугольника, а также поочередным указанием оснований высот (т. H_1, H_2 и H_3).

✓ Вывод в виде матрицы “C” результатов реализации расчетов параметров точки взаимного пересечения высот по трем вариантам попарно указанных высот ΔABC.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и высоты треугольника, с последующим указанием точки взаимного пересечения высот треугольника (т. H_C).

➢ **CALCUL MEDIANS (2)** – подтверждение выполнения расчетов параметров медиан треугольника с последовательным отображением следующих окон:

✓ Вывод в виде матрицы “D” результатов реализации расчетов параметров медиан ΔABC (AM_1, BM_2 и CM_3), опущенных на стороны BC, AC и AB соответственно.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны треугольника, с последующей параллельной визуализацией прямых, отражающих медианы треугольника, а также поочередным указанием оснований медиан треугольника (т. M_1, M_2 и M_3).

✓ Вывод в виде матрицы “E” результатов реализации расчетов параметров точки взаимного пересечения высот по трем вариантам попарно указанных высот ΔABC.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и медианы треугольника, с последующим указанием точки взаимного пересечения медиан треугольника (т. M_C).

➢ **CALCUL INS CIR (3)** – подтверждение выполнения расчетов параметров биссектрис треугольника и вписанной в него окружности с последовательным отображением следующих окон:

✓ Вывод в виде матрицы “F” результатов реализации расчетов параметров биссектрис ΔABC (AK_1, BK_2 и CK_3), опущенных на стороны BC, AC и AB соответственно.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны треугольника, с последующей параллельной визуализацией прямых, отражающих биссектрисы треугольника, а также поочередным указанием оснований биссектрис треугольника (т. K_1, K_2 и K_3).

✓ Вывод в виде матрицы “G” результатов реализации расчетов параметров точки взаимного пересечения биссектрис треугольника или центра вписанной в треугольник окружности (т. I_C) по трем вариантам попарно указанных биссектрис ΔABC.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и медианы треугольника, с последующим указанием точки взаимного пересечения биссектрис треугольника (т. K_C).

✓ Вывод в виде матрицы “H” результатов реализации расчетов параметров радиусов вписанной в ΔABC окружности (I_CK_1,I_CK_2 и I_CK_3), опущенных на стороны BC, AC и AB соответственно.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и биссектрисы треугольника, с последующей визуализацией радиусов вписанной в треугольник окружности и самой вписанной в треугольник окружности, а также поочередным указанием центра вписанной окружности (т. I_C) и точек оснований радиусов вписанной окружности (т. K_1, K_2 и K_3 соответственно).

➢ **CALCUL DES CIR (4)** – подтверждение выполнения расчетов параметров серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, и описанной вокруг него окружности с последовательным отображением следующих окон:

✓ Вывод в виде матрицы “K” результатов реализации расчетов параметров серединных перпендикуляров для ΔABC (M_1N_1, M_2N_2 и M_3N_3), опущенных на стороны BC, AC и AB соответственно.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны треугольника, с последующей параллельной визуализацией прямых, отражающих серединные перпендикуляры треугольника, а также поочередным указанием оснований серединных перпендикуляров треугольника (т. M_1, M_2 и M_3 соответственно).

✓ Вывод в виде матрицы “L” результатов реализации расчетов параметров точки взаимного пересечения серединных перпендикуляров треугольника или центра описанной вокруг треугольника окружности (т. D_C) по трем вариантам попарно указанных серединных перпендикуляров ΔABC.

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и серединные перпендикуляры треугольника, с последующим указанием точки их взаимного пересечения (т. N_C).

✓ Вывод в виде матрицы “M” результатов реализации расчетов параметров радиусов описанной вокруг ΔABC окружности (D_CA, D_CB и D_CC) с основаниями, являющимися вершинами треугольника (т. A, B и C).

✓ Параллельная визуализация прямых, отражающих стороны и серединные перпендикуляры треугольника, с последующей параллельной визуализацией радиусов описанной окружности и самой описанной вокруг треугольника окружности, а также поочередным указанием центра описанной окружности (т. D_C) и оснований радиусов описанной окружности (т. A, B и C).

➢ **OR PREVIOUS (5)** – возврат в предыдущее меню.

Необходимо отметить, что реализация рассматриваемого проекта в силу точности выполняемых вычислений, достоверной и полной наглядности, комплексности решения сразу целого ряда задач может занять достойное место среди дидактического материала для преподавателей математики на различных образовательных уровнях.

Библиографический список

1. Богун, В.В. Методика использования графического калькулятора в обучении математике студентов педагогических вузов [Текст]: дис. … канд. пед. наук. – Ярославль, 2006. – 245 с.
2. Кремер, Н.Ш., Путко, Б.А., Тришин, И.М., Фридман, М.Н. Высшая математика для экономистов [Текст]: учебник для вузов / под. ред. проф. Н.Ш.Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 471 с.

© У.В. Плясунова (ЯГПУ)

О спецкурсе «Создание дидактических компьютерных материалов в компьютерной математической системе MathCAD»

В настоящее время происходит интенсивный процесс разработки методик применения современных информационных технологий в обучении различным дисциплинам. Компьютерная математическая система MathCAD предоставляет возможности создания интерактивных электронных книг, включающих не только тексты, математические расчеты и иллюстрации, но и компьютерные модели различных объектов и процессов, а также возможности создания анимационных клипов на основе этих моделей. Созданные анимационные клипы могут использоваться и как самостоятельные демонстрационные материалы. Дидактические компьютерные материалы, созданные в MathCAD, отличаются интерактивностью (возможностью изменения параметров объектов с оперативным получением результата), динамичностью и вариативностью. Таким образом, является целесообразным ознакомление студентов специальностей «Математика», «Физика» и «Информатика» с возможностями создания дидактических компьютерных материалов в MathCAD.

Студенты специальности «Информатика» знакомятся с возможностями компьютерной математической системы MathCAD в рамках дисциплины «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры», студенты специальности «Математика» и специальности «Физика» с дополнительной специальностью «Математика» – в рамках дисциплины «Информационные технологии в математике». Как правило, в дальнейшем студенты используют MathCAD как для выполнения расчетов, так и для подготовки компьютерных дидактических материалов. Однако количество часов, отводимых для изучения MathCAD в рамках этих дисциплин, не позволяет в полной мере раскрыть возможности данной системы, которые могут быть использованы при подготовке компьютерных дидактических материалов по курсам математики, физики и информатики. Нами был разработан спецкурс, позволяющий более широко ознакомить студентов как с возможностями самой компьютерной математической системы MathCAD, так и с возможностями создания с ее помощью лекционных демонстраций, компьютерных моделей и интерактивных электронных учебников. Курс рассчитан на 36 часов изучения в течение одного семестра.

