Министерство просвещения Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический
университет им. К. Д. Ушинского»

Серия основана в 2021 году

НОВАЯ ДИДАКТИКА

Е. И. СМИРНОВ, С. Н. ДВОРЯТКИНА, И. В. КУЗНЕЦОВА

НАГЛЯДНОСТЬ, СИНЕРГИЯ И ФУНКЦИОНАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКОЙ И ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Монография

Ярославль
2021

УДК 374
ББК 87.256.631
С 50

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
ЯГПУ им. К. Д. Ушинского

Работа выполнена по государственному заданию Министерства просвещения Российской Федерации № 073-00077-21-02 на выполнение научных исследований по теме «Механизм научно-методического сопровождения педагогов по вопросам формирования функциональной грамотности школьников: трансфер образовательных технологий» (№ реестровой записи 730000Ф.99.1.БВ10АА00006)

Рецензенты:
доктор педагогических наук, профессор кафедры математики
и информатики ФГБОУ ВО «Вологодский государственный университет»
В. А. Тестов;
доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой
прикладной математики и информационных технологий
ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет»
В. С. Секованов

Серия основана в 2021 году

Смирнов, Е. И., Дворяткина, С. Н., Кузнецова, И. В.

С 50 Наглядность, синергия и функционал математического моделирования знаково-символической и игровой деятельности : монография / Е. И. Смирнов, С. Н. Дворяткина, И. В. Кузнецова. – Ярославль : ЯГПУ, 2021. – 271 с. (Новая дидактика)
ISBN 978-5-00089-471-2

Издание подготовлено в рамках реализации проекта ЯГПУ им. К. Д. Ушинского «Центр трансфера образовательных технологий “Новая дидактика”». Монография направлена на актуализацию процессов фундаментализации математического образования в России, интеграцию науки и образования, с целью развития профессиональных компетенций педагога, адаптации современных достижений в науке к школьной математике, развитию гибкости, критичности и креативности мышления обучающихся, в том числе формирования их математической грамотности на основе освоения сложного знания.

Книга адресована преподавателям высшей школы и учреждений дополнительного профессионального образования. Представляет интерес для руководителей и специалистов органов управления образованием, руководителей образовательных организаций, педагогов.

УДК 374
ББК 87.256.631

ISBN 978-5-00089-471-2

© ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского», 2021
© Смирнов Е. И., Дворяткина С. Н., Кузнецова И. В., 2021

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Математическое образование в России и во всем мире претерпевает в последние десятилетия существенные изменения, если не сказать кризисные явления как объективного, так и субъективного характера. Акцентирование педагогики на практико-ориентированные методы и личностные результаты образования, затронувшие нашу школу, ведут к лучшей социализации личности, большей возможности использовать математические знания в реальной жизни. Однако интеллектуальные операции мышления (понимание, конкретизация, абстрагирование, обобщение, моделирование, аналогия, ассоциации и т. п.), лежащие в основе формирования универсальных учебных действий обучаемых и функциональной грамотности школьников, по разным объективным и субъективным причинам перестали при этом эффективно развиваться в школьном образовании. Равно как и потеря ориентиров в фундаментализации математического образования как в России, так и в мире, приводит к дефициту квалифицированных кадров в развитии и реализации современных технологий, потере гибкости, критичности и креативности мышления обучающихся, ведет к утрате способности России занимать современные ниши производительных сил. Российское математическое образование всегда было передовым в вопросах его фундаментализации – методологии и технологии – создали прочную основу для эффективного развития личности [Гальперин, 2015; Давыдов, 2003, 2015; Занков, 1999; Крутецкий, 1998; Талызина, 2018, 2019; Шадриков, 2019]. Однако в последние десятилетия школьник изменился: возможности информационной среды, приоритеты личностного становления и развития, изменения социальных задач перед школой, рост личностных преференций школьников приводят к проблемам и негативным последствиям в традиционном освоении математики. Более того, цифровизация школы и вуза объявлена главным трендом российского образования и призвана дать ответы на «взрывное» появление новых компетенций, изменение рынка труда и открытости глобального информационного пространства. Тем не менее, результаты наших школьников в международных математических олимпиадах оставляют желать лучшего (за последние 10 лет Россия опускалась до 11 места в мире), международное тестирование PISA, тест оценивающий функциональную грамотность школьников в разных странах мира и умение применять знания на практике (проходит раз в три года; в тесте участвуют подростки в возрасте 15 лет), дает следующие результаты:

Рис. 1. Результаты России в тестировании PISA

Результаты 2018 года показывают, что около пятой части выпускников основной школы не достигают порогового уровня функциональной грамотности (по каждой области – математической, естественно-научной и читательской) и около трети учащихся по одной из областей. Россия занимает 27-35 место в мировом рейтинге. Выявлены основные затруднения в выполнении заданий мониторинга формирования функциональной (математической) грамотности школьников:

– понимание сюжетной ситуации и перевод её на язык предметной области, нахождение способа решения;

– работа с информацией, представленной в разной форме (рисунок, текст, таблица, диаграмма);

– работа с реальными данными, величинами и единицами измерений;

– интерпретация результата с учетом предложенной ситуации;

– проявление самостоятельности, использование учебного и жизненного опыта.

Педагогический опыт, теория и практика, запросы и вызовы реальной жизни показывают, что центральную роль в определении различных уровней успешности формирования математической грамотности играют фундаментальные математические способности.

При этом в последние десятилетия усилиями ученых-математиков, философов, психологов и педагогов методологически выявлено и теоретически доказано, что следующие технологические концепты способны проявить механизмы и факторы актуализации феномена фундаментальности и повышения качества математического образования, формирования математической грамотности школьников (соответственно перечню проблемных зон, указанных выше):

– фактор – импульс наглядного моделирования (вскрытия существенных связей и достижение эффекта понимания в освоении математики) объектов и процедур [Смирнов, 2017; Богун, 2018; Далингер, 2020];

– множественное целеполагание выявления сущности когнитивных практико-ориентированных задач и актуализация модальностей восприятия в фундировании и исследовании практико-ориентированных заданий [Брунер, 2008; Веккер, 2000; Шадриков, 2017; Майнцер, 2009; Смирнов, 2017б; Секованов, 2016; Дворяткина, 2019; Зайниев, 2015];

– информатизация и цифровизация учебного процесса, актуализация приемов освоения методов экспериментальной математики в «проблемных зонах» обучения математике [Бешенков, 2017; Семенов, 2020; Роберт, 2020; Гришкун, 2020; Кузнецов, 2016, 2016а, 2017; Смирнов, 2017];

– симбиоз математического и компьютерного моделирования в интерпретации результатов, критичность и креативность в получении побочных продуктов исследования [Дворяткина, 2016; Осташков, 2016; Хеннер, 2018; Барнсли, 2012];

– самоорганизация и саморазвитие личности на основе актуализации трех сфер проявления синергии сложного: содержательной (практико-ориентированные задачи, явления и реальные процессы – фракталы, хаос, самоорганизация), процессуальной (фундирование опыта, диалог культур и коммуникации, контексты) и личностно-адаптационной (развитие креативности и критичности обучающегося, современные достижения в науке, развитие мотивационной сферы учения) [Хакен, 2014; Малинецкий, 2020а; Морен, 2003; Буданов, 2019; Степин, 2008; Князева, 2019; Мандельброт, 2002; Курдюмов, 2019].

Таким образом, эффективным направлением формирования математической грамотности школьников может стать обучение математике на основе освоения сложного знания. При этом ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания и поддержки дистанционных сред и компьютерного моделирования. Это реализуется в ходе этапного исследования сложного знания и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Более того, ставится задача на ближайшие годы не только достижения устойчивого порогового уровня в тестировании PISA, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших внеучебных ситуациях, но и достижение способности решать сложные задачи. Приоритетом становятся ситуации, когда проявляется способность школьников использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, требуются самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях и овладевать сложными знаниями креативные обучающиеся.

Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния (необходим учет индивидуальных различий школьников, то есть практико-ориентированные задания должны быть разноуровневыми), формирования и развития мотивационной сферы учения (за счет актуализации образцов и адаптации современных, востребованных в жизни и доступных для восприятия, научных знаний и технологий), развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы, математическое и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций обучающихся в освоении сложных конструктов и процедур математики. Таким образом, реализация процесса повышения качества функциональной грамотности в освоении математики в школе возможна теперь на основе актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке к школьной математике. Такие образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. Поэтому и необходим также диалог информационной, гуманитарной, математической и естественно-научной культур в освоении математики сложного знания, который активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе.

ГЛАВА 1. СЛОЖНОЕ ЗНАНИЕ В МАТЕМАТИКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

Эффективным направлением формирования математической грамотности школьников может стать обучение математике на основе освоения сложного знания. При этом ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания и поддержки дистанционных сред и компьютерного моделирования. Это реализуется в ходе этапного исследования сложного знания и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Более того, ставится задача на ближайшие годы не только достижения устойчивого порогового уровня в тестировании PISA, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших внеучебных ситуациях, но и достижение способности решать сложные задачи. Приоритетом становятся ситуации, когда проявляется способность школьников использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, требуются самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях и овладевать сложными знаниями креативные обучающиеся.

1.1. Историогенез математической грамотности школьников России в результатах исследования PISA

Содержание оценки математической подготовки 15-летних учащихся основано на понятии математической грамотности – «способности человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [Assessing Reading, Mathematics, 2009, p. 84]. Это определение использовалось до 2009 года включительно. В 2012 году в это определение математической грамотности были внесены изменения, связанные с учетом познавательных процессов, в которые вовлечены учащиеся, чтобы решить проблему, представленную в некотором контексте, с помощью математики. Для этого надо сформулировать поставленную проблему на языке математики, применить известные математические понятия, факты, процедуры и рассуждения, интерпретировать и оценить математические результаты с учетом контекста, в котором представлена проблема. Эти особенности умственной деятельности при решении разнообразных проблем с помощью использования математики были отражены в уточненном определении математической грамотности.

«Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину» [Assessing Reading, Mathematics, 2012, p. 25]. В результате для описания деятельности при решении задач были предложены три глагола: *формулировать, применять и интерпретировать*, которые явно отражают основные виды деятельности при решении проблем посредством использования математики. Они указывают на три мыслительных процесса, в которые, как правило, будут вовлечены учащиеся при активном участии в решении проблем:

– формулировать ситуацию математически;

– применять математические понятия, факты, процедуры размышления;

– интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Ниже приводится описание этих видов деятельности, принятое разработчиками исследования PISA-2012 [Assessing Reading, Mathematics, 2012]:

Формулировать ситуации математически (*formulating situations mathematically)* – включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации; определять переменные, размышлять и понимать условия и допущения, облегчающие подход к проблеме или ее решение;

Применять математику (employing mathematics) – включает способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, выполнять действия с алгебраическими выражениями и уравнениями или другими математическими моделями, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и создавать математические аргументы;

Интерпретировать (interpreting mathematics) – включает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации. При этом может потребоваться разработать объяснения или аргументацию с учетом контекста проблемы.

Исследование математической грамотности отличают три акцента при оценке математической подготовки школьников:

– соответствие подготовки нуждам учащихся в повседневной жизни;

– контекст, в рамках которого предложена проблема, должен быть действительно жизненным, а не выдуманным или «притянутым за уши»;

– «холистическое», а не фрагментарное применение математики, это означает, что требуется осуществить весь процесс от понимания проблемы до ее формулирования, решения и сообщения результата, а не просто умение выполнить часть этого процесса (например, решить данное тригонометрическое уравнение, упростить данное алгебраическое выражение).

Контексты

Цель исследования PISA – оценить готовность учащихся к применению математики в повседневной жизни – привела к необходимости разработки особого инструментария. Школьникам предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики. Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. В исследовании PISA в основном описываются ситуации из окружающего мира, наиболее близкие к личному миру учащихся и вызывающие у них интерес. Так, наиболее близкой частью реального мира является личная жизнь учащихся и школьная жизнь затем профессиональная деятельность, повседневная жизнь местного общества и всего человечества. Наиболее отдаленными являются ситуации, связанные с наукой. Таким образом, при составлении заданий используются 4 категории контекстов: личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, общественная жизнь и научная деятельность.

Проблемы, которые ставятся в этих контекстах, являются частью опыта или практики участия учащихся в реальной окружающей действительности. Подобные проблемы можно противопоставить заданиям, характерным для школьных учебников математики, где главной целью является, скорее, попрактиковаться в математике, чем использовать ее для решения реальной проблемы. Эта подлинность в использовании математики – главный аспект планирования и анализа заданий в PISA, который тесно связан с определением математической грамотности.

Контексты, которые отнесены к личным, обычно связаны с повседневной личной жизнью учащегося (при общении с друзьями, занятиях спортом, покупками, отдыхом, повседневным бытом), его семьи, его друзей и сверстников. Описанные в них ситуации могут быть связаны с повседневными делами: покупки, приготовление пищи, игры, здоровье и др. Проблемы, которые предлагаются в профессиональных контекстах, связаны со школьной жизнью или трудовой деятельностью. Они включают такие действия, как измерения, подсчеты стоимости, заказ материалов для строительства (например, построить книжные полки в школьном кабинете математики), оплата счетов, выполнение некоторой работы. Общественные контексты связаны с жизнью общества (местного, национального или всего мира). Ситуации, связанные с жизнью местного общества, касаются проблем, возникающих в ближайшем окружении учащихся (например, обмен валюты, денежные вклады в местном банке). Ситуации, возникающие в более широком обществе, могут быть сфокусированы на вопросах, относящихся к системам и результатам голосования (например, прогноз итогов выборов президента страны), транспорту, решениям правительства, демографическим вопросам, национальной статистике и экономике. Контексты, отнесенные к научным, обычно связаны с применением математики к науке или технологии, явлениям физического мира (например, на основе имеющихся статистических данных требуется сделать прогноз относительно наступления землетрясений). В них могут ставиться проблемы погоды или климата, экологии медицины, космоса, генетики.