Первая часть спецкурса (12 часов, из них 6 – лекции, 6 – лабораторные работы) посвящена дополнительным возможностям компьютерной математической системы MathCAD: более широко рассматриваются возможности редактирования и форматирования математических текстов, выполнения численных расчетов и символьных преобразований, использования встроенных функций MathCAD для решения задач, возможности построения графиков, работы с векторами и матрицами. Данные темы входят в программы дисциплины «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры», однако изучение дополнительных разделов этих тем позволит более эффективно использовать среду MathCAD для создания дидактических компьютерных материалов.

Вторая часть спецкурса посвящена изучению возможностей создания анимации средствами MathCAD, возможностей программирования в MathCAD и созданию интерактивных электронных книг в среде MathCAD. Рассматриваются также функции обработки графики в MathCAD, возможности создания растровых и векторных изображений средствами данной среды. Изучение этих возможностей среды MathCAD позволяет ознакомить студентов с некоторыми внутрипредметными и межпредметными связями курса информатики (в том числе со связями, реализуемыми в средней школе) (Схема 1).

Студенты знакомятся с дидактическими компьютерными материалами, созданными в среде MathCAD, анализируют их. Для демонстрации и последующего анализа используются компьютерные модели, анимации и интерактивные электронные книги, разработанные в 2003-2006 гг. студентами специальностей «Информатика», «Математика» и специальности «Физика» с дополнительной специальностью «Математика» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам «Элементы абстрактной и компьютерной алгебры», «Информационные технологии в математике», а также в ходе работы над курсовыми проектами и выпускными квалификационными работами:

- «Построение графиков функций», «Преобразование графиков»;
- «Комплексные числа»;
- «Графическое решение уравнений и неравенств»;
- «Касательная к графику функции»;
- «Кривые второго порядка»;
- «Движение тела, брошенного под углом к горизонту»;
- «Математический маятник»;
- «Движение тела по наклонной плоскости»;
- «Упругое соударение шаров»;
- «Алгоритмы обработки растровой графической информации в графических редакторах»;
- «Векторная анимация»

и другие.

После этого студенты создают собственные анимации, компьютерные модели и интерактивные электронные книги по некоторым темам курса математики, физики и информатики.

Схема 1

СМ. РАСПЕЧАТКУ СТР 154

Подготовка будущих учителей к реализации пропедевтического курса геометрии средствами компьютерной среды ЛОГО

Для успешной реализации программы модернизации среднего образования, во многом базирующейся на его компьютеризации, требуется не только оснащение учебного заведения компьютерами, но и соответствующая подготовка педагогов. В настоящее время актуальным становится педагогическое образование, основанное на фундаментальных знаниях как в области педагогики и психологии, так и в сфере использования современных информационных технологий (ИТ) в образовании.

В соответствии с государственным стандартом высшего педагогического образования в содержание учебных дисциплин включена дисциплина «Информатика», в содержание дисциплины «Педагогика» включены вопросы по теме «Новые информационные технологии в образовании». В некоторых вузах подготовку студентов в области применения ИТ в образовании стремятся усилить за счет введения спецкурсов и курсов по выбору.

Большую роль в процессе информатизации образования играет и соответствующая подготовка будущего учителя информатики. Следовательно, кроме подготовки в области методики преподавания информатики необходима также подготовка будущего учителя в области применения компьютера в обучении и воспитании школьников. Во многих вузах предусмотрен курс «ИТ в образовании» для студентов специальности «информатика», но необходимы также курсы, демонстрирующие методику применения ИТ на конкретном предметном материале.

В качестве такого курса мы предлагаем курс по выбору «Методика использования компьютерной среды Лого для пропедевтической подготовки по геометрии школьников 5-6 классов». Курс предназначен для ознакомления студентов с особенностями использования среды Лого не только для преподавания основ алгоритмизации, но и для пропедевтической подготовки школьников в области геометрии, то есть реализации так называемой «Геометрии Черепашки». Также одной из целей курса является воспитание у студентов интереса к применению ИТ в преподавании других предметов. Именно от увлеченности учителя информатики во многом зависит активное внедрение ИТ в образовательный процесс школы.

Так как целью курса является формирование у студентов представления об использовании компьютера в обучении различным дисциплинам школьного цикла, в частности, обучению геометрии, то на занятиях необходимо рассмотреть вопросы, не только касающиеся непосредственно методики использования Лого для обучения геометрии, но и вопросы, связанные с процессом информатизации образования, с обзором различных программных средств учебного назначения.

Условно курс можно разделить на две части: знакомство с возможностями использования Лого для пропедевтики геометрического материала и самостоятельная работа студентов по данной теме.

Первая часть курса по выбору организована в форме лекций и лабораторных работ. Вводная лекция содержит общие сведения о процессе информатизации образования, рассматривает примеры использования ИТ в образовательном процессе. На лабораторных работах студенты самостоятельно знакомятся с языком программирования Лого, используя справочный материал, подготовленный преподавателем. На следующих лекциях рассматриваются цели и задачи курса геометрии Черепашки, основные принципы, психолого-педагогические и методические аспекты пропедевтики геометрии на базе языка Лого. При рассмотрении психолого-педагогических основ изучения геометрии с помощью Лого необходимо показать на конкретных примерах, как с помощью Лого можно формировать у школьников различные геометрические понятия, способствовать развитию пространственного воображения и исследовательских умений учащихся. Для этого можно использовать компьютер с подключенным к нему мультимедийным проектором. На данном этапе целесообразной является организация посещения студентами уроков геометрии Черепашки, проводимых в школе.

Вторая часть курса посвящена самостоятельной работе студентов в области методики использования Лого для пропедевтики геометрического материала.

Задания для самостоятельной работы могут быть следующими:

1) доклад по психолого-педагогическим проблемам, касающимся использования Лого для пропедевтики геометрического материала;

2) подготовка дидактических материалов для курса «Геометрия Черепашки»;

3) разработка фрагмента урока, направленного на формирование какого-либо геометрического понятия или открытие свойства геометрической фигуры;

4) разработка лекции и лабораторной работы по заданной теме.

Результаты выполнения индивидуальных (групповых) заданий докладываются на семинарах. На семинарах студенты обсуждают методику работы с различными видами задач в Лого, анализируют особенности этапа мотивации на уроках геометрии Черепашки, выбор методов и средств обучения, методику подготовки и проведения различных типов уроков (урок-исследование, урок-закрепление, урок-игра). Рассматриваются возможные подходы к организации и проведению коллективных, групповых и индивидуальных проектов школьников. Обсуждаются взаимосвязи уроков геометрии Черепашки с уроками математики, а также место данного курса в непрерывном информатическом образовании школьников. В качестве конкретных примеров изучаются материалы из опыта работы учителей школы № 76 г. Ярославля (Н.Л. Дашниц, Р.Г. Голубевой, Н.И. Никулиной, Н.М. Казариной, С.А. Паршиной, Т.И. Рицковой, Ж.Ю. Седовой, Г.П. Толоконниковой).