В исследовании методик формирования математической грамотности в основу организации структуры математического содержания, которым должен обладать грамотный человек для решения разнообразных проблем, должен быть положен особый подход. Этот подход несколько отличается от подхода, характерного для целей обучения математике и школьных программ – структурирование по содержательным линиям и математическим темам. PISA рекомендует, чтобы математическое содержание было распределено по четырем категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею (феноменологическую категорию), которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области. В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые изучают учащие в школьном курсе математики. Именно из тематики содержания, охватываемого этими идеями, извлекаются соответствующие вопросы содержания, используемые для решения поставленной проблемы:

– *изменение и зависимости* – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, то есть с алгебраическим и функциональным материалом (*числовая и функциональная линии, тождественных преобразований и линия уравнений и неравенств*);

– *пространство и форма* – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам, и отношениям, то есть к геометрическому материалу *(геометрическая линия);*

– *количество* – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики *(числовая линия);*

– *неопределенность и данные* – область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности *(стохастическая и алгоритмическая линии).*

В нашем исследовании выделено семь *содержательных линий* школьной математики, которые покрывают в совокупности эти *четыре содержательные области*, отражающие диапазон математических знаний, необходимых 15-летним учащимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора. Это позволяет более широко охарактеризовать результаты, показанные учащимися, с позиций овладения идеями, тесно связанными с особенностями (сущностью) реальных явлений окружающего мира. Уровень овладения этими идеями позволяет более адресно оценить возможности учащихся в использовании полученных знаний в повседневной жизни (личной и общественной), что и является целью исследования PISA.

Изменение и зависимости. Естественный и воображаемый мир демонстрирует много временных и постоянных зависимостей между объектами и обстоятельствами, где изменения происходят внутри системы взаимосвязанных объектов или объекты влияют друг на друга. В этих условиях требуется распознать фундаментальные типы изменений и использовать адекватные математические модели для описания и предсказания изменения. С содержательной точки зрения это означает математическое моделирование разных изменений с помощью соответствующих функций, уравнений, неравенств, а также разработку, интерпретацию и перевод между символьной, табличной и графической формами представления зависимостей.

Пространство и форма. Эта область охватывает широкое разнообразие явлений, которые окружают нас в видимом мире: расположение и ориентация, представление и свойства объектов. Геометрия служит главной основой, привлекая пространственное воображение, измерения и алгебру. Центральными являются формулы измерения геометрических величин. Учащимся приходится выполнять такие действия как понимание перспективы рисунка, создание и чтение карт, трансформация форм, интерпретация трёхмерных изображений, построение фигур.

Количество. Понятие количества является самым распространенным и существенным аспектом при рассмотрении явлений и объектов, с которым приходится иметь дело в окружающем нас мире. На количествах базируются выражение в количественной форме свойств объектов, закономерностей, ситуаций и величин, понимание различных представлений этих количественных форм, интерпретация и аргументирование. Необходимость иметь дело с количественными представлениями в мире требует понимания измерений, счета, величин, единиц измерения, числовых трендов и закономерностей. Существенную часть математической грамотности в области «Количество» составляют аспекты количественных рассуждений, которые связаны со смыслом числа, различными представлениями чисел, изяществом вычислений, вычислениями в уме, оценкой разумности результатов.

Числовое выражение – основной метод для описания и измерения множества свойств различных объектов мира. Он обеспечивает возможность моделирования ситуаций, изучения изменений и зависимостей для описания и манипулирования пространства и форм, для организации и интерпретации данных, для измерения и оценки неопределенности. Математическая грамотность в области «Количество» включает применение знания чисел и операций с ними в разнообразных ситуациях, представленных в рамках всех категорий содержательной области.

Неопределенность и данные. В науке, технологии и повседневной жизни неопределенность является непреложным фактом. Она характерна для многих проблемных ситуаций: научных прогнозов, результатов опросов, прогнозов погоды, экономических моделей. Анализ неопределенности включает: распознавание неопределенности, место вариации в процессе, понимание смысла и количественного выражения этой вариации, определение ошибки измерения, определение шансов наступления того или иного события. Кроме того, при рассмотрении неопределенности требуется формирование, интерпретация и оценка выводов. Представление и интерпретация данных – ключевые понятия в этой области.

Центральную роль в определении различных уровней успешности математической грамотности играют фундаментальные математические способности. Далее в таблице 1 представлены результаты исследования PISA-2012 математической грамотности по 6 уровням сложности [PISA 2021].

Таблица 1.

Описание уровней математической грамотности в исследовании PISA-2012

Что могут продемонстрировать учащиеся, достигшие 1–6 уровня математической грамотности
Уровень 6 (*нижняя граница в баллах – 669,30*) Учащиеся, математическая грамотность которых отвечает этому уровню, могут осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную ими на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций, и могут использовать свои знания в нетипичных контекстах. Они могут связывать и использовать информацию из разных источников, представленную в различной форме, и свободно преобразовывать и переходить от одной формы к другой. Эти учащиеся обладают

продвинутым математическим мышлением и умением проводить рассуждения. Они могут применять интуицию и понимание наряду с владением математическими символами, операциями и зависимостями для разработки новых подходов и стратегий к разрешению новых проблемных ситуаций. Учащиеся могут размышлять над своими действиями, формулировать и точно и ясно комментировать свои действия и размышления относительно своих находок, интерпретации, и аргументов и объяснять, почему они были использованы в данной ситуации (см. задания: «Вращающаяся дверь», вопрос 2 (840,3 балла), «Парусные корабли», вопрос 3). В исследовании 2012 г. – 1,5 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень 5 (*границы в баллах: 606,99–669,30*) Учащиеся могут создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать соответствующие допущения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие стратегии решения комплексных проблем, которые отвечают этим моделям. При рассмотрении предложенной ситуации эти учащиеся могут работать целенаправленно, используя хорошо развитые умения размышлять и рассуждать, адекватные, связанные между собой формы представления информации, описания с помощью символов и формального языка и интуицию, отвечающие этим ситуациям. Они начинают размышлять над выполненной ими работой и могут формулировать и излагать свою интерпретацию и рассуждения (см. задание «Скорость падения капель», вопросы 1, 3). В исследовании 2012 г. – 6,3 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень 4 (*границы в баллах: 544,68–606,99*) Учащиеся способны эффективно работать с четко определенными (детальными) моделями сложных конкретных ситуаций, которые могут иметь определенные ограничения или требуют установления некоторых допущений. Они могут выбрать и интегрировать информацию, представленную в различной форме, включая математические символы, и связывать ее напрямую с

различными аспектами предложенных реальных ситуаций. Учащиеся могут использовать ограниченный диапазон своих умений и могут рассуждать, проявляя некоторую интуицию, в простых ситуациях. Они могут сформулировать и изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия (см. задание «Вращающаяся дверь», вопрос 3 (561,3 балла). В исследовании 2012 г. – 15,7 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень 3 (*границы в баллах: 482,38–544,68*) Учащиеся способны выполнять четко описанные процедуры, включая и те процедуры, которые могут требовать принятия решения на каждом последующем шаге. У них достаточно здравая интерпретация, чтобы служить основой для выбора и применения простых методов решения. Эти учащиеся способны интерпретировать и использовать представления, основанные на различных информационных источниках, и проводить прямые рассуждения на этой основе. Они обычно демонстрируют некоторую способность справляться с процентами, обыкновенными и десятичными дробями, работать с пропорциональными зависимостями. Приведенные ими решения показывают, что они способны проводить элементарную интерпретацию полученных результатов и рассуждения (см. задание: «Вращающаяся дверь», вопрос 1 (512,3 балла). В исследовании 2012 г. – 26,0 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень 2 (*границы в баллах: 420,07–482,38*) Учащиеся могут интерпретировать и распознать в контекстах такие ситуации, где требуется сделать не более чем прямой вывод. Они способны извлечь нужную информацию из единственного источника и использовать информацию, представленную в единственной форме. Учащиеся могут применять стандартные алгоритмы, формулы, процедуры, соглашения или правила для решения проблем, в которых приходится иметь дело с натуральными числами. Они способны грамотно интерпретировать полученные результаты (см. задание «Продажа компакт-дисков», вопрос 2 (428,2 балла).

В исследовании 2012 г. – 26,6 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень 1 (*границы в баллах: 357,77–420,07*) Учащиеся способны ответить на вопросы в знакомых контекстах, когда представлена вся необходимая информация и вопросы ясно сформулированы. Они способны распознать нужную информацию и выполнить стандартные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в четко определенных ситуациях. Они могут выполнить действия, которые почти всегда очевидны и явно следуют из описания предложенной ситуации (см. задание «Продажа компакт-дисков», вопрос 2 (415,0 балла). В исследовании 2012 г. – 16,5 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня
Уровень ниже 1 (*верхняя граница в баллах 357,77*) Учащиеся способны выполнить очень прямые и простые математические задания, например, найти единственное значение на четко оформленной диаграмме или в таблице, где надписи на диаграммах или столбцах и строках таблицы полностью соответствуют словам, приведенным в описании ситуации и в вопросах к ней. Таким образом, критерии выбора должны быть ясны учащимся, а зависимость между диаграммой или таблицей и аспектами контекста очевидна, а для выполнения арифметических вычислений с натуральными числами даны четкие указания (см. задание: «Продажа компакт-дисков», вопрос 1 (347,7 балла). В исследовании 2012 г. – 7,5 % российских 15-летних учащихся достигли этого уровня

В исследовании PISA считается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. При этом отнесение учащихся к группе, показавшей результаты ниже 1-го уровня, означает, что этот ученик не смог успешно применить свои математические знания даже в самых простых ситуациях, которые были предложены в международных тестах.

Центральную роль в определении различных уровней успешности математической грамотности играют фундаментальные математические способности. Таким образом, в формировании математической грамотности школьников на основе освоения сложного знания ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания. Это реализуется в ходе этапного исследования и решения практико-ориентированных заданий и возможности эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Более того, ставится задача на ближайшие годы не только достижения *устойчивого порогового уровня в тестировании PISA*, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших внеучебных ситуациях. Приоритетом становятся ситуации, когда проявляется способность школьников использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, требуются *самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях и овладевать сложными знаниями креативные обучающиеся.*

Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния (необходим учет индивидуальных различий школьников, то есть практико-ориентированные задания должны быть разноуровневыми), формирования и развития мотивационной сферы учения (за счет актуализации образцов и адаптации современных, востребованных в жизни и доступных для восприятия, научных знаний и технологий), развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы, математическое и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций обучающихся в освоении сложных конструктов и процедур математики. Таким образом, реализация процесса повышения качества функциональной грамотности в освоении математики в школе возможна теперь на основе *актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке* к школьной математике. Такие образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. Поэтому необходим также диалог информационной, гуманитарной, математической и естественно-научной культур в освоении математики сложного знания, который активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе.

1.2. Математическая грамотность на основе освоения сложного знания: ведущая идея, цели, задачи, гипотеза

Интеграционные процессы в математике. В современной науке и потребностях развития технологий, производств и объяснения ситуаций в социальных процессах наблюдается также усиление интегрирующей роли математики как универсального феномена вскрытия и управления закономерностями функционирования и развития. Действительно, математический аппарат и математические методы могут быть использованы при изучении качественно различных фрагментов действительности. Это возможно, прежде всего потому, что объективно существуют общность, связь, единство между различными областями реального мира, которые можно описать с помощью одних и тех же моделей, знаково-символических форм и количественных соотношений. Тот факт, что одна и та же математическая теория может быть интерпретирована на объектах качественно различной природы, говорит об общности этих объектов по внутренним механизмам генезиса и развития, в том числе в количественном отношении. Широкое, в принципе неограниченное использование математики в современном мире свидетельствует об общности и соответствующих областей природы, способствует раскрытию их единства и тем самым указывает новые пути интеграции знания.

Говоря об интегрирующей роли математики в современной науке, необходимо сделать одно принципиально важное замечание. Любой объект действительности обладает и качественными и количественными характеристиками. Качественная и количественная определенность объекта находятся в единстве в рамках конкретной меры: с изменением качества изменяется количественная определенность, а изменение количественной определенности неизбежно приводит к качественным изменениям. Одна мера сменяет другую. Определенность в смене мер фиксируется в виде закона, поэтому любой закон всегда предполагает и качественную и количественную характеристики (см. рис. 2).