Последние темы курса «Дополнительные возможности Лого» и «Обзор педагогических средств, используемых для обучения геометрии» рассматриваются самостоятельно несколькими группами студентов. Далее каждая группа студентов читает фрагмент лекции по предложенной теме, готовит и проводит фрагмент лабораторно-практического занятия.

На итоговом занятии курса проводится анализ изученного материала, обсуждаются вопросы целесообразности организации пропедевтической подготовки школьников по геометрии на уроках информатики, анализируются возможные положительные и отрицательные последствия изучения курса геометрии Черепашки для дальнейшего изучения учеником предметов информатики и геометрии. Также анализируется возможность построения интегрированных курсов информатики с другими предметами: физикой, химией, биологией, литературой. Обсуждается, с помощью каких программных средств можно осуществить такую интеграцию.

Описанный выше курс по выбору рассчитан на преподавание в VIII семестре. В этом семестре студенты прошли первую педагогическую практику и получили некоторые представления о современной школе и отношении учителей–предметников к возможности сотрудничества с учителями информатики. Также у студентов была возможность опробовать на практике некоторые теоретические положения, полученные ими в процессе изучения предметов теории и методики преподавания информатики.

В результате изучения спецкурса у студентов появляются определенные представления о возможностях современных педагогических программных средств, об использовании компьютера не только для изучения курса информатики, но и для параллельного решения задач из других предметных областей.

© П.А. Корнилов (ЯГПУ)

Программирование игр в школьном кружке по информатике

Одной из трех основных содержательных линий школьного курса информатики является алгоритмическая подготовка учащихся. Данная статья посвящена изложению некоторого опыта автора по обучению интересующихся детей началам программирования во время занятий в кружке.

Для повышения мотивации участников кружка к освоению премудростей программирования автором использовались различные формы игровой деятельности.

Многие исследователи пишут, что закономерности формирования умственных действий на материале школьного обучения обнаруживается в игровой деятельности детей. В ней своеобразными путями осуществляется формирование психических процессов: сенсорных процессов, абстракции и обобщения, произвольного запоминания и т.д. Игровое обучение не может быть единственным в образовательной работе с детьми. Оно не формирует способности учиться, но, безусловно, развивает познавательную активность школьников.

Игра многофункциональна. Существует несколько групп игр, развивающих интеллект, познавательную активность ребенка.

I группа – предметные игры как манипуляции с игрушками и предметами. Через игрушки – предметы – дети познают форму, цвет, объем, материал, мир животных, мир людей и т.п.

II группа – игры творческие, сюжетно-ролевые, в которых сюжет – форма интеллектуальной деятельности.

III группа игр, которая используется как средство развития познавательной активности детей, – это игры с готовыми правилами, называемые дидактическими.

IV группа игр – строительные, трудовые, технические, конструкторские.

V группа игр, интеллектуальные игры – игры-упражнения, игры-тренинги, воздействующие на психическую сферу. Основанные на соревновании, они путем сравнения показывают играющим школьникам уровень их подготовленности, тренированности, подсказывают пути самосовершенствования, а значит, побуждают их познавательную активность.

Автор при организации работы кружка активно использовал новый, специфический метод использования игр. А именно, участники кружка дома, по известным правилам, составляли программы, обучающие компьютер играть в те или иные игры. Затем на занятиях кружка проводились конкурсы их программ, где составленные детьми программы играли друг с другом, а авторы программ просто наблюдали за турниром. После турнира, где, как правило, участвовала и оптимальная версия программы, составленная руководителем кружка, по свежим следам шел разбор возможных стратегий, придуманных участниками конкурса, их анализ и изложение оптимальной стратегии. В данной обстановке слушатели намного более заинтересованно относились к изложению оптимальной стратегии, хорошо воспринимали новую информацию из разных отраслей математики.

Поскольку в работе кружка принимали участие дети 8-9-х классов с невысоким и к тому же заметно различающимся уровнем подготовки по математике и программированию, подбор игр для реализации на компьютере при этом должен был быть произведён особенно тщательно. С одной стороны, игра не должна быть совсем простой, что не позволило бы заинтересовать ею всех участников кружка. С другой стороны, организация процедур выбора одного хода, которые и составляли ребята, должна была допускать крайне примитивные стратегии, реализация которых состоит из одной строки (например, выбор случайного числа из указанного диапазона). С учетом указанных особенностей автором были отобраны некоторые игры, которые приводятся ниже. Помимо приведенных примеров, автором отобраны ещё два десятка игр, которые планируется подключить при дальнейшей работе кружка, когда техника программирования ребят и их математические знания расширятся.

Примеры игр, предлагаемых для программирования и участия в турнире программ.

1. Игра “Ним”

Два участника поочередно называют натуральные числа, каждое из которых не превосходит некоторого значения N. Выигрывает тот участник, после хода которого сумма всех названных чисел достигнет или превысит заданное значение М.

2. Игра “Супер-Ним”

Два участника поочередно называют натуральные числа, причем называемое число может отличаться от предыдущего числа (то есть числа, названного соперником) не более чем на 1. Выигрывает тот участник, после хода которого сумма всех названных чисел достигнет или превысит значение 20. Первый ход первого игрока фиксирован и равен 1.

3. “Выбор наибольшего приданого.”

Король для испытаний кандидата на пост придворного мудреца предлагает ему жениться на молодой придворной даме, имеющей наибольшее приданое. Суммы приданых записываются на билетиках и перемешиваются. Наудачу вытягивается билетик, и мудрец должен решить, является ли это приданое наибольшим. Если он выносит правильное решение, то получает эту даму в жены вместе с приданым, в противном случае – не получает ничего. При отказе от суммы, указанной на первом билете, мудрец должен вытянуть второй билет и отказаться или нет от него и т.д., пока не сделает выбор или не отвергнет все приданые.

При дворе короля К от 50 до 100 привлекательных придворных дам. Все их приданые различны. Составьте процедуру, которая позволит мудрецу максимально использовать свои шансы. Игра повторяется многократно на различных случайных наборах данных.

4. “Игра Роуз – Болла.”

Игра относится к средневековым играм, поскольку ей более 500 лет. Вы выкладываете на стол несколько (например 50) предметов (спичек). Каждый игрок вынимает предмет из кучи по меньшей мере 1, но не более 6. Кто берет последнюю спичку, выигрывает (проигрывает).