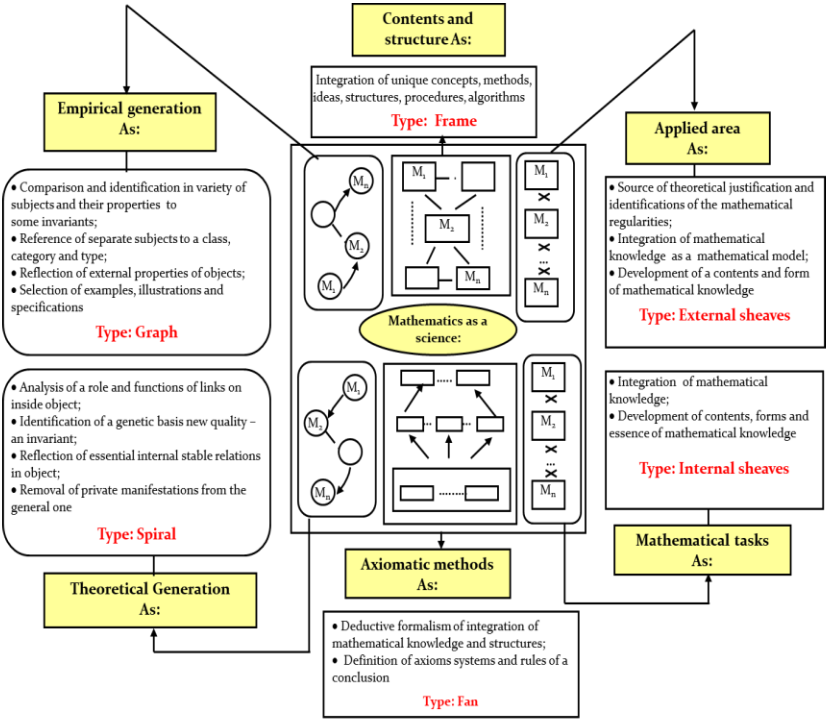


Рис. 2. Интеграционные процессы в математике как науке

Современный этап развития науки характеризуется усилением и углублением взаимодействия отдельных её отраслей, формированием новых форм и средств исследования, в том числе математизацией и компьютеризацией познавательных процессов. Распространение понятий и принципов математики в различные сферы научного познания оказывает существенное влияние как на эффективность специальных исследований, так и на развитие самой математики. В процессе познания действительности математика играет все возрастающую роль. Сегодня нет такой области знаний, где в той или иной степени не использовались бы математические понятия и методы. Проблемы, решение которых раньше считалось невозможным, успешно решаются благодаря применению математики, тем самым расширяются возможности научного познания. Современная математика объединяет весьма различные области знания в единую систему. Этот процесс синтеза наук, осуществляемый на лоне математизации, находит свое отражение и в динамике понятийного аппарата. Так, применение математики в механике, астрономии, физике и в других областях естествознания, с одной стороны, способствовало проникновению в научный аппарат указанных областей знания таких понятий как число, функция, производная, дифференциал, интеграл, структура, система и т. д., с другой – привело к формирования дифференциального интегрального исчисления, теории вероятности, теории множеств и целого ряда других направлений математики. Использование математики в биологических и особенно гуманитарных науках содействовало образованию необычных для классической математики понятий качество, расплывчатое множество, функция принадлежности, отображение, бинарное отношение, алгебраические операции и др. Способы и методы математического мышления наделены потенциальными синтетическими возможностями. М. Г. Чепиков пишет: «Математизация – один из самых древних путей синтеза научных знаний, поскольку она обеспечивала и обеспечивает на основе общности математических понятий общность научных принципов, законов, воззрений» [Чепиков, 1981, с. 203]. Эвристическое взаимодействие качественных и количественных, содержательных и формальных методов исследования составляет объективную основу математизации научного знания. В этом процессе материалистическая диалектика выступает как методологическая основа математизации всего научного знания, его интеграции. Актуализация этих интеграционных процессов придает математической науке целостный характер и внутреннее единство идей, методов, понятий и теорем, алгоритмов и процедур.

В целом, математизация процесса познания становится определяющим фактором того, что и сама современная математика подвергается глубоким структурным изменениям. В этом плане развитие математики, образование общенаучных понятий наметившуюся тенденцию к всестороннему отображению объектов природной и социальной действительности, следует рассматривать в контексте с единым тотальным процессом синтеза научного знания, являющимся отображением единства материального мира. Актуальность рассмотрения этих вопросов подтверждается ведущим положением математики как среди фундаментальных, так и среди прикладных наук (что находит свое яркое проявление в их интенсивной математизации); с другой стороны, – объективной сложностью усвоения математического содержания, обусловленной прежде всего многоступенчатым характером математических абстракций; в-третьих, – необходимостью формирования в ходе учебного процесса психолого-педагогической системы проектируемой профессиональной деятельности учителя.

Падение уровня учебной и профессиональной мотивации, тенденции к высвобождению содержания математики от абстрактности и сложности, магистральное направление к решению проблем социализации личности в ходе освоения математических знаний, разрыв между классическим содержанием обучения математике и актуальными приложениями математики к жизни, технике и технологиям – приводит к нарастанию кризисных явлений в математическом образовании как в школе, так и в вузе. Тем более печально, что это происходит на фоне грандиозных достижений и приложений математики к реальной жизни, наукам и технологиям. Достаточно упомянуть достижения фрактальной геометрии (B. Mandelbrot, 1983), (R. M. Crownover, 1995), (K. J. Falconer, 1990), (V. S. Sekovanov, 2016) и др.), теории хаоса и катастроф (А. Н. Колмогоров, (V. I. Arnold, 1992), (R. Thom, 1989) и др.), fuzzy-logic (L. Zadeh, 1997), (A. Koufmann, 1977), (L. I. Kuncheva, 2004) и др.), теории кодирования и шифрования (C. E. Shennon, 1948), (D. Huffman, 1952), (R. Hill, 1986), (M. Stibel, 2005) и др.), теории обобщенных функций (L. Schwartz, 1950), Л. В. Соболев, И. М. Гельфанд и др.) и т. п. Более того проблема самоорганизации и саморазвития личности в процессе обучения математике диктует необходимость включения в единую целостность мотивационно-ценностных и эмоционально-волевых, исследовательских и метакогнитивных, социальных и личностных стратегий поведения в ходе познавательной деятельности по освоению предметного содержания. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния, формирования и развития мотивационной сферы учения, интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций в освоении сложных конструктов и процедур математики. Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т. п.), реализуются процессы доминирования как логической, так и вероятностной схем рассуждений, четкая динамика хода рассуждений и fuzzy logic, умение узнать и выделить главное, способность к теоретическому и эмпирическому обобщению, анализу, синтезу, компьютерному и математическому моделированию. При этом возможность адаптации современных достижений в науке к школьной математике и компьютерного интерактивного взаимодействия с учебным предметом усиливает развивающий эффект и повышает учебную и профессиональную мотивацию, выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания. Школьник и студент уже сейчас должены знакомиться с синергетическим стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки-Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца и т. п. Именно эти и подобные направления предоставляют уникальную возможность мотивированного вовлечения обучающихся в процесс согласованного освоения предметного содержания в открытой и насыщенной информационно-образовательной среде, прогноза и самоорганизации когнитивной деятельности, оценки и динамики текущего состояния личностных изменений, развития и самоорганизации надситуационной активности и наглядного моделирования как в процессе формального, так и неформального математического образования. Недостаточно используются в математическом образовании в школе и вузе компьютерные системы, платформы и педагогические продукты (MathLab, MatCad, GeoGebra, Autograph, Qt Creator и др.), не только как пользовательский интерфейс, но и как симбиоз математики и информатики, актуально поддерживающий освоение сложного математического знания на основе наглядного моделирования и диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур. В то же время явная нелинейность в структурах закономерностей развития материи, химических, биологических, социальных и личностных процессов, экспоненциальный рост объема информации, эмерджентность возможностей социальных коммуникаций и доступность информационных сред определяют факторы необходимости изменения образовательных парадигм не только в направлении открытости, информатизации, индивидуализации и социальных взаимодействий, но и в способах, технологиях и процессах освоения математического содержания, «выстраивания иерархий порядка и принудительных процессов» [Хакен, 2014, с. 145].

Современные реалии жизни, влияние новых технологических укладов, необходимость эффективного развития креативности, критичности, нелинейного мышления у обучающихся ставит проблемы отражения в математическом образовании в школе проявлений синергии сложного знания не только на уровне исследования фрагментарных результатов адаптации современных достижений в науке, но и на уровне реализации синергетической парадигмы в освоении содержания математического образования в школе. Данная тенденция направлена на интеграцию науки и образования с эффектом развития нелинейного мышления обучающихся и повышения качества образовательных результатов, в том числе формирование функциональной (математической) грамотности школьников. Последние 10-летия целый ряд ведущих ученых мира обращали внимание на необходимость пересмотра образовательных парадигм в направлении реализации синергетической парадигмы освоения сложного знания или парадигмы самоорганизации в образовании [Хакен, 2014; Малинецкий, 2020a; Морен, 2003; Буданов, 2019; Степин, 2008; Князева, 2019; Мандельброт, 2002; Курдюмов, 2019].

Научная проблема: каковы концепция, принципы, содержание характеристик, технологии, средства, формы и педагогические условия освоения сложного знания и реализации синергетической парадигмы математического образования в школе в контексте адаптации современных достижений науки к эффективному обучению школьной математике, способствующие формированию математической грамотности, развитию нелинейного мышления, креативности и критичности личности и ее активному участию в жизнедеятельности общества?

Проблема самоорганизации и саморазвития личности в процессе обучения математике диктует необходимость включения в единую целостность мотивационно-ценностных и эмоционально-волевых, исследовательских и метакогнитивных, социальных и личностных стратегий поведения в ходе познавательной деятельности по освоению предметного содержания. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния, формирования и развития мотивационной сферы учения, интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций в освоении сложных конструктов и процедур математики. Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие , повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т. п.), реализуются процессы доминирования как логической, так и вероятностной схем рассуждений, четкая динамика хода рассуждений и fuzzy logic, умение узнать и выделить главное, способность к теоретическому и эмпирическому обобщению, анализу, синтезу, компьютерному и математическому моделированию. При этом реализуется идея не только разработки, реализации и исследовании *иерархических разноуровневых комплексов PISA-подобных заданий* 5-6 уровней для школьников, но и *актуализации базовых обобщенных процедур и УУД* (универсальных учебных действий), интеграции математических знаний и компетенций. Таковыми могут быть: локализации и структурирование информации, понимание и обобщение, интеграции и интерпретации, моделирования и рефлексии, самооценки и самоконтроля знаний, которые коррелируют с уровнями и содержанием математической грамотности в контексте реализации исследовательской и игровой деятельности школьников в ходе освоения сложного знания. Эта интегративная основа способствует взаимодействию, взаимовлиянию, взаимообогащению областей знания и необходимо будет способствовать формированию функциональной (математической) грамотности школьников. Синергия математического образования при этом в контексте диалога культур и адаптации современных достижений в науке в «режиме обострения» С. П. Курдюмова, будь то инклюзивное (включенное) образование, дистанционное обучение или интегрированные курсы, позволяет создать условия для повышения качества математического образования, учебной и профессиональной мотивации обучающихся с раскрытием их индивидуальных особенностей («...разворачивая себя к культуре и истории...» Г. Гегель). Поэтому обучение математике в школе должно происходить в информационно-насыщенной образовательной среде освоения сложного уровневого знания в условиях диалога математической, информационной гуманитарной и естественно-научной культур и интеграции дидактических усилий педагога и ученика в направлении вскрытия сущностей базовых учебных элементов (понятий, теорем, процедур, алгоритмов, идей) как феномена фундаментализации образования. Необходимо выстраивание иерархий сложного разноуровневого знания, методов и средств в когнитивной деятельности, опоры на дидактические правила и закономерности освоения математической деятельности на основе синергетического подхода (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория хаоса и катастроф, устойчивость динамических систем и нелинейная динамика, теория кодирования и шифрования информации и т. п.).

Эффективным конструктом может оказаться развертывание следующих этапов проявления синергии сложного знания в математическом образовании в школе как механизм формирования математической грамотности школьников: мотивационный (самоактуализация («мне это интересно»)); ориентировочно-информационной насыщенности (самоопределение («что я могу сделать»)); процессуально-деятельностный (самоорганизация («я способен управлять процессом»)); контрольно-коррекционный (оценка эмпирической верификации результатов); обобщающе-преобразующий (саморазвитие личности («я могу сделать что-то новое»)); при этом необходимы разработки методик осуществления отбора, обоснования и разработки психодиагностических методик и оценочных процедур выявления профессиональных дефицитов педагогов и технологий выявления синергетических эффектов в обучении математике. Обучающийся уже сейчас должен знакомиться с нелинейным стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки-Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца и т. п.

Ведущая идея такова: ключевым аспектом феномена формирования математической грамотности школьников и проявления синергетических эффектов в обучении математике сложного знания на основе адаптации современных достижений в науке является возможность актуализации обобщенных этапов и исследования характеристик освоения сущности сложных математических знаний, явлений и процедур, создания условий для коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации содержания, процессов и взаимодействий (аттракторы, точки бифуркации, бассейны притяжения, итерационные процедуры и т. п.) в ходе освоении «проблемных зон» математики.

Проявилась необходимость разработки среды дистанционного обучения математическим дисциплинам в рамках развертывания методических инициатив разработчиков – учителей математики, а также комплексов онлайн-курсов и дистанционных сред; необходимо разработать обеспечение ИКТ средств поддержки (в том числе, математического пакета компьютерной алгебры Mathematica) в решении сложных задач в обучении математике школьников; будет разработана технология «тетрады» в исследовательской деятельности школьников [Секованов, 2016]: особенность здесь состоит в том, что обучающимся предстоит выполнять четыре вида творческой деятельности: а) творческая математическая деятельность; б) построение фрактальных множеств с разработкой алгоритмов и языков программирования высокого уровня; в) выполнение лабораторных работ по математике с проведением компьютерных экспериментов; г) изучение творческих биографий ученых и создание художественных композиций с помощью фракталов и ИКТ. Все полученные результаты характеризуют проявление синергии сложного знания в математическом образовании в школе на основе адаптации современных достижений в науке, в основном, в формах реализации интегративных и элективных курсов, проектной деятельности и веб-квестов, лабораторно-расчетных и ресурсных занятий, в том числе, в игровой деятельности.

Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т. п.) и повысится уровень математической грамотности школьников, креативность и критичность мышления обучающихся. При этом возможность адаптации современных достижений в науке к школьной математике и компьютерного интерактивного взаимодействия с учебным предметом усиливает развивающий эффект и повышает учебную мотивацию, выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания.

Гипотеза. Реализация следующих *методологических и методических идей* будет способствовать эффективному формированию математической грамотности школьников в обучении математике в контексте разработки технологий освоения сложного знания в насыщенной информационно-образовательной среде, основанных на адаптации современных достижений в науке и актуализации обобщенных конструктов, фундирующих этапное исследование практико-ориентированных заданий, в учебной и игровой деятельности на основе математического и компьютерного моделирования. Важнейшими факторами реализации при этом технологии формирования математической грамотности будут являться следующие *педагогические условия:*

– информационная насыщенность и индивидуализация мотивационного поля учения и игровой деятельности (в том числе, процессов цифровизации школы и вуза);

– множественность постановки целей и поиска этапов адаптации обобщенных конструктов сложного знания;

– поиск и исследование бифуркационных переходов в разноуровневой математической деятельности;

– выявление УУД в математической деятельности по решению и исследованию практико-ориентированных заданий в этапных процессах адаптации сложного знания;

– флуктуационное разнообразие параметризации и интеграции математических, информационных, естественно-научных и гуманитарных знаний в построении математических результатов в форме аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных преобразований на основе математического и компьютерного моделирования;

– диалог культур и сетевое взаимодействие на единых информационных платформах исследовательской деятельности с учетом стохастичности процессов и обобщенности результатов формирования математической грамотности;

– постановка эксперимента в математике и проявление синергетических эффектов развития личности в условиях продвижения к пониманию сущности математических объектов и процедур в ходе функционирования насыщенной информационно-образовательной среды.

Тем самым, настоящее исследование представляет собой **разработку технологии формирования математической грамотности школьников на основе адаптации современных достижений в науке** к обучению математике сложного знания в школьном математическом образовании на основе компьютерного моделирования и дизайна, наглядного и математического моделирования сложного знания в «проблемных зонах» обучения математике. При этом реально проявление синергетических эффектов и выявления новых побочных продуктов исследования на основе самоорганизации когнитивной деятельности. Тем самым наметились перспективы адекватного ответа на современные вызовы и противоречия в математическом образовании, отвечающие потребностям развития современного производства и технологий, информационных, естественных и гуманитарных наук, личностного развития и математико-информационной компетентности каждого обучающегося, понимания современной естественнонаучной картины мира в XXI веке на базе развертывания и реализации синергетической парадигмы в математическом образовании в школе на основе адаптации и освоения сложного знания.

1.3. Сложное знание как атрибут проявления сущности математических учебных элементов

Исследование проблемы и реализация адекватной технологии формирования математической грамотности школьников связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде на основе диалога культур. Таким образом, математическая грамотность школьника может выступать как аттрактор итераций поэтапного развертывания симбиоза исследования обобщенных процедур (универсальных учебных действий) и процессов адаптации сложного знания к освоению базовых учебных элементов школьной математики.

Это диктует необходимость выстраивать, исследовать и рассматривать разноуровневое сложное как условие выстраивания параметров порядка и перехода к динамически устойчивым состояниям нового уровня сложности. Более того, возможно присоединение дополнительных связей, которые в совокупности с необходимыми связями создают целостность и иерархичность сущности в данном категориальном поле. Эта изменчивость и подвижность сущности предмета требует актуализации поэтапного продвижения к ее познанию и определяет трехкомпонентную целостность сущности предмета как объекта познания в ходе когнитивной деятельности.

1.3.1. Структурно-функциональная модель проявления сущности математических учебных элементов

Античные философы Платон, Аристотель, Стагирит устанавливали онтологическое различие между простым и сложным, которое выражается в традиционных для древнегреческой мысли парах противоположностей, таких как «единое-многое», «элементарное-составное», «необходимое-случайное». Решение проблем вычислительной сложности (А. Тьюринг, С. Кук, М. Рабин и др.) показало, что именно временные характеристики играют наиболее важную роль в оценке сложности задачи (задачи Р-класса (Р-трудность) – полиномиальное время, задача коммивояжера-экспоненциальное время и т. п.). «Сложность означает много разных вещей – существует дескриптивная сложность и вычислительная сложность. Алгоритм может быть чрезвычайно сложным в смысле способа его построения и при этом работать очень быстро, так как его вычислительная сложность низка. Таким образом, мы имеем различные понятия о сложности. Мне не ясно, имеют ли в виду одно и тоже понятие инженеры-электронщики, экономисты, математики, специалисты по информатике и физики, когда употребляют термин сложность» [Карп, 1993, с. 498]. Существуют подходы, когда сложность связывается со временем образования системы или с ее иерархической структурой, а также, с вероятностью образования системы из исходных элементов, иногда сложность может означать способность системы к генерированию семиотических информационных связей и осуществлять на их основе взаимодействие с внешней средой, позволяющее реализовать иерархическую структуру управления. Согласно И. Р. Пригожину, понятие «сложность есть возникновение бифуркационных переходов вдали от равновесия и при наличии подходящих нелинейностей, нарушение симметрии выше точки бифуркации, а также образование и поддержка корреляций макроскопического масштаба» [Пригожин, 2017, с. 45]. Постнеклассическое мышление современного индивидуума, базирующееся на нелинейного окружающей реальности, ситуативности и неопределенности в принятии решения, множественного целеполагания и неоднозначности выбора настоятельно диктует необходимость и возможность освоения и принятия нового знания (математической грамотности) посредством преодоления сложного (современные достижения в науке), включающего новое знание, как императива перехода от хаоса к порядку. Таким образом, математическая грамотность школьника может выступать как аттрактор итераций поэтапного развертывания симбиоза исследования обобщенных процедур (универсальных учебных действий) и процессов адаптации сложного знания к освоению базовых учебных элементов школьной математики. Это диктует необходимость выстраивать, исследовать и рассматривать разноуровневое сложное как условие выстраивания параметров порядка и перехода к динамически устойчивым состояниям нового уровня сложности. *Именно освоение сложного знания школьниками позволяет создавать ситуации, ведущие к способности поддерживать динамическую устойчивость состояния (формирование математической грамотности) при допустимых значениях внутренних или внешних возмущений (флуктуаций) математической деятельности в процессах адаптации обобщенных конструктов в исследовании современных достижений в науке*.

Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе при этом огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности в проектной деятельности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур. ***Синергия математического образования*** *при этом будет рассматриваться* *нами как симбиоз и качественное изменение нелинейных эффектов самоорганизации и саморазвития личности в ходе освоения математической деятельности в условиях управления сложными стохастическими процессами на основе согласования разных факторов и начал в трех контекстах: содержательном (семиотическом), процессуальном (имитационном) и социально-адаптационном* [Смирнов, 2016]. Последние аспекты особенно важны в педагогических системах ввиду возможности установления дополнительных горизонтальных связей на основе диалога культур и реализации контекстного подхода А. А. Вербицкого [Вербицкий, 2017]. Синергия математического образования характеризуется при этом наличием *внутренних атрибутов (механизмов)* самоорганизации и параметров порядка, которые формируют успешность функционирования образовательной системы на все новых усложняющихся уровнях, способствующей формированию математической грамотности как следствию позитивных изменений. При этом дидактические процессы приобретают новое качество: естественно-научные знания обогащаются гуманитарным аспектом, гуманитарные знания приобретают научную основу обоснования сущности использованием естественно-научного и математического аппарата и методов.

Важным контекстом является постановка *внешних факторов воздействия* в виде множественности целеполагания, выстраивания этапов и иерархий знаково-символической и образно-геометрической деятельности в направлении фундирования сущности математических объектов и процедур, поиска и анализа побочных решений с использованием информационных технологий, выявления бифуркационных переходов и бассейнов притяжения в исследуемых процессах на основе вариативности и параметризации, обеспечение когерентности информационных потоков в появлении новой продукта на основе диалога культур (в том числе, в условиях сетевого взаимодействия) [Смирнов, 2012]. В работе [Смирнов, 2016] выявлены и охарактеризованы все этапы проявления синергии математического образования: подготовительный, содержательно-технологический, оценочно-коррекционный и обобщающе-преобразующий. *Актуализация процессов адаптации современных достижений в науке и обобщенных конструк-*

тов параметризации и приемов наглядного моделирования сущности математических объектов школьной математики на основе компьютерного моделирования и интеграции межпредметных знаний и процедур являются уникальным механизмом и эффективной возможностью формирования ***функциональной (математической) грамотности школьников.***

Исследование и значимость примеров самоорганизации в живой и неживой природе через процессы разрушения и созидания (хаоса и порядка) показали, что *нарастание сложности в открытых и неравновесных системах* не является деструктивным механизмом, а наоборот является необходимым переходом к новому уровню развития, более сложным и упорядоченным формам организации, в том числе, в образовательных структурах. Разработка философской концепции сложности (И. Кант, Г. В. Гегель, И. Пригожин, Г. Хакен, В. В. Орлов, И. С. Утробин, Х. Альвен, Т. С. Васильева и др.) опосредована обширным экспериментальным материалом, практикой и взаимозависимостью интегративных процессов в науке, технологиях, экономике, социальных преобразованиях и образовательных парадигмах. Поливалентность, множественность, многополярность, непредсказуемость, эмерджентность и неравновесность современного мира не может не быть увязана с категориями развития сущности объектов, явлений и процессов посредством проявления закономерностей переходов на более высокие уровни сложности как составляющих конкретно-всеобщей теории развития (Ст. Бир, Н. Винер, Дж. фон Нейман и др.). Исследователи делают вывод о том, что сложность является интегрирующей характеристикой способности к самоорганизации при достижении определенных критических ее уровней, способности к эффективному развитию и саморазвитию мышления и личностных качеств обучающегося. Ученые философы, педагоги и психологи утверждали, что эффективное развитие личности происходит *при освоении сложного знания* (разных уровней его сложности в зависимости от личностного развития обучающихся, включая инклюзивное образование), создания ситуаций преодоления трудностей в процессе освоения знаний и единой картины мира на основе высокой степени развертывания учебной и профессиональной мотивации обучающихся в единой сети взаимодействий, самостоятельности и когерентности [Хакен, 2014; Малинецкий, 2020а; Морен, 2003; Буданов, 2019; Подъяков, 2015; Степин, 2008; Князева, 2019; Мандельброт, 2002; Курдюмов, 2019]. В познании сложного сам процесс познания «становится коммуникацией, петлей между познанием (феноменом, объектом) и познанием этого познания» [Морен, 2003, с. 327].

Так как сущность обнаруживает свою реальность в совокупности внешних характеристик предмета, в своих проявлениях, то раскрывая сущность через философские категории внутреннего, общего, содержания, причины, необходимости и закона определим, прежде всего, *компонентный состав содержательных и процессуальных характеристик проявления сущности* [Смирнов, 2016]. Содержательный модус: знаково-символические, вербальные, образно-геометрические и тактильно-кинестетические проявления; процессуальный модус: историко-генетические, конкретно – деятельностные, экспериментальные и прикладные проявления. Постижение сущности предмета обучающимся в определенном категориальном поле знаний и способов деятельности, достаточное для успешности и эффективности оперирования с ней, не обязательно совпадает по содержанию и выраженности необходимых существенных связей. Более того, возможно присоединение дополнительных связей, которые в совокупности с необходимыми связями создают целостность и иерархичность сущности в данном категориальном поле. Эта изменчивость и подвижность сущности предмета требует актуализации поэтапного продвижения к ее познанию и определяет третье измерение сущности – личностно-адаптационное в ее характеристиках, и определяет трехкомпонентную целостность сущности предмета как объекта познания в ходе когнитивной деятельности. Таким образом, нами представлена *следующая структурно-функциональная модель сущности математических учебных элементов* (см. рис. 3):

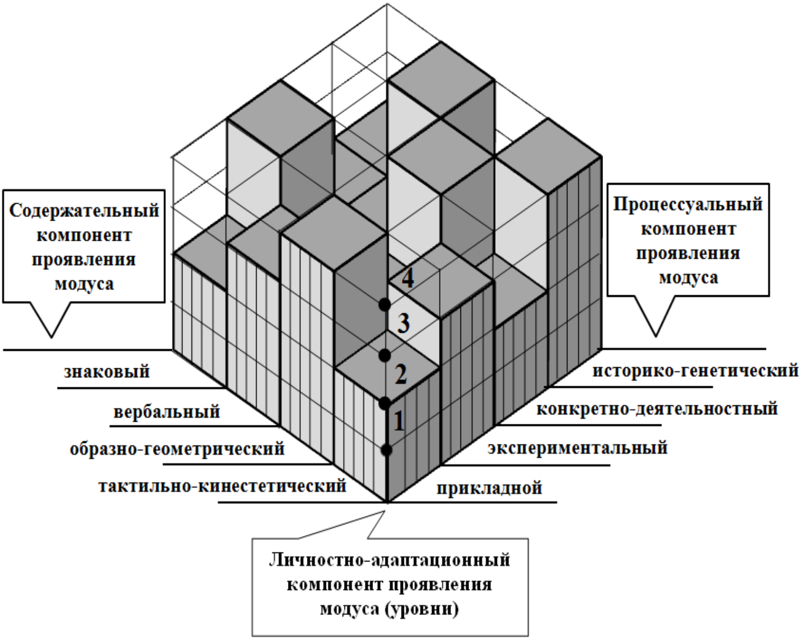


Рис. 3. Структурно-функциональная модель проявления сущности математических учебных элементов

При этом процедуры освоения обобщенной сущности и перехода в процессах индивидуализации в зонах ближайшего развития обучающихся будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения, наглядно моделируемым в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов. *Таким образом, фундирование опыта как инновационный механизм развития личности и постижения сущности обобщенного конструкта математического образования, формирования математической грамотности обучающегося в ходе освоения современных достижений в науке может разворачиваться в трех образовательных нишах: содержании школьного обучения математике, технологии реализации адаптационных процессов и развития личностных качеств обучающихся.*