5.”Игра Баше.”

В игре принимают участие два игрока. Выигрывает тот, который на своем ходе наберет 20 или более спичек из кучи. Ходы соперников чередуются. Первый игрок своим первым ходом берет одну спичку (можно начинать от 1 до 6). На каждом следующем ходе игрок имеет право взять спичек столько, сколько взял его соперник, или на одну больше или меньше, но не менее 1 и не более 6.

6. На доске 3х9 стоят три шашки так, как показано на рисунке.

		О						

	O							
O								

Двое начинают играть в следующую игру: каждый по очереди передвигает одну из шашек вправо по горизонтали на любое количество клеток. Проигрывает тот, кто не сможет сделать хода, т.е. при его ходе все шашки будут стоять у правого края.

7. На концах клетчатой полоски размером 1x100 клеток стоят две фишки: слева фишка 1-го игрока, справа – второго. За ход разрешается сдвинуть свою фишку в направлении противоположного края полоски на 1, 2, 3 или 4 клетки. При этом разрешается перепрыгивать через фишку соперника, но запрещается ставить свою фишку на одну клетку с ней. Выигрывает тот, кто первым достигнет противоположного края полоски.

8. ”Кто меньше?”

Два игрока задумывают по одному числу от 1 до 5, и числа сравниваются. Если они совпадают или различаются больше чем на 1, каждый игрок получает количество очков, совпадающее со своим задуманным числом. Если же числа различаются на единицу, то игрок, выбравший меньшее число, получает очки, равные сумме задуманных чисел. Игра продолжается десять туров, и после каждого из них очки суммируются. Побеждает игрок, набравший большее число очков.

9. ”Посредственность”

Пример игры для трёх лиц. В каждом туре трое участников выбирают по одному числу из определённого множества чисел, причём очки засчитываются только тому игроку, который выберет среднее из 3-х, самому «посредственному». Количество начисленных очков совпадает с задуманным числом.

10. Король стоит на поле a1. За один ход можно передвигать его на одно поле вверх, вправо или по диагонали между этими направлениями. Выигрывает тот, кто ставит короля на поле h8.

© Н.И. Белова (ЯрПК)

Разработка контрольно-измерительных материалов (КИМ) по дисциплине «Основы алгоритмизации и программирования»

Освоение основ программирования, в частности, овладение алгоритмическими языками позволяет наиболее полно развивать алгоритмическое и логическое мышление, необходимое при любой работе на компьютере, а также формировать компьютерную грамотность и информационную культуру.

Дисциплина «Основы алгоритмизации и программирования» является наиболее важной для специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», т.к. является общепрофессиональной, устанавливающей базовый уровень знаний для освоения других общепрофессиональных и специальных дисциплин. Следовательно, необходимо использовать эффективные приемы и методы обучения.

Поскольку имеется много общего в конструкциях многих алгоритмических языков, их параллельное изучение может выступать в роли механизма формирования обобщенных знаний по программированию.

Важным направлением является контроль за усвоением учебного материала. Контроль знаний студентов способствует развитию личности ученика, формированию способов интеллектуальной деятельности, если будет осуществлен разноуровневый и разнохарактерный контроль знаний учащихся; проверка знаний позволит выявить у учащихся пробелы в содержании и несоответствие методов получения информации заданному уровню обучения; будет осуществлена коррекция знаний.

К настоящему времени в практике образовательных учреждений по проверке знаний студентов сложились две основные формы контроля: устный опрос и письменная работа. Каждая из них, имея определенные положительные стороны, обладает и целым рядом существенных недостатков. Так, устный опрос является выборочной формой контроля знаний отдельных студентов, отнимающей значительный объем драгоценного времени от урока. Письменная работа чрезвычайно трудоемка и не оперативна. Зачастую преподаватель, не успев справиться с проверкой работ студентов, начинает следующее занятие без информации о том, какие разделы предыдущего материала не были усвоены учениками в достаточной степени. К тому же оба этих метода не избавлены от негативных проявлений, связанных с необъективной оценкой знаний.

Свободной от этих недостатков является форма контроля в виде тестовых заданий. Она может с успехом применяться для текущей проверки знаний. Тогда, оперативно проверив работы, преподаватель сможет своевременно откорректировать изложение материала следующего занятия, уделив больше внимания слабо усвоенным разделам. Отсутствие трудоемкой проверки письменных работ позволяет достаточно часто проводить контрольные мероприятия, создавая у студентов ощущение тотального контроля знаний. Система тестовых заданий имеет и еще одно достоинство, так как позволяет избавиться от психологических проблем.

Педагогический опыт показал, что в сочетании с другими видами проверки использование тестовых заданий является весьма эффективным инструментом, стимулирующим подготовку студентов к каждому занятию и повышающим мотивацию к изучаемой дисциплине. Устные же формы контроля наиболее целесообразно применять при проведении зачетов, коллоквиумов и экзаменов. При этом важно отметить, что отсутствие оценки ответа ученика на вопрос, заданный во время урока, снимает психологическое давление боязни неверного ответа и позволяет проводить обсуждение вопроса в творческой атмосфере.

Успешное и эффективное применение методов тестирования целиком зависит от двух основных факторов. Во-первых, это отсутствие доступа посторонних к данным, содержащим информацию о правильных ответах. Во-вторых, это качество тестовых заданий.

Таким образом, управление учебно-познавательной деятельностью учащегося может происходить на базе поэтапного контроля за уровнем усвоения знания (качеством знания), каждому из которых соответствует способность осуществлять различные виды действия: узнавание, алгоритмическое репродуктивное действие, продуктивное действие эвристического типа, продуктивное действие творческого типа.

Выбирая тему работы, перед собой мы поставили следующие **цели**:

- показать, что среди множества путей формирования компьютерной грамотности и информационной культуры учащихся одним из наиболее эффективных является организация контроля знаний;
- показать значимость КИМ при изучении дисциплин.

Для достижения поставленных целей необходимо рассмотреть следующие **задачи**:

- изучить особенности и виды контроля знаний учащихся;
- разработать структуру проведения КИМ;
- провести эксперимент по их апробации и проанализировать его результаты.

Практическая значимость нашей работы заключается в том, что разработанный нами банк КИМ по дисциплине «Основы алгоритмизации и программирования» может быть использован в практике общеобразовательных учреждений.

Мы пришли к необходимости формирования базы КИМ по дисциплине «Основы алгоритмизации и программирования». Нами была спланирована следующая система:

Основы алгоритмизации и программирования

Раздел I. Основы алгоритмизации и программирования

Тема 1.1. Основные сведения

Тест 1.