Закономерности восприятия сложных математических объектов

Проблема восприятия является коренной проблемой психологической науки. Ею занимались многие видные физиологи, психологи, педагоги XIX и XX века (С. Стивенс, Н. Н. Ланге, Б. Ф. Ломов, А. А. Ухтомский, П. А. Анохин, Г. Гельмгольц, И. М. Сеченов, Б. Г. Ананьев, П. П. Блонский, И. П. Павлов, Д. Н. Узнадзе, А. Н. Леонтьев, В. П. Зинченко, А. В. Запорожец, Б. М. Теплов и др.). В данном исследовании восприятие будет рассматриваться в широком смысле «как процесс непосредственного информационного взаимодействия организма с объектом (средой), в результате которого происходит целостное отображение объекта (среды) вследствие изменения структуры и динамики определенных подсистем организма» [Ганзен, 2007, с. 111]. Объективной основой образа и детерминантом перцептивных и исполнительных действий является объект, поэтому свойства объекта должны быть подвергнуты всестороннему изучению. Важнейшим из них является целостность. Вторым необходимым элементом в процессе восприятия является субъект восприятия – обучающийся. Применительно к спецификации математических объектов существенной является проблема формирования целостного образа в результате сукцессивного, часто сильно растянутого по времени восприятия сложного целостного математического объекта. Если обратиться к истории вопроса, то видим, что, изучая процессы пространственного зрительного восприятия, Г. Гельмгольц особенно выделял роль движений. Он придавал движениям более широкий смысл: движение субъекта (как и самих объектов) вызывают постоянные изменения чувственных впечатлений, получаемых от объектов. Вместе с тем повторяющийся опыт обнаруживает устойчивость связей, их признаков, благодаря чему совокупности ощущений и приобретают качество относительно инвариантных образов. Отметив наличие в восприятии элементарных моторных актов таких, как адаптационные рефлексы глаза и т. п., известный психолог Н. Н. Ланге направил свои усилия на исследование чувственных образов тех объектов, которые мы намеренно выделяем в окружающем мире, то есть на анализ явлений так называемого волевого внимания [Ланге, 1996]. Для Ланге волевое внимание есть целевое, целеподчиненное восприятие. Только такое восприятие и дает нам более отчетливое, более конкретное и полное знание воспринимаемого объекта в отличие от знания только «зрачкового», сигнального. Как показывают экспериментальные данные, перцептивные действия выступают в своей развернутой внешней форме на ранних ступенях онтогенеза, где наиболее четко обнаруживается их структура и роль в формировании образов восприятия. В ходе дальнейшего развития они претерпевают ряд последовательных изменений и сокращений, пока не облекаются в форму мгновенного акта усмотрения объекта, который был описан представителями гештальтпсихологии и ошибочно принимался ими за исходный, генетически первичный. В частности, в действиях, направленных на формирование образа, выделяются операции обнаружения, выделения адекватных задачам информативных признаков, ознакомление с выделенными признаками [Ананьев, 2001, 2010].

К функциональным образованиям перцептивного процесса относятся сенсорные функции различных модальностей (зрительные, слуховые, тактильные и т. д.), мнемические, психологические, речедвигательные и т. д. К операционным механизмам перцептивных процессов относятся измерительные, соизмерительные, тонически-регуляторные и другие действия, формирующиеся в процессе практического оперирования с вещами и явлениями. Мотивационная сторона перцептивных процессов определяет их направленность, селективность и напряженность [Ананьев, 2010]. Факторы постепенного усложнения процессов восприятия (перцептивных) объяснялись именно тем, что обобщающе-абстрагирующие функции мышления и обозначающие функции речи строят чувственный образ преимущественно из материалов прошлого опыта. Чем старше ребенок, тем больше в его перцепции апперцепции. Исследование перцептивных процессов различных видов (восприятие предмета или его изображения, пространства и времени, движущихся объектов и т. д.) всегда ориентировано на определенную модальность восприятия в зависимости от анализаторной системы (зрительной, слуховой и т. д.). В специальных случаях применяются комплексные или комбинированные объединения функциональных систем на решение общей перцептивной задачи (зрительно-слуховой, зрительно-кинестетической и т. д.). Во всех случаях как общих, так и специальных исходной моделью и принципиальной схемой перцептивного процесса является зрительный образ. П. П. Блонский высказал предположение, что не существует никакого другого синтеза разнородных впечатлений, кроме зрительного [Блонский, 2008]. Зрительный характер представлений в состоянии общей пониженной возбудимости мозга и сохранения в качестве «сторожевого пункта» не зрительной, а слуховой зоны – явление удивительное. Зрительная система является для человека доминантной не только потому, что она является самым мощным источником информации о внешнем мире, но также и тем, что она играет роль внутреннего канала связи между всеми анализаторными системами и является органом преобразователем сигналов. Такое необычное для анализаторных систем мозга свойство у человека зрительная система приобретает благодаря сочетанию четырех факторов: 1) целостного предметного характера образа, то есть отражению структурного единства воспринимаемых вещей, относимых к определенному пространству окружающей среды; 2) предметного действия, посредством которого человек оперирует этими вещами и изменяет их, практически преобразуя их структуру и свойства; 3) сигнификации воспринимаемых вещей, благодаря чему обобщается, абстрагируется и сохраняется в качестве констант перцептивное знание; 4) пространственной организации симультанного образа. Зрительная система работает на трех уровнях: сенсорном (ощущения), перцептивном (восприятия), апперцептивном (представления). Способность зрительной системы по-разному видеть один и тот же предмет является необходимой основой для формирования константности восприятия. Н. Н. Ланге открыл закон перцепции, согласно которому процесс восприятия строится как наглядное суждение об объекте. Одной из основных психофизиологических характеристик человека является константность восприятия, относительная инвариантность образа объекта в изменяющихся условиях наблюдения. Константность восприятия является таким интегральным свойством, которое в равной степени трактуется как закон сохранения информации, как и проявление закономерной установки. Константность восприятия является весьма тонким индикатором индивидуального развития, охватывающим все стороны перцептивных процессов (функциональную, операционную и мотивационную). Перцептивные процессы с их сложной противоречивой структурой являются не только продуктом индивидуального развития, но и одним из его факторов. Константность восприятия обусловлена практическим взаимодействием живого существа с окружающей его средой и формируется в течение длительного времени. У живого существа в период его индивидуальной жизни вырабатывается способность воспринимать стойкие, действительные свойства объектов (устойчивые связи). Функция перцептивной константности – продуцировать устойчивый, стабильный и константный мир вместо постоянно меняющихся сенсорных впечатлений. Несмотря на некоторые различия теории перцептивной константности (Дж. Гибсона, К. Огля, Е. Геринга, А. Бланка, Е. Брунсвик и др.), ученые признают влияние апперцепции на константность восприятия, правда, в различной форме и на разные ее компоненты.

В противоположность этим теориям гештальтпсихология считает константность имманентным свойством восприятия, при этом перцептивная константность определяется структурой поля восприятия. Для В. Келлера константное восприятие (величины, формы, цвета и пр.) по своей природе не отличается от любой оптической иллюзии, обусловленной целостной структурой воспринимаемого зрительного поля. Действительно, влиятельные факторы, по мнению Келлера, – это такие аспекты раздражителя, как конфигурация, близость, сходство, общее направление, симметрия и другие объективные характеристики, подобные этим. Гештальт теория имеет дело с явлениями, которые обнаруживаются в зрительном поле, являющемся, в свою очередь, динамическим распределением энергии, причем его части взаимозависимы из-за их участия в целом. Поле структурировано в зависимости от того, в какой мере внутри него существуют различия по интенсивности или по качеству. В той мере, в какой поле структурировано, оно содержит потенциальную энергию, способную производить перцептивную работу. Как мнение Коффки о параллельных физиологических процессах, так и призыв Келлера к раскрытию полевых мозговых функций основываются на принципе изоморфизма. Буквально это означает «равенство форм», могущее приобрести точную формулировку математическими методами. Видение белого квадрата сопровождается квадратоподобной областью возбуждения в нейронном поле мозга. Гештальтпсихология утверждает, что сознательно воспринимаемый квадрат должен соответствовать области возбуждения в форме квадрата в каком-либо месте нейронного поля, то есть если форма из четырех точек воспринимается как «квадрат», должен иметь место некий подобный квадрату физиологический процесс. Гештальтпсихология не признает локализованных специфических путей, ассоциаций, поскольку такие физиологические явления, исходя из принципа изоморфизма, не имеют соответствующего представительства в сознании. Полемика главных представителей гештальт теории – М. Вертгеймера, В. Келлера и К. Коффки – была направлена своим орудием против ассоцианизма, бихевиоризма. В отличие от некоторых современных психологов, пренебрежительно относящихся к возможностям нейрофизиологии в интерпретации психических явлений, представители раннего гештальтизма усиленно пытались подкрепить свои позиции анализом мозговых механизмов. Примером критического отношения к гештальт теории могут служить высказывания Дж. Хохберга при рассмотрении двух главных инструментов гештальтизма: феномена фигура – фон и законов организации: а) законы гештальта не детерминированы: волевым усилием можно, например, менять соотношение фигура – фон; б) гештальт теория не дает объяснений различия между восприятием двумерных и трехмерных объектов; в) базовые закономерности восприятия выводятся в гештальтпсихологии на основе эмпирического материала, полученного при представлении плоских изображений, а затем уже переносится в сферу восприятия объемных тел. При этом вовсе не учитывается, что восприятие рисунка не относится к первичным способностям зрительной системы – для этого требуется ее обучение. Уже в 1933 году в сводке Г. Хелсона фигурировало 114 законов гештальта. После этого гештальтпсихология существенно уменьшить число таких «законов». К 1942 году Э. Боринг оставил только четырнадцать законов и далее, продолжая процесс редукции, свел теоретический баланс гештальта к шести наиболее общим положениям:

1. понятие формы и изоморфизма;

2. целостность восприятия и примат целого по отношению к частному;

3. принцип силового поля;

4. способность образа к трансформациям и транспозициям;

5. принцип прегнантности («хорошей формы»);

6. принцип структурности или организации.

Далее В. Метезир возвращается к исходным принципам, сформулированным Вертгеймером в 1923 году, и выделяет семь факторов гештальта, влияющих на восприятие сложных объектов:

1. фактор сходства и наибольшей гологенности, выражающийся в тенденции к объединению и группировке элементов, сходных по каким-либо параметрам;

2. фактор близости, проявляющийся в том, что близко расположенные элементы легче объединяются в группы, чем отдаленные;

3. фактор общей судьбы, подчеркивающий значимость динамических событий для организации визуальной структуры. Группировка элементов определяется не только семантическим сходством, но и общим характером изменений: однонаправленным перемещением, изменением размера, формы, яркости, цвета и т. д.;

4. фактор объективной установки: если у наблюдателя уже сформирована некая структура элементов, то любую новую ее организацию он будет рассматривать как изменение, продолжение, реконструкцию первоначальной;

5. фактор вхождения без остатка (целостность). Примат целостного охвата структурностью даже в ущерб другим факторам;

6. фактор переходящих кривых («хорошего продолжения») – наименьшее изменение кривизны линий – своего рода оптимальность и простота;

7. фактор замкнутости– замкнутые линии предпочитаются разорванным.

Различные комбинации в объединении перечисленных выше 7 факторов лежат в основе наиболее общего закона гештальта – закона прегнантности. К параметрам, которые обуславливают индивидуальные различия в процессе восприятия, обычно относят [Шадриков, 2019]:

– объем восприятия – количество объектов, которое может воспринять человек в течение одной фиксации; – точность – соответствие возникшего образа особенностям воспринимаемого объекта; – полнота – степень такого соответствия; – быстрота – время, необходимое для адекватного восприятия предметов или явлений; – эмоциональная окрашенность. Именно эти свойства могут выступать в качестве показателей продуктивности восприятия.

Как отмечал С. Л. Рубинштейн «...генерализация отношений предметного содержания выступает затем и осознается как генерализация операций, производимых над обобщенным предметным содержанием; генерализация и закрепление в индивиде этих генерализованных операций ведут к формированию у индивида соответствующих способностей» [Рубинштейн, 2015, с. 212]. Данный подход особенно важен для математического образования, где естественным образом возникающие многоступенчатые абстракции предметного содержания создают условия для таких обобщений в ходе актуализации и исследования «проблемных зон» в обучении математике, а также другим естественно-научным и гуманитарным дисциплинам. Примером этому могут служить известные психологические исследования математического образования, проведенные Л. В. Занковым, Н. Ф. Талызиной, В. А. Крутецким, И. С. Якиманской, В. Д. Шадриковым и другими крупными отечественными психологами [Занков, 1999; Талызина, 2019; Крутецкий, 1998; Шадриков, 2017].

Поэтому именно математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе огромный потенциал актуализации в исследовательской и игровой деятельности процессов самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях с использованием информационных технологий: развитие и воспитание личности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур, аспекты проявления результатов исследовательской деятельность в формировании математической грамотности, эффективная система саморегуляции личностных черт обучающегося [Маслоу, 2014; Матюшкин, 2012, 2020; Кашапов, 2021]. Разрешение противоречий, связанных с качеством и успешностью исследовательской деятельности школьников и формированием функциональной (математической) грамотности обучающихся, возможно при усилении *индивидуализации* исследовательского и игрового процессов и развитии субъектности школьников на основе распознавания процессов и результатов адаптации сложных знаний и процедур. Необходимо создание условий для раскрытия внутренних процессов и механизмов адекватности освоения познавательных процессов и внешних актов на основе идентификации личности в процессе освоения сложных знаний и процедур : *персонализация* – представленность субъекта в других людях; *обособление* – выделение индивида во взаимодействии с другими людьми; *присвоение* индивидом всесторонней человеческой сущности (З. Фрейд, М. А. Холодная, Ю. Б. Гиппенрейтор, В. С. Мухина, В. В. Сериков, И. С. Якиманская, А. В. Хуторской и др.).

Вместе с А. Н. Подъяковым отметим следующие ***особенности в решении сложных задач***, реализация которых может реально привести к росту математической грамотности и креативности школьников в освоении математики:

– в поведении и развитии комплексной динамической системы, такой как математическое образование, всегда есть доля неопределенности и непредсказуемости; она требует множества разнообразных описаний и решений как в содержании, так и в когнитивных процессах, отличающихся друг от друга и дополняющих друг друга; не менее эффективными орудиями являются при этом понятия нестрогие и нечеткие, построенные на основе эмпирических, а не теоретических обобщений, исследование которых невозможно без использования компьютерного и математического моделирования;

– комплексная система освоения учебных элементов характеризуется изменениями не только на уровне конкретных проявлений, но и на уровне своей сущности (обобщенных конструктов), наиболее значимой для актуализации процессов понимания и наличия развивающих эффектов самоорганизации [Подъяков, 2015]. В сложных образовательных системах эффективные правила (фундирующие модусы поэтапного развертывания сущности могут быть выделены (в том числе методом обратных задач теории самоорганизации), но они будут с неизбежностью достаточно вариативны по типам самоорганизации на основе реализации наглядного моделирования и принципиально зависимы от контекста [Смирнов, 2017; Малинецкий, 2020; Смирнов, 2017а];

– теоретические модели сколь угодно высокого уровня принципиально ограничены. Для эффективного исследования сложных динамических систем необходимы разнообразные поисковые пробы (экспериментальные срезы, сравнительный анализ конкретных проявлений, компьютерное моделирование, аналогии, анализ через синтез и т. п. – реальные взаимодействия с системой, а не только теоретическая деятельность с ее абстрактными моделями [Рубинштейн, 2012];

– при исследовании сложной системы необходима вариативность целеполагания – постановка разнообразных, разнотипных и разноуровневых целей (множественное целеполагание), которые могут конкурировать между собой. Одним из основных эмоциональных состояний человека при исследовании сложных систем в математическом образовании является неуверенность, сомнение, готовность принять двоякие (на основе прогноза и случайные) результаты действий, и т. д.;

– результаты деятельности человека со сложной системой содержания и методов математического образования, результаты взаимодействия с ней не могут быть предсказаны полностью, исчерпывающим образом. Возможны только вероятностно гарантированные результаты образования. Причем наряду с прямыми, прогнозируемыми результатами образования образуются разнообразные побочные, непредсказуемые продукты личностного развития и математической деятельности как в школе, так и в вузе.

Управление синергией математического образования в школе и вузе возможно и эффективно при характеристике, выстраивании иерархий порядка и актуализации *внутренних атрибутов (механизмов)* самоорганизации различных типов (*содержательного* – образно-геометрического, знаково-символического, вербального, конкретно-деятельностного; *процессуального* – кластеры и спирали фундирования опыта личности, наглядно-модельные методы, технологии, приемы, идеи, алгоритмы познавательной деятельности, *личностно-адаптационного и социального* – диалог культур, наглядное моделирование фундирующих модусов, актуализация личностных смыслов и предпочтений, коммуникации в малых группах, выбора форм и методов когнитивной деятельности на основе вариативности и диагностических процедур, ценностные ориентации и т. п.), проявляющихся посредством прохождения зон бифуркации и формирующих успешность функционирования системы как целостности на все новых усложняющихся уровнях. Такими механизмами могут быть фрактальные структуры, обобщенные конструкты «проблемных зон» школьной математики, выявление иерархий, генезиса и уровней абстрагирования в «проблемных зонах», регулятивные системы правил и ценностей в освоении математической деятельности, выстраивание диалога культур как формы развертывания интегративных процессов, универсальных закономерностей построения математических объектов и процедур и т. п. При этом интеграция естественно-научной, гуманитарной, математических культур актуализируется использованием информационных технологий и дидактические процессы приобретают новое качество: естественно-научные знания обогащаются гуманитарным аспектом, гуманитарные знания приобретают научную основу обоснования сущности использованием естественно-научного и математического аппарата и методов. Одним из основных средств, генерирующих синергию математического образования и определяющих задачи и направление настоящего исследования, являются процессы адаптации современных достижений в науке к обучению математике в школе и вузе. Термин «синергия» (synergeia (греч.) – совместное действие, сотрудничество) был предложен в конце 60-х годов немецким физиком-теоретиком из Штутгарта (Германия) Г. Хакеном [Хакен, 2014]. Предметом синергетики являются сложные самоорганизующиеся открытые системы, далекие от условия равновесия (когда происходит нелинейный обмен веществом, энергией, информацией). В философии саморазвитие рассматривается как часть самодвижения сложных систем (в частности, личностной структуры), которая выходит за рамки самопроизвольного, спонтанного изменения и знаменует переход на более высокую ступень ее организации. Исследование и значимость примеров самоорганизации в живой и неживой природе через процессы разрушения и созидания (хаоса и порядка) показали, что нарастание сложности в открытых и неравновесных системах не является деструктивным механизмом, а наоборот является необходимым переходом к новому уровню развития, более сложным и упорядоченным формам организации, в том числе, в образовательных структурах. В математическом образовании обучающегося важнейшей проблемой является вопрос адекватного восприятия учебного материала и деятельности, приводящей к пониманию на фоне высокой учебной или профессиональной мотивации.

1.3.2. Системо-генетические контексты освоения сложного знания с эффектом формирования математической грамотности

Выделим следующие *системно-генетические контексты освоения сложного знания с проявлением синергии* и эффектом формирования математической грамотности школьников (ср. А. А. Вербицкий [Вербицкий, 2017]).

Процессуальные контексты. Базовым понятием представленной концепции адаптации современных достижений в науке является принцип и технология фундирования опыта личности (Э. Гуссерль, В. Д. Шадриков, Е. И. Смирнов и др.) [Смирнов, 2012]. Поэтому концепция фундирования процесса становления личности выступает как эффективный механизм преодоления профессиональных кризисов становления специалиста и актуализации интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и школой. В чем же заключается феномен фундирования? Фундирование (нем. Fundierung – обоснование, основание) – термин, используемый в феноменологии (и в других науках) для описания отношений онтологического обоснования. Э. Гуссерль определяет отношение фундирования следующим образом: А фундировано посредством В, если для существования А сущностно необходимо В, только в единстве, с которым А может существовать. Отношение фундирования может быть односторонним (А фундировано в В) или двухсторонним (А и В фундированы друг в друге). Согласно феноменологическому учению, все комплексные высокоуровневые акты и предметности фундированы в изначальных простых актах и предметах. В педагогику впервые понятие фундирования было введено В. Д. Шадриковым и Е. И. Смирновым в 2002 году как процесс создания условий для поэтапного углубления и расширения школьных знаний в направлении формирования целостной системы научных и методических знаний, как процесс формирования целостной системы профессионально-педагогической деятельности. В дальнейшем авторы расширили базовый принцип на процесс фундирования опыта личности с наличного его состояния в направлении поэтапного проявления сущности базового учебного элемента как для школы, так и для вуза. Принципиальным отличием структурообразующего принципа фундирования для профессионального образования педагога является определение основы для спиралевидной схемы моделирования базовых знаний, умений, навыков предметной (в том числе, математической) подготовки обучающихся. Концепция фундирования предписывает необходимость, согласно которой в основной образовательной программе вуза должны быть формализованы и материализованы в виде конкретных учебных дисциплин и форм учебной деятельности не только методологически обоснованные дидактические (когнитивные) процессы, формирующие целеполагание, приобретение, применение и преобразование опыта личности, но и адаптационные процессы, характеризующие профессиональные пробы принятия студентом профессии учителя, и личностные процессы, направленные на проявление особенностей, развитие мотивации и эмоций, рефлексии и саморегуляции, самооценки и выбора, интеллекта и креативности личности. Поэтому концепция фундирования процесса становления личности педагога выступает как эффективный механизм преодоления профессиональных кризисов становления учителя и актуализации интегративных связей между наукой, профессиональным образованием и школой. Такая эффективность продемонстрирована многолетним опытом теоретической и экспериментальной проработки.

В наиболее общем плане фундирование – это процесс становления личности в опоре на поэтапное расширение и углубление опыта и качеств, необходимых и достаточных для освоения теоретического обобщения школьного предметного содержания в направлении развития мышления, личностных и профессионально-ориентированных качеств. Технологически фундирование осуществляется на основе выявления механизмов и условий (психологических, педагогических, организационно-методических, материально-технических) для актуализации и интеграции базовых учебных предметов общего образования и вузовских знаний (видов деятельности) с последующим теоретическим обобщением и расширением практического опыта педагога. Е. И. Смирнов рассматривает интегративные конструкты профессионально-предметных знаний и действий как учебные элементы содержания профессионально-предметной подготовки, характеризующейся целостностью интеграции когнитивных и процессуальных блоков информации различной профессиональной направленности и имеющей определенную дидактическую функциональность и перцептивную предметность [Смирнов, 2012]. Таковыми могут быть так называемые *спирали и кластеры фундирования* опыта личности, как целостные интегрирующие механизмы реализации преемственности содержания школьного и вузовского образования и становления качеств личности от школьных характеристик до профессиональных компетентностей (в настоящем исследовании – это кластеры фундирования модусов проявления синергии в математическом образовании [Смирнов, 2016]). Целостность и направленность конкретного интегративного конструкта определяется развертыванием его содержательных компонентов от школьных базовых учебных элементов до построения родового теоретического обобщения в контексте технологического осмысления видовых его проявлений. Дидактическая ценность реализации интегративных конструктов заключается во включении их как целостных объектов предметной подготовки в целенаправленную учебную деятельность обучающихся.

Одна из принципиальных находок рассматриваемой концепции заключается в переходе от процессов фундирования знаний (ориентировочной основы деятельности) к фундированию опыта личности. Рассмотрение концепции фундирования в рамках культурно-исторической парадигмы Л. С. Выготского приводит к необходимости проектирования в процессе обучения поэтапного развертывания интегративных конструктов знания и образцов деятельности в соответствии с наличным состоянием опыта и развития высших психических функций индивида (социального). При этом должно диагностироваться появление обобщенных конструктов состояния приобретенного опыта и «прирост» личностных характеристик в «зонах ближайшего развития» («цепь качественных изменений», по Л. С. Выготскому) на фоне совместной деятельности педагога и ученика в явно актуализированном спиралевидном или кластерном формате (индивидуализации) процессов представления знаний и способов деятельности. Качественная особенность появления фундирующего эффекта в развертывании спиралей или кластеров фундирования заключается в «априорном» выявлении и дальнейшей актуализации обобщений существенных связей не только в рассматриваемых процессах, явлениях и фактах в ходе познавательной деятельности, но и в становлении психических процессов и функций обучаемых в «зонах ближайшего развития».

Фундирование опыта личности становится особенно актуальным в современный период, когда возрастают тенденции к развитию мотивационной сферы, метакогнитивного опыта, процессов самоактуализации и самореализации личности на фоне развертывания адекватных педагогических условий, предметного содержания, средств, форм и технологий обучения предметам естественно-научного и гуманитарного циклов. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности и ее актуального представления к обобщенному потенциальному развитию сущности в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутренних и межпредметных связей. Эффективным инструментом освоения сложного знания на основе фундирования опыта личности могут являться исследование и адаптация к школьной или вузовской математике современных достижений в науке, ярко и значимо представленных в приложениях к реальной жизни, развитии других наук, высоким технологиям и производствам. Особенно ярко такие процедуры проявляются при исследовании и адаптации к школьной математике сложного математического знания путем поэтапного и полифункционального отражения его обобщенной сущности и ее интеграции со школьными учебными элементами. Таковыми в нашей работе являются современные достижения в науке (например, элементы нелинейной динамики, фрактальная геометрия, fuzzy-logic или теория нечетких множеств и т. п.), преломленные и адаптированные к содержанию школьной и вузовской математики [Смирнов, 2017].

Процессы наглядного моделирования в обучении математике как концепция, теория, метод и технология, разработаны Е. И. Смирновым и призваны решать задачи активного включения личности обучаемого в когнитивный процесс на основе моделирования сложных объектов, процедур и ситуаций в математическом образовании, ведущий к становлению и развитию интеллектуальной операции «понимания» и выявлению этапов продвижения к сущности «проблемных зон» математического образования. Результатом наглядно-модельного обучения математике является актуализация девиза «Я понял». Как организовать педагогические условия, средства, технологии, содержание обучения математике, чтобы большинство обучающихся могло сказать: «Я понял»? Без активности мышления учеников, без психолого-педагогического обоснования использования средств, выстраивания этапов, сетевого взаимодействия в дистанционной среде, актуализации фаз обучения, без переструктуризации и отбора содержания обучения математике, в том числе, освоения и развертывания различных комплексов математических и прикладных задач с применением информационно-коммуникационных технологий, выстраиваемых в фундирующие цепочки, невозможно добиться необходимого эффекта в понимании существа математических понятий, процедур и ситуаций. Что же такое наглядное моделирование? *Наглядное моделирование – это выявление сущности математических понятий, процедур и ситуаций на основе моделирования в обучении математике, необходимо ведущее к пониманию*. Главное при этом – адекватность априорной модели и результатов мыслительной деятельности обучающихся, осознанных и ведущих к пониманию. Наглядное моделирование – это интерактивная триада: личность – модель – понимание. Необходимые атрибуты наглядного моделирования: взаимопереходы знаковых систем: вербальной, знаково-символической, образно-графической и конкретно-деятельностной; устойчивость восприятия математических знаний; адекватность априорной и результативной моделей; отбор и актуализация базовых учебных элементов; сензитивность модальностей восприятия; активность когнитивных процессов. Необходимо знание особенностей психического развития каждого ученика, видов и иерархии моделей, средств оптимизации логических структур, закономерностей восприятия и оперирования знаковых систем, средств диагностики состояния личности и интеллектуальных операций, контролирующих и оценивающих процедур, самосовершенствование и переподготовка педагога. Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучающихся, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов, явлений и процессов, в том числе – посредством адекватного моделирования математического знания. Именно формирование этих узловых, опорных качеств объекта восприятия (перцептивная модель) и представляет собой суть процесса наглядного моделирования. Такой подход a priori предполагает моделирование объекта восприятия с опорой на нейрофизиологические механизмы памяти, закономерности восприятия, ментальные возможности и аффективные состояния личности. При этом особую значимость приобретают модели, фиксирующие процедуру математических действий в процессе исследовательской активности. Таким образом, наглядность – не только особое свойство психических процессов, но и свойство математического объекта в рамках учебного исследования. Наглядность математического объекта (или перцептивного образа) определяется, как уже отмечалось, факторами восприятия, представления, мнемическими процессами в их единстве на основе диагностируемого целеполагания.