Тема 1.2. Основные типы алгоритмов

Тест 2

Раздел II. Программирование в среде Turbo Pascal

Тема 2.1. Интегрированная среда программирования Turbo Pascal

Тест 3

Тема 2.2. Структура программы и алфавит языка Pascal, введение в систему типов данных

Практическая работа 1. Знакомство с интегрированной средой программирования. Освоение простейшей структуры программы

Тест 4

Тема 2.3. Программирование алгоритмов линейной структуры

Практическая работа 2. Реализация алгоритма линейной структуры на ЯП Pascal

Тест 5

Собеседование 1

Тема 2.4. Программирование алгоритмов разветвляющейся структуры

Практическая работа 3. Использование логических операций при реализации алгоритмов ветвящейся структуры на ЯП Pascal

Практическая работа 4. Реализация алгоритмов ветвящейся структуры на ЯП Pascal с использованием оператора выбора

Тест 6

Собеседование 2

Тема 2.5. Программирование алгоритмов циклической структуры

Практическая работа 5. Разработка программ циклической структуры с использованием оператора цикла с параметром

Практическая работа 6. Разработка программ циклической структуры с использованием оператора цикла с предусловием

Тест 7

Собеседование 3

Тема 2.6. Подпрограммы ЯП Pascal (процедуры и функции)

Практическая работа 7. Процедуры и функции в ЯП PASCAL

Тест 8

Собеседование 4

Контрольная работа 1. Контрольная работа № 1

Раздел III. Типы данных ЯП Pascal

Тема 3.1. Простые типы данных.

Практическая работа 8. Организация ввода-вывода стандартных типов данных.

Тест 9

Тема 3.2. Структурированные типы данных. Одномерные массивы.

Практическая работа 9. Работа с одномерными массивам на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 10

Собеседование 5

Тема 3.3. Алгоритмы сортировки одномерных массивов.

Практическая работа 10. Работа с одномерными массивам на языке ПАСКАЛЬ. Алгоритмы сортировки.

Тест 11

Тема 3.4. Алгоритмы поиска в одномерных массивах.

Практическая работа 11. Работа с одномерными массивам на языке ПАСКАЛЬ. Алгоритмы поиска.

Тест 12

Тема 3.5. Структурированные типы данных. Строки.

Практическая работа 12. Работа со строками на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 13

Собеседование 6.

Тема 3.6. Структурированные типы данных. Двумерные массивы.

Практическая работа 13. Работа с двумерными массивами на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 14

Тема 3.7. Структурированные типы данных. Множества.

Практическая работа 14. Работа с множественным типом данных на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 15

Собеседование 7

Тема 3.8. Комбинированный тип данных - записи.

Практическая работа 15. Работа с комбинированным типом данных "запись" на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 16

Собеседование 8

Контрольная работа 2. Контрольная работа № 2.

Раздел IV. Работа с файлами и модулями в Turbo Pascal

Тема 4.1. Файлы в Pascal. Типы файлов.

Тест 17

Тема 4.2. Типизированные файлы.

Практическая работа 16. Работа с типизированными файлами на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 18

Тема 4.3. Типизированные файлы.

Практическая работа 17. Работа с текстовыми файлами на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 19

Собеседование 9

Тема 4.4. Модули. Структура модулей.

Практическая работа 18. Работа с модулями на языке ПАСКАЛЬ.

Тест 20

По представленной схеме видно, что в каждом разделе после изучения темы присутствует система КИМ (заданий) – практические работы, тесты, собеседования и контрольные работы. Тематические задания не выходят за рамки основного курса дисциплины "Основы алгоритмизации и программирования", но имеются задания с повышенным уровнем трудности, предназначенные для наиболее сильных студентов.

Для того, чтобы максимально эффективно использовать тесты, мы рассмотрели ряд программ для компьютерного тестирования, в том числе такие, как гипертест, конструктор тестов, генератор контроля и оболочки, разработанные нашими студентами при написании ВКР. В итоге мы остановились на конструкторе тестов, которым пользуемся по настоящее время. Тренировочный материал, вопросы к собеседованиям студенты могут получить из информационной базы колледжа, которые доступны им на любой рабочей станции.

Для стимулирования положительных результатов обучения применяется рейтинговая система оценки знаний. Оценки выставляются в таблицу, в зависимости от полученных за работу баллов. При этом учащийся видит качество своей оценки. Система дополнительных баллов, которые полагаются за решение сложных задач, стимулирует к творческому подходу решения задач.

Часть материала данного банка КИМ была опробована в Ярославском педагогическом колледже на специальности "Профессиональное обучение" (по отраслям), профиль подготовки "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем". При использовании данной структуры КИМ мы наблюдали следующие результаты:

- повысился процент качества обучающихся (диаграмма 1);
- успеваемость группы в целом (диаграмма 2);
- студенты имели более целостное представление о структуре курса;
- более эффективно был сформирован операционный стиль мышления.

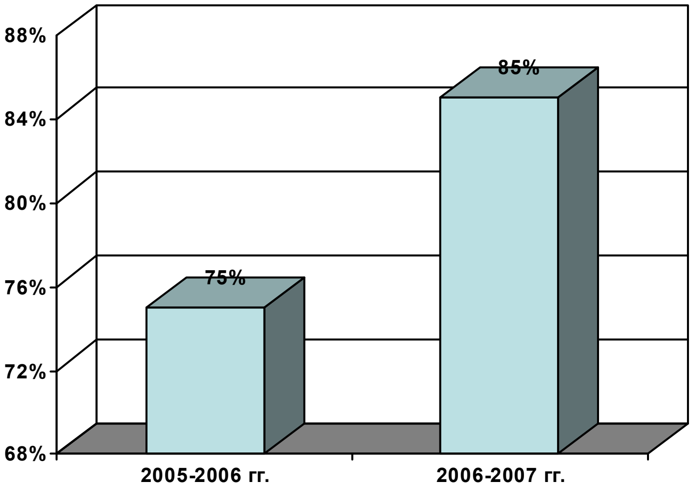


Диаграмма 1

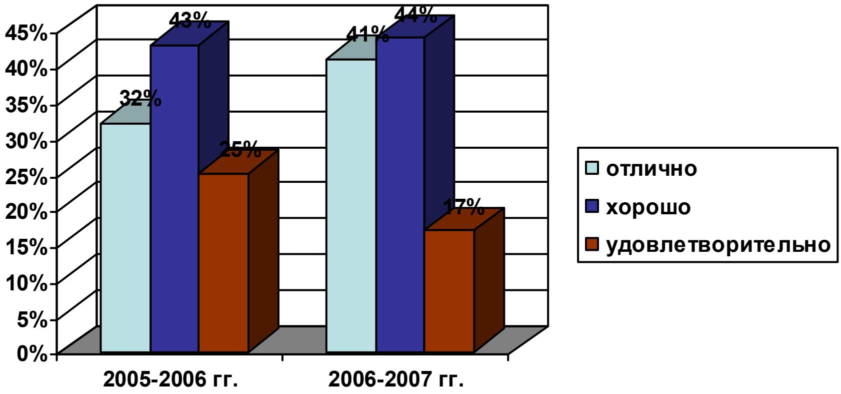


Диаграмма 2

Дидактический КИМ позволяет организовать объективный контроль качества знаний учащихся. Так, созданный набор учебных заданий и разработка серий тестовых операций для каждого уровня усвоения знаний по программированию на языке Паскаль позволили в определенной степени систематизировать процесс изучения студентами каждого раздела.