Следующие критерии определяют существо наглядности математического объекта:

– диагностируемое целеполагание целостности и дифференциации структуры и этапов построения модели математического объекта (моделирование, кодирование, схематизация, замещение);

– понимание обучаемым сущности математического объекта (адекватность восприятия) на основе процессов моделирования;

– устойчивость перцептивного образа и представления при непосредственном восприятии математического объекта;

– познавательная и творческая активность обучаемого на основе комфортности и успешности обучения.

Здесь необходимо отметить *три важных момента*. *Во-первых*, настоящее исследование синергии математического образования на основе адаптации современных достижений в науке предполагает формирование адекватных представлений о сложных математических объектах и процессах в контексте развертывания фундирующих процедур моделирования в ходе реализации авторской динамической дистанционной среды в обучении математике в школе и вузе, ведущие к пониманию существа исследуемых конструктов. Представление об объекте (пусть даже чувственно-наглядное), как правило, отражает лишь внешние признаки и стороны предметов и явлений материального мира, не всегда раскрывая их подлинную сущность, и именно наглядное моделирование позволит найти подходы к ее проявлению. Процесс восприятия (особенно при больших объемах информации, большой степени его формализованности) предполагает наличие узловых, опорных, характерных, специфических свойств и качеств объекта восприятия, будь то приемы деятельности, отражающие отдельное математическое знание или организованный набор знаний «проблемной зоны» (это может быть доказательство теорем, раздел курса математики во всем многообразии логических взаимосвязей, материал отдельного урока или лекции и т. п.). Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике в окрестности «проблемных зон», когда представления, возникающие в мышлении обучаемых в условиях сетевого взаимодействия в рамках авторской дистанционной среды, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов и явлений, процессов, в том числе посредством разумного и поэтапного моделирования математического знания. Именно формирование этих узловых, опорных качеств объекта восприятия (модель) и представляет собой суть процесса наглядно-модельного обучения математике. Такой подход a priori предполагает моделирование объекта восприятия с опорой на нейрофизиологические механизмы памяти и психологию восприятия, диалог культур и выявление личностных смыслов и предпочтений в исследовании «проблемной зоны». При этом особую значимость приобретают модели, фиксирующие процедуру математических действий и являющиеся результатом взаимодействия в сетевом сообществе дистанционной среды или результатом согласованных действий разного формата в функционировании малых групп обучающихся. *Во-вторых*, процесс математического и компьютерного моделирования, поиск устойчивых ассоциаций, проверка адекватности восприятия в условиях сетевого взаимодействия или группового взаимодействия предполагают серьезное проникновение в современные исследования нейрофизиологических механизмов восприятия, памяти и мышления, изучение этапов обработки стимула: сенсорного анализа, сличения с репертуаром памяти, принятия решения, использования законов и закономерностей психологии восприятия, целостного изучения динамической структуры личности обучаемых. Поэтому не менее актуальной является проблема: дать психолого-педагогическое обоснование концепции наглядно-модельного обучения математике в дистанционной среде (или согласованных действий в малых группах) на основе развертывания фундирующих процедур математического содержания с информационной поддержкой, расширить путем диагностических методик спектр психологических компонентов восприятия в процессе освоения учебной деятельности. *В-третьих*, актуальность настоящего исследования определяется отсутствием единообразия трактовки принципа наглядности в обучении математике в дистанционной среде (или коммуникаций и согласованных действий в малых группах), слабым отражением специфики математической деятельности в условиях диалога культур, оторванностью от практики, что не позволяет в полной мере использовать достижения психолого-педагогической науки. Таким образом, в настоящий период необходимо дать единую трактовку наглядного обучения и наглядности в обучении математике в дистанционной среде (или коммуникаций и согласованных действий в малых группах), разработать приемы деятельности педагога в процессе наглядного обучения в условиях насыщенной информационно-образовательной среды, исследовать специфику наглядности в обучении математике с информационной поддержкой в школе и вузе, используя положительный опыт передовых учителей и ученых.

Адаптационные процессы рассматриваются учеными психологами и педагогами как динамический комплекс интегрального взаимодействия внутренних результатов (системы знаний, умений, установок, компетенций, ценностей) и адекватных механизмов приспособления личности к изменениям внешней среды и результатам деятельности с развивающим эффектом и др. [Реан, 2018; Толстых, 2011; Сороко, 2019, 2020]. В соответствии с С. Н. Дворяткиной и С. А. Розановой таковыми могут быть синергетические эффекты реализации адаптационных процессов: когнитивный, мотивационный, профессиональный, креативный, социально-экономический и духовно-нравственный [Розанова, 2016]. Процессы создания *мотивационного поля* для исследования сложных математических конструктов требуют компьютерного дизайна и наглядного моделирования современных достижений в науке (странный аттрактор Лоренца, нечеткие множества и fuzzy-logic, губка Менгера, сценарий Ферхюльста и т. п.). *Выстраивание иерархий* в развертывании сущности обобщенного конструкта «проблемной зоны» на основе *параметризации и абстрагирования*, поиска *точек бифуркации и бассейнов притяжения* средствами построения итерационных процессов на основе информационно-технологической поддержки создают механизмы адаптации сложного знания к школьной и вузовской математике. При этом Е. И. Смирновым были выявлены и характеризованы *четыре этапа проявления синергии* математического образования на основе актуализации диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур: подготовительный, содержательно-технологический, контрольно-коррекционный и обобщающе-преобразующий [Смирнов, 2016]. На рисунке 4 представлен граф согласования этапов проявления сущности обобщенного конструкта современного научного знания в освоении математики и этапов проявления синергии математического образования.

Рис. 4. Согласование этапов проявления сущности учебного элемента и синергии математического образования

Тип моделирования обобщенного конструкта современного научного знания на основе выявленной сущности может быть феноменологическим и генетическим. Следуя теории В. В. Давыдова и Д. Б. Эльконина можно отметить, что *феноменологический* тип соответствует атрибутам и свойствам формирования эмпирического мышления, когда происходит обозначение данных свойств объектов и их связей, абстрагирование этих свойств, объединение их в классы и обобщение на основе формального тождества их отдельных свойств и их внешних изменений во взаимодействии. *Генетический* тип моделирования, соответствует атрибутам и свойствам формирования теоретического мышления, когда осуществляется установление неявных скрытых существенных связей объектов, процессов и явлений роли и функций отношения компонентов внутри системы, условия их происхождения и преобразования. После анализа выявления сущности и самого идеального объекта происходит восхождение к истинному чувственно-конкретному целому. Поэтому технология проявления синергии в процессах адаптации современных достижений в науке в школьной математике может быть ориентирована, соответственно, на феноменологический или генетический тип выявления сущности обобщенного конструкта научного знания.

Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности и ее актуального представления к обобщенному потенциальному развитию сущности в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. При этом процедуры перехода в зонах ближайшего развития будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения, наглядно моделируемым в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов.

Выделим ряд технологических этапов развертывания фундирующих процедур *в процессах адаптации современного научного знания* к школьной математике с проявлением синергетических эффектов и отражения *феноменологического типа моделирования сущности* обобщенного конструкта:

– ***мотивационный*** (*самоактуализация («мне это интересно»)* – проявляется в выраженности ценностных и личностно – адаптационных характеристик познавательной деятельности обучаемых по освоению *эталонов и образцов феноменологии* наглядного моделирования обобщенного конструкта и результатов диагностических процедур на: значимость и ценностные ориентиры, выбор способов деятельности по раскрытию *отдельного качества* проявления обобщенной сущности (содержательного или процессуального компонента – см. рис. 3); поиск и анализ выявления этапов научного познания, методов исследования и механизмов осуществления внутрипредметных и межпредметных связей на основе профессионально-ориентированного и исследовательского подходов; настрой личности на самоопределение и самоорганизацию, освоение принципов и стилей научного мышления: индукции, дедукции, инсайта, аналогии, инверсии и антиципации;

– ***ориентировочно-информационной насыщенности*** *(самоопределение («что я могу сделать»)* в реализации эмпирических проб и проектировании наглядных моделей фундирующих процедур представления частных проявлений сущности обобщенного конструкта на основе познавательной *самостоятельности* и актуализации действий, компетенций и характеристик личностных качеств. Реализация процесса выявления существенных связей и преемственности эмпирических обобщений, *осознание функциональности уровня математического содержания проявления сущности обобщенного конструкта и коррекции состояния его параметров и условий,* адекватности и эффективности соотнесения направленности «цель-результат», базовости и интегративности проектируемых конструктов как ориентировочной и информационной основы целенаправленной и вариативной учебной деятельности;

– ***процессуально-деятельностный*** (самоорганизация («я способен управлять процессом») – проявляется в проектировании и организации *технологии* освоения обучаемыми исследовательских процедур освоения инновационных проявлений сущности обобщенного конструкта в ходе развертывания ее фундирующих этапов и на основе актуализации приемов творческой познавательной самодеятельности и диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур. При этом разрабатываются и реализуются формы, методы и средства освоения обобщенного конструкта, адекватные своим локальным, модульным и глобальным проявлениям развертывания фундирующих процедур;

– ***контрольно-коррекционный*** *(оценка эмпирической верификации результатов)* – проявляется в проектировании функций и этапов мониторинга и диагностических процедур измерения состояния и расширения опыта, развития психических функций, синергетических эффектов и характеристик личностных качеств обучаемых; определение и оптимизация технологических процедур и предметного содержания образования, уровня освоения сущности и этапов развертывания спиралей и кластеров фундирования; определение целостного комплекса спиралей и кластеров фундирования опыта личности в ходе освоения сущности обобщенного конструкта как необходимого компонента дидактического поля и основы вариативности процессов адаптации современных достижений в науке;

– **обобщающе-преобразующий** (*саморазвитие личности («я могу сделать что-то новое»)* – характеризуется: содержанием и характеристиками переноса инноваций в массовую практику освоения школьной математики; интеграцией индивидуального и социального в проектировании инновационных обобщающих конструктов; информационным обменом, социализацией и верификацией инновационной деятельности; характеристиками, параметрами и показателями становления и выраженности индивидуальных образовательных траекторий школьников.

Выделим в адаптационных процессах проявления синергии в освоении современных достижений в науке *три составляющих*: когнитивный, процессуальный и личностно-адаптационный. *Когнитивный компонент* связан с актуализацией атрибутов синергии в процессе проявления сущности обобщенного конструкта средствами проектирования и реализации многоэтапных математико-информационных заданий и исследования «проблемных зон» математического образования с аттрактором проявления сущности обобщенного конструкта [Секованов, 2012; Смирнов, 2017]. В соответствии с характеристикой когнитивного компонента сущности (см. рис. 3) данный компонент адаптации проявляется в своих знаково-символических, вербальных, образно-геометрических и тактильно-кинестетических модальностях. При этом использование информационно-коммуникационных технологий, вариативность знаний и процедур, диалог математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур в насыщенной и творческой информационно-образовательной среде создают адекватные условия для проявления синергии математического образования.

Процессуальный компонент адаптации современных достижений в науке аналогично реализуется в своих историко-генетических, конкретно-деятельностных, экспериментальных и прикладных проявлениях обобщенного конструкта на основе развертывания индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся [Дворяткина, 2016]. При этом синергия математического образования проявляется в поэтапной актуализации характеристик обобщенного конструкта в обозначенных выше педагогических условиях и возможности выбора обучающимся индивидуальной траектории освоения технологических этапов. При этом процедуры перехода в зонах ближайшего развития будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения, наглядно моделируемым в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов. Следует отметить, что методология фундирования уже получила свою многоаспектную реализацию: только за последние 10 лет защищено более 20 кандидатских и докторских диссертаций, где используются ее основные положения. *Таким образом, фундирование опыта как инновационный механизм развития личности и профессионального становления в современных условиях может разворачиваться в трех образовательных нишах: школьное обучение, профессиональное образование и инновационная деятельность педагога.*

Главным в творческом процессе обеспечения синергетических эффектов в математическом образовании в школе и вузе являются не только внешние его проявления, характеристики, факторы и критерии (что, собственно, и есть основные ориентиры для формирования), а внутренние атрибуты *творческой активности* – бессознательность, спонтанность, неконтролируемость волей и разумом, а также изменчивость состояния сознания. На основе работ Я. А. Пономарева, В. Н. Дружинина, В. И. Загвязинского, А. И. Савенкова, М. М. Кашапова и др., выделим основные *факторы успешности* решения педагогических задач в инновационной деятельности педагога по актуализации синергетических эффектов:

– потребность в поисковой активности обучающихся, глобальная иррациональная мотивация отчуждения от мира, направленная тенденцией к преодолению в ходе исследований, мотивация личностного роста на фоне самоопределения;

– способность действовать в уме, определенная высоким уровнем развития внутреннего плана действий, способность преодолевать стереотипы на основе самоорганизации;

– стимуляция дивергентного мышления путем порождения множества решений на основе однозначных данных в ситуациях неопределенности и выбора, сравнительная отдаленность предметных областей проблемы;

– критичность мышления и стремление к новизне, качеству получаемого результата;

– ориентация на самоактуализацию личности.