Кроме того, необходимо обратить внимание, что выпускник данной специальности получает педагогическую профессию, поэтому, осуществляя методическую подготовку мастера производственного обучения по профилю информатики, необходимо подчеркивать роль контроля в повышении качества знания и важность использования объективных методов контроля качества знаний учащихся, отмечать недостатки традиционно используемых методов из-за не заложенных в них необходимой диагностичности, точности и воспроизводимости результатов, знакомить с новыми идеями, методами и средствами организации контроля; необходимо научить ясно осознавать цели и контролируемый уровень усвоения учебного материала; сформировать умения составлять тесты для различных уровней, выделять существенные операции, вычислять коэффициент усвоения учебного материала, организовывать деятельность учащихся по самоконтролю и саморазвитию.

Поскольку эффективность данной структуры была нами подтверждена, то в дальнейшем своей целью мы поставили завершение формирования комплекса КИМ по данной дисциплине и переход к формированию КИМ по другим преподаваемым мной учебным дисциплинам.

© Л.Я. Московская (ЯГПУ)

Подготовка к единому государственному экзамену по информатике

2 февраля 2007 года Совет Федерации России одобрил закон о едином государственном экзамене, который будет введен как обязательная форма аттестации школьников на всей территории России с 2009 года. Закон предполагает установление переходного этапа до 2009 года - лишь с этого времени ЕГЭ будет введен в виде обязательной нормы во всех российских регионах.

Единые государственные экзамены, совмещающие выпускные за курс средней школы и вступительные в вуз, становятся в России всеохватными и почти безальтернативными. В Министерстве образования и науки считают, что новая экзаменационная схема позволяет объективнее оценивать знания выпускников-абитуриентов и расширяет доступ к образованию.

В процессе подготовки к введению ЕГЭ по информатике предлагается:

- обеспечить возможность использования вариантов ЕГЭ предыдущих лет для планирования и коррекции учебного процесса;
- ввести в учебный процесс школы тестовые формы контроля знаний обучающихся, и, в частности, итоговый (выпускной) письменный тест по информатике;
- совершенствовать качество заданий, привлекая специалистов средней и высшей школы;
- информировать школьников о возможности реально оценить уровень своих знаний, используя сайт Федерального института педагогических измерений, где можно посмотреть банк заданий за предыдущие годы, пройти их;
- использовать в качестве мощного воспитывающего средства, так как формируется уверенность в необходимости качественного труда для успеха в жизни.

Кроме того, ряд ярославских вузов в качестве приемных экзаменов по информатике предлагает письменный тест. И предлагаемая форма проведения выпускного экзамена по информатике имеет своей целью подготовить выпускников школы к успешной сдаче вступительных экзаменов. У выпускника должна появиться вера в то, что надежда на будущий успех в жизни молодого человека не будет в основном зависеть от материального или общественного положения его родителей, а будет определяться его способностями и трудом, что, в свою очередь, будет возбуждать интерес к предмету.

Предложенные варианты теста – анализ вариантов контрольных измерительных материалов (КИМ) ЕГЭ предыдущих лет (2004, 2005, 2006, 2007 гг.), централизованного тестирования (2000 – 2006 гг.), вступительных тестов в ЯГПУ (2004 – 2006 гг.), МЭСИ (филиал в г. Ярославле).

Содержание предложенных материалов определяется на основе примерных программ по информатике и соответствует требованиям, предъявляемым государственными образовательными стандартами к освоению минимума содержания среднего (полного) общего образования.

На выполнение экзаменационной работы по информатике отводится 4 часа (240 минут). Работа состоит из 3 частей. Часть А включает задания с выбором ответа, с самостоятельной формулировкой ответа. Часть В состоит из заданий с кратким ответом (задания выполняются на черновике, а ответ самостоятельно формулируется и записывается). Для выполнения заданий части С необходимо написать развернутый ответ в произвольной форме.

За каждый правильный ответ в зависимости от сложности задания дается один или более баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Прилагается примерный вариант письменного выпускного теста (для 11 класса средней общеобразовательной школы №43). На экзамене предполагается использовать 4 варианта с аналогичными заданиями.

Вариант экзаменационного (выпускного) теста по информатике

(11 класс общеобразовательной средней школы)

Часть А

1. Укажите верные утверждения

☐ интерес человека к информации зависит от уровня предшествующей подготовки;

☐ каналом связи могут быть только телефонные или оптоволоконные линии;

☐ при кодировании происходит преобразование информации из одного вида в другой;

☐ знак «пробел» кода не имеет.

2. Оставлено место для ответа (…)

С помощью языка человек определяет вкус,

(…   ).

Компьютер (понимает\не понимает) смысл информации?

Основное отличие искусственных языков от естественных в том, что (…   ).

Запишите слова-синонимы для понятия «информация»

(…   ).

3. Перевод текста с иностранного языка на русский можно назвать

☐ процессом передачи информации; ☐ процессом поиска информации;

☐ процессом обработки информации; ☐ процессом хранения информации.

4. Что изучает «информатика»?

☐ конструкцию компьютера, способы его включения и выключения;

☐ совокупность дисциплин, изучающих свойства информации, а также способы представления, накопления, обработки и передачи информации с помощью технических средств;

☐ совокупность программных средств компьютера;

все дисциплины, чтобы использовать их для обработки информации.

5. Качество решений, принятых на основании полученной информации, зависит от

☐ вида информации; ☐ свойств информации; ☐ способов передачи и хранения информации.

6. В таблицах перечислены некоторые свойства информации и даны определения этих свойств. Соедините стрелками соответствующие ячейки таблиц.

Свойства информации		**Определение свойств информации**
достоверность		имеются все необходимые данные для решения задачи или проблемы
актуальность		информация выражена на языке, понятном получателю
новизна		своевременно (во время) доставлена
понятность		логичность, непротиворечивость
полнота		информация не зависит от мнения конкретного человека
объективность		в сообщении содержатся неизвестные для получателя сведения

7. В какой системе счисления представлена информация, хранящаяся в компьютере?

☐ троичной ☐ десятичной ☐ двоичной ☐ восьмеричной ☐ шестнадцатеричной

8. Является ли истинным утверждение: «В позиционной системе счисления количественный эквивалент цифры зависит от места цифры в записи числа»?

☐ да ☐ нет

9. Может ли число 13 быть основанием системы счисления?

☐ да ☐ нет

10. Сколько цифр используется для записи числа 7810 в системе счисления с основанием 6?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

11. Для кодирования букв А, Б, В, Г решили использовать двухразрядные последовательные двоичные числа (от 00 до 11 соответственно). Если таким способом закодировать последовательность символов БВГА и записать результат шестнадцатеричным кодом, то получится:

☐ 154 ☐ 6С ☐D8 ☐330

12. Какие действия человека с информацией моделирует компьютер?

☐ принимает, запоминает, обрабатывает, передает; ☐ принимает и запоминает; ☐ обрабатывает.

13. Производительность работы компьютера (быстрота выполнения операции) зависит от:

☐ размера экрана дисплея; ☐ частоты процессора;

☐ напряжения питания; ☐ быстроты нажатия на клавиши.

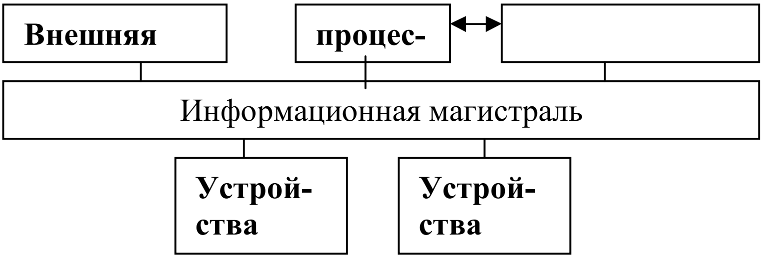
14. При выключении компьютера вся информация стирается

☐ на гибком диске; ☐ на компакт-диске; ☐ на винчестере; ☐ в оперативной памяти.

15. Какие из перечисленных устройств относятся к устройствам вывода информации?

☐ дисплей; ☐ плоттер; ☐ мышь; ☐ принтер; ☐ контроллер.

16. Название какого устройства необходимо вписать в пустой блок общей схемы компьютера?



☐ модем ☐ дисковод ☐ контроллер устройства вывода ☐ внутренняя память

17. Операционная система - это

☐ комплекс программ, организующих управление работой компьютера и его взаимодействие с пользователем;

☐ совокупность основных устройств компьютера;

☐ его техническая документация;

☐ архитектура компьютера;

☐ совокупность устройств и программ общего пользования.

18. Получено сообщение, информационный объём которого равен 32768 бит. Чему равен этот объём в килобайтах?

☐ 4 ☐ 32 ☐ 16 ☐ 8

19. Получено сообщение, информационный объём которого равен 1/16 мегабайта. Чему равен этот объём в байтах?

☐ 6250 байт ☐ 65536 байт ☐ 524288 байт ☐ 512 байт

20. Установите, какие из следующих предложений являются логическими высказываниями

☐ Все знают английский язык ☐ Число X нечетное

☐ Где живет твой друг? ☐ У квадрата все углы прямые

_______21. Какое логическое выражение равносильно выражению $a \Rightarrow \bar{b}$?

☐ $a \vee b$ ☐ $\bar{a} \vee b$ ☐ $a \wedge b$ ☐ $\bar{a} \wedge \bar{b}$

22. Символом f обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: a, b, c.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

A	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1

Какое выражение соответствует f?

☐ $a \wedge \bar{b} \wedge c$ ☐ $\bar{a} \wedge \bar{b} \vee c$ ☐ $\bar{a} \wedge b \vee c$ ☐ $a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c}$

23. Что необходимо сделать для сохранения документа в виде файла с новым именем?

☐ Выполнить команду "Файл - Открыть..." ☐ Выполнить команду "Файл - Создать"

☐ Выполнить команду "Файл - Сохранить" ☐ Выполнить команду "Файл - Сохранить как..."

24. Список в Microsoft Word может быть

☐ многоуровневым ☐ надстрочным ☐ маркированным ☐ подстрочным

☐ простым ☐ нумерованным ☐ полужирным

25. В электронных таблицах выделена группа ячеек A1:C2. Сколько ячеек входит в эту группу?

☐ 6 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 3

26. При копировании формулы A1+B1*C1 из ячейки C5 в ячейку D9 получим формулу:

☐ =B5+C5*D5 ☐ =B5+C5*C1 ☐ =B1+C1*C5 ☐ =B1+C1*D5

27. Дан фрагмент электронной таблицы:

	A	B	C	D
1	5	2	4	

2	10	1	6	

В ячейку D2 введена формула =A2+B1*C1

В результате в ячейке D2 появится значение:

☐ 48 ☐ 16 ☐ 18 ☐ 24

28. Какое поле таблицы "Ученики" можно использовать в качестве первичного ключа?

☐ Фамилия ☐ Имя ☐ Класс

☐ Номер личного дела ☐ Дата рождения

29. Сколько записей в нижеследующем фрагменте турнирной таблицы удовлетворяют условию «Место <=5 И (В>4 ИЛИ МЗ>12)» (символ <= означает «меньше или равно»)?

Место	Команда	В	Н	П	О	МЗ	МП
1	Сатурн	5	3	1	18	9	5
2	Авангард	6	0	3	18	13	7
3	Дизелист	4	1	4	16	13	7
4	Орион	3	6	0	15	5	2
5	Химик	3	3	3	12	14	17
6	Шинник	3	2	4	11	13	7

☐ 5 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

30. Представлена база данных

ФИО	Рост	ВЕС
НАТАЛЬЯ	158	46.9
ОЛЬГА	165	68.3
РИТА	152	53.5
ЛИДИЯ	169	47.7
ЗИНАИДА	180	66.2

После проведения сортировки сведения о НАТАЛЬЕ переместились на одну строку вниз. Сортировка проводилась в порядке

☐ возрастания по полю ФИО ☐ возрастания по полю ВЕС

☐ убывания по полю ФИО ☐ возрастания по полю РОСТ.

31. В модеме происходит:

☐ преобразование сигнала из цифрового в аналоговый;

☐ преобразование сигнала из аналогового в цифровой;

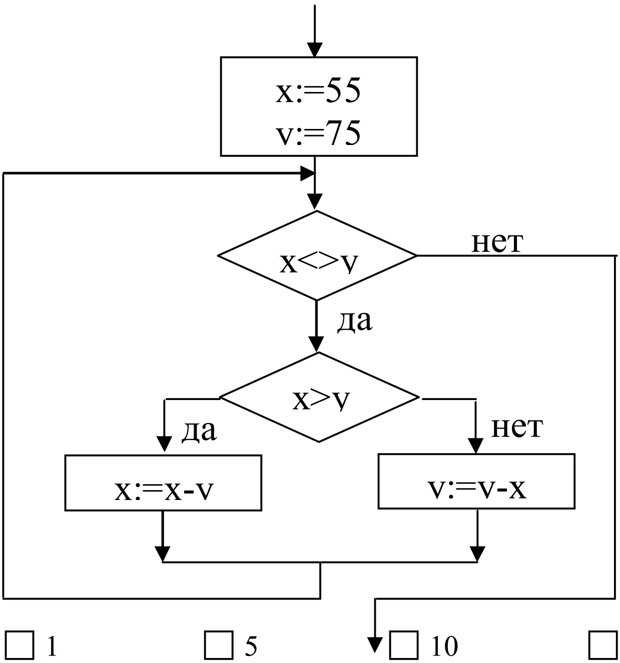
☐ преобразование сигнала из цифрового в аналоговый и наоборот;

☐ усиление сигнала без преобразования.

32. Понятное и точное предписание исполнителю при заданных начальных данных выполнить конечную последовательность команд, приводящую к искомому результату, называется

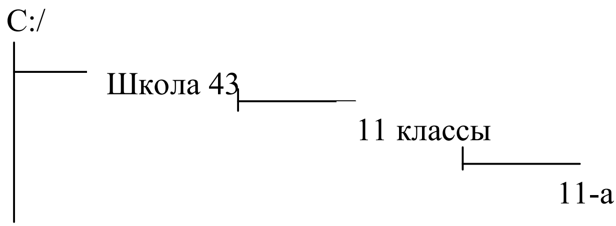
☐ моделью; ☐ системой; ☐ алгоритмом; ☐ технологией.

33. Определите значение целочисленной переменной x после выполнения следующего фрагмента программы:



☐ 1 ☐ 5 ☐ 10 ☐ 15

34. Дано дерево каталогов.



Определите полное имя файла 11-а.

☐ **C:/ Школа 43** ☐ **C:/ 11 классы /11-а**

☐ **C:/ Школа 43 / 11 классы /11-а** ☐ **C:/ 11-а**

Часть В

1. В системе счисления с некоторым основанием число 198 записывается в виде 402. Укажите это основание.

2. Какое из чисел $100000_2+111110_2$, 331_4 и $5D_{16}$ является наибольшим? Ответ запишите в десятичной системе счисления.

3. Вычислите в восьмеричной системе счисления: $(427{,}5_8 + 3641{,}24_8)*12_8$.

5. Найдите пятую цифру после запятой в записи числа 1.21_{10} в троичной системе счисления.

6. Запишите дополнительный код числа -54 (формат 1 байт)

7. Упростите логическую функцию: $f(a,b,c)=\overline{a}\Rightarrow((a\wedge c)\vee(b\wedge\overline{a}))\vee(b\wedge(\overline{c}\vee c))$

8. Что будет напечатано программой,

```
var a, b:integer;
begin
 read(a, b, a); writeln(a,‘   ‘,b, ‘   ‘,a)
end.
```

если для ввода заданы числа 10, 11, 12?

10. Что будет напечатано программой после исполнения следующего фрагмента

```
C:=12;
C:=c+2;
```

```
Writeln( c );
Writeln(c-1);
Writeln( c );
```

12. Найдите значение переменной y после исполнения серии команд:

```
x:= -1; y:=2; z:=3;
x:=y+1;
y:=y*x;
z:=y;
y:=y*z;
```

13. Какое значение будет иметь переменная z после выполнения операторов

```
z:=0;
if x>0 then if y>0 then  z:=1 else z:=2;
```

при следующих значениях переменных x и y:

x=1, y=-1.

14. Укажите все значения x, при которых после исполнения фрагмента программы получится ответ y=7.

```
If x<2 then y:=1-x else
if x<=6 then y:=x-2 else y:=x+1;
```

15. Записать на языке PASCAL составное логическое выражение: все числа x, y, z равны 0.

16. Найдите и введите значение величины S после исполнения серии команд

```
i:=7;S:=6;
while i>2 do
begin
S:=S-1;
i:=i-3;
end;
```

Часть С

1. Пятеро одноклассников: Ирена, Тимур, Камилла, Эльдар и Залим – стали победителями олимпиад школьников по физике, математике, информатике, литературе и географии. Известно, что:

- победитель олимпиады по информатике учит Ирену и Тимура работе на компьютере;
- Камилла и Эльдар тоже заинтересовались информатикой;
- Тимур всегда побаивался физики;
- Камилла, Тимур и победитель олимпиады по литературе занимаются плаванием;

- Тимур и Камилла поздравили победителя олимпиады по математике;
- Ирена сожалеет о том, что у нее остается мало времени на литературу.

Победителем какой олимпиады стал каждый из этих ребят?

2. Дан фрагмент электронной таблицы в режиме отображения формул

	A	B
2	7	=A1*B$1+B1
3	2	

Содержимое ячейки B2 было скопировано в ячейку B3.
После этого фрагмент электронной таблицы в режиме отображения результатов вычислений стал иметь вид

	A	B
2	7	84
3	2	112

Чему равно числовое значение в ячейке A1?

3. База данных "Студенты", наряду с другими, имеет поля с названиями "пол" и "специальность". В базе данных находятся записи о студентах первого курса трех специальностей: ИС - информационные системы, ИТ - информационные технологии и ПМ - прикладная математика. Количество записей N, удовлетворяющих различным запросам, приведено в следующей таблице

ЗАПРОС	N
пол=ж или специальность<>ПМ	37
неверно, что (специальность=ИС или специальность=ИТ)	23
неверно, что (пол=м или специальность=ИС)	22
пол<>м и специальность=ИТ	7

Чему равно количество записей в базе данных?

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ МАТЕМАТИКИ

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

СЕКЦИЯ ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ

Научное издание

Математика, информатика и актуальные проблемы их преподавания

Материалы международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета

Редактор Л.К. Шереметьева
Компьютерная верстка - Ю.В. Машонина

Подписано к печати 19.12.2007
Формат 60x84 1/16
14,1 п.л. Тираж 80. Заказ №________

Ярославский государственный педагогический университет
150000, г. Ярославль, ул. Республиканская, 108

Типография Ярославского государственного педагогического университета
150000, г. Ярославль, Которосльная наб., 44