Выделенные факторы успешности решения задач в творческой деятельности обучающихся отражают главные направления личностно-ориентированного подхода к процессу формирования их творческой активности, как атрибута инновационной деятельности. Каждый фактор характеризуется своим набором эмпирических показателей. Это позволяет разрабатывать необходимые в педагогической практике диагностические средства и проводить соответствующие замеры. Несмотря на обобщенный характер они целостно отражают специфику математической деятельности в контексте проявления синергии и более конкретно, *когнитивного и креативного синергетических эффектов* [Дворяткина, 2016].

В педагогической психологии выявлен целый ряд условий, которые способствуют творческой активности обучающихся, формированию интеллектуальных операций и универсальных учебных действий. Так Дж. Брунер определяет четыре группы условий, которые могут способствовать научению путем открытий: настрой, состояние потребности, владение конкретикой и многообразие подготовки [Брунер, 2008]. Напомним, что данный подход соответствует идеологии конструктивизма, ведущей свое начало еще от прогрессивного обучения Дж. Дьюи, когда ученики должны сами добывать (конструировать) знания. В. Н. Дружинин в своем исследовании отмечает, что формирование креативности возможно лишь в специально организованной среде: при отсутствии регламентации предметной активности; наличии позитивного образца творческого поведения; создании условий для подражания творческому поведению и блокировании проявлений агрессивности и деструктивного поведения; при социальном подкреплении творческого поведения [Дружинин, 2020].

Поэтому нами предлагаются следующие *педагогические условия* формирования когнитивных и креативных синергетических эффектов в процессе инновационной деятельности:

– *наличие творческой среды* (стимулирование ситуации успеха; толерантность к неопределенности; готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов);

– *низкая степень регламентации поведения и наличие предметно-информационной обогащенности* (В. Н. Дружинин, Н. В. Хазратова);

– *информационно-технологическая поддержка и компьютерный дизайн* математической деятельности обучающихся на всех этапах проявления синергетических эффектов и сущности «проблемной зоны».

Последнее замечание составляет отдельную нишу реализации процессуального контекста – информационно-*технологическая поддержка и компьютерный дизайн* математической деятельности обучающихся на всех этапах проявления синергетических эффектов и сущности «проблемной зоны». Освоение сложного знания в условиях неопределенности и непредсказуемости путей и способов исследования требует реализации процессов *множественности целеполагания когнитивной деятельности* с возможностью получения наглядных моделей и массивов эмпирических данных для анализа компьютерными средствами. Это могут быть: кроссплатформенная среда Qt Creator для исследования цилиндра (или «сапога») Шварца [Смирнов, 2017], системы компьютерной алгебры MathCad, MathLab, Maple, Mathematica и т. п. для исследования проблем устойчивости решений дифференциальных уравнений [Дворяткина, 2016], системы динамической геометрии Geogebra, Autograph, Живая геометрия и т. п. для построения и исследования фрактальных объектов (снежинка Коха, множество Мандельброта, пыль Кантора [Осташков, 2012] и т. п.), малые средства информатизации – ClassPad400 – для выявления бассейнов притяжения и аттракторов итерационных процессов (салфетка Серпинского, кленовый лист М. Барнсли, множество Жюлиа [Секованов, 2016] и т. п.). Процессы создания *мотивационного поля* для исследования сложных математических конструктов требуют компьютерного дизайна и наглядного моделирования современных достижений в науке (странный аттрактор Лоренца, нечеткие множества и fuzzy-logic, губка Менгера, сценарий Ферхюльста и т. п.) [Кроновер, 2000]. *Выстраивание иерархий* в развертывании сущности обобщенного конструкта «проблемной зоны» на основе *параметризации и абстрагирования*, поиска *точек бифуркации и бассейнов притяжения* средствами построения итерационных процессов на основе информационно-технологической поддержки создают механизмы адаптации сложного знания к школьной и вузовской математике [Смирнов, 2016].

Содержательный контекст проявления синергии в математической деятельности как раз и является тем сензитивным механизмом, который позволит актуализировать *факторы успешности* решения творческих задач на основе исследовательской активности и самоорганизации обучающихся. Качества личности, необходимые для творческой деятельности, не только определяются наследованием признаков (генетический подход), но и приобретаются в результате образования, самообразования под влиянием средовых факторов. Более того, психологические исследования не подтверждают гипотезу о наследуемости индивидуальных различий в развитии дивергентного мышления. «Развитие креативности, возможно, идет по следующему механизму: на основе общей одаренности под влиянием микросреды и подражания формируется система мотивов и личностных свойств (нонконформизм, независимость, мотивация самоактуализации) и общая одаренность преобразуется в актуальную креативность» (В. Н. Дружинин [Дружинин, 2020, с. 212]). Поэтому основным средством проявления синергии математического образования и механизмом формирования исследовательского поведения школьников в процессе обучения математике мы считаем разработку и внедрение в учебный процесс *исследовательских практико-ориентированных сложных задач в «проблемных зонах» в форме комплекса многоэтапных математико-информационных* *заданий* [Klakia, 2003; Секованов, 2016; Смирнов, 2016]. Исследовательская деятельность обучающихся реализуется в специально организованной среде (например, ресурсных занятий [Смирнов, 2017б]) на фоне роста мотивов самоактуализации и самоорганизации, выявления приоритета ценностных ориентаций в математической деятельности. Отметим, что из результатов психологических исследований следует вывод о недостаточности использования комплексов нестандартных задач, как таковых, для формирования творческой активности обучаемых. Подлинно творческая деятельность студента (именно, надситуативная активность) возникает лишь в процессе самостоятельного поиска новых путей и способов решения задачи в условиях высокой степени неопределенности и потенциальной многовариантностью возможностей для поиска решения на фоне высокого развития мотивации самоактуализации (А. Маслоу, Г. Олпорт, К. Роджерс, А. М. Матюшкин, М. М. Кашапов и др.). К тому же, рассмотрение и реализация комплекса исследовательских практико-ориентированных задач в «проблемных зонах» может не только устанавливать межпредметные связи (механизм – *графы согласования*), но и аккумулировать *предметные знания в единую целостность*, способствовать формированию интеллектуальных операций мышления, предметных умений и навыков, а также моделировать исследовательскую деятельность ученого. Безусловно, данные характеристики имеют место, когда способности и активность личности оформляются как сложное синтетическое образование [Рубинштейн, 2015]. Однако в ситуативной деятельности, на уровне становления опыта, личностных качеств и когнитивных актов мышления, обучающегося часть характеристик может иметь разную интенсивность проявления, они требуют соответствующих методик измерения и в перспективе поляризуются в направлении развития индивидуального стиля когнитивной деятельности.

Немаловажным фактором содержательного контекста проявления синергии математического образования является продуктивная *деятельность по исследованию новых математических свойств и характеристик обобщенных конструктов самоорганизации*: фрактальных объектов, математических моделей неустойчивости решений нелинейных динамических систем, средств кодирования и шифрования, клеточных автоматов, нечетких множеств и fuzzy logic, компьютерного моделирования многогранных поверхностей цилиндра Шварца, стохастических структур на странных аттракторах и т. п. (В. С. Секованов, Е. И. Смирнов, С. Н. Дворяткина , А. Д. Уваров и др.).

Личностно-адаптационный и социальный контекст проявления синергии математического образования. Взаимодействие человека с миром и людьми активизирует его внутренние потенциалы, что выступает основой его самопознания, саморегуляции и самоактуализации, обеспечивая тем самым его личностное саморазвитие. Знания и ценности, которые опосредуются в процессе обучения математике, могут быть приняты и могут стать достоянием обучающегося, когда они активно перерабатываются и усваиваются не отдельным индивидом, а становятся содержанием общения и деятельности в группе, если они будут интегрированы в совокупность всей той информации, которой группа располагает. В связи с этим, особое внимание нами уделено рассмотрению проблем организации группового взаимодействия обучающихся, являющегося важнейшим источником их самоактуализации и развития, стимулом для творческой активности и дальнейшего личностного роста. При организации групповой творческой деятельности необходимо создать условия для генерирования множественности решений проблемы на основе информационной обогащенности, интеллектуального напряжения и низкой степени регламентации поведения. Так, при групповой форме работы студенты имеют возможность проявлять надситуационную активность и реализовать приемы активизации творческого мышления во взаимной зависимости, актуализируя динамику творческого процесса (интуицию, вербализацию, наглядное моделирование, формализацию, рефлексию, верификацию) на основе синтеза конвергентного и дивергентного мышления. Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности к обобщенному потенциальному ее развитию в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. *Личностно-адаптационный компонент* связан с выраженностью характеристик и качеств личностного развития и адаптации обучающегося в процессе освоения современного научного знания в направлении самоактуализации («мне это интересно»), самоопределения («что я могу сделать»), самоорганизации («я способен управлять процессом»), саморазвития («я могу сделать что-то новое») [Осташков, 2012; Селевко, 2001, 2010].

1.3.3. Функциональная (математическая) грамотность и универсальные учебные действия школьников

Категория способностей личности, связанная с функциональной системой организации и выполнения действий, принятия решения, оценки результата действия, исследовалась в работах таких ученых как П. К. Анохин , С. Л. Рубинштейн, Б. М. Теплов, Б. Г. Ананьев, Э. Клапаред, В. Д. Шадриков и др. Следуя классическому анализу способностей В. Д. Шадрикова [Шадриков, 2019] определим *математическую (функциональную) грамотность школьника как социально одобренную меру выраженности свойств функциональных систем индивида, проявляющуюся в успешности реализации математической деятельности в освоении наук и реальной жизни.* Под *социальным одобрением* понимается соответствие нормативным документам разнообразных государственных институтов в области образовательной политики: Требования ФГОС второго поколения, Государственная Программа РФ «Развитие образования» (2018-2025 гг.), Указ Президента РФ и Постановление Правительства 2013 года «О Концепции развития математического образования РФ» и др. Под *успешностью освоения и реализации* математической деятельности понимается (в соответствии с требованиями PISA (Programme for International Student Assessment) способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения. PISA рекомендует осваивать математику в 4 областях: *измерение и отношение, пространство и форма, количество и неопределенность*. Избыточное покрытие данных областей в соответствии с традициями Российского математического образования определяют семь содержательных линий школьной математики: числовая, функциональная, геометрическая, тождественных преобразований, уравнений и неравенств, стохастическая и алгоритмическая. Поэтому компоненты содержания математической грамотности школьника должны определяться необходимостью отражения этих семи содержательных линий по нишам: знать, уметь, владеть, каждая из которых (в соответствии с требованиями PISA) дифференцируется по трем уровням: пороговый, базовый и повышенный (сложный)). Однако так как ключевым для нас является необходимость формирования *обобщенных универсальных учебных действий*, то эти семь содержательных линий интегрируются во взаимодействии в проявлениях следующих ОУУД: *локализация и структурирование информации; понимание; интеграции и интерпретации; рефлексии; моделирования; самооценки и самоконтроля.*

Каждый из компонентов ОУУД раскрывается далее в *характеристиках, измерителях и комплексах* разноуровневых практико-ориентированных заданий, имеющих комплексный многоэтапный характер решения, исследования и используемых математико-информационных методов, а также средств математического и компьютерного моделирования.

Более конкретно характеристики и связи ООУД и метапредметных образовательных результатов в процессе исследования сложного знания и актуализации математической грамотности школьников представлены в следующей таблице 2.

Таблица 2.

Характеристики и связи ООУД и метапредметных образовательных результатов

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
	Познавательные:			Педагог осуществляет трудовые действия по формирова-

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
				нию у учащихся способностей:
1	– локализация и структурирование информации	извлекать, конкретизировать, структурировать, выделять основные логические связи	*Метапредметные результаты*: - смысловое чтение; *Предметные результаты*: – развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики	– применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, реорганизации, трансформации; – способность к логическому рассуждению в математических и иных контекстах, использование этой способности, осознание ее ценности
2	– понимание сюжетной ситуации	обобщать, классифицировать и упорядочивать, осознавать приемы	*Метапредметные результаты*: – умение определять понятия, создавать обобще-	– формирование внутренней (мысленной) мо-

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
		и следствия, выделять закономерности; находить разные способы решения проблемы (доказательства теорем, решения задач), выбирать оптимальные способы; применять математический аппарат для решения проблемы	ния, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы. *Предметные результаты:* – умение проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений	дели математической ситуации (включая пространственный образ); – создавать и использовать наглядные модели и представления математических объектов и процессов, рисуя наброски от руки на бумаге и классной доске, с помощью компьютерных инструментов на экране, строя объемные модели вручную и на компьютере (с помощью 3D-принтера);

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
				– выявление недостоверных и малоправдоподобных данных
3	– интеграция и интерпретация результатов	выявлять общее и особенное, сравнивать и объединять, осуществлять взаимопереходы знаковых систем, представлять содержание в сжатом и развернутом виде; интерпретировать полученные результаты	*Метапредметные результаты*: – умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач *Предметные результаты (информатика):* – формирование умений формализации и структурирования информации, умения выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей – таблицы, схемы, графики, диаграммы, с использованием соответствующих программных	– умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий; – убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, ясного понимания смысла действий, ведущих к успеху; – выбор различных путей в ре-

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
			средств обработки данных	шении поставленной задачи; – проводить исследования, эксперименты, обнаружение закономерностей, доказательство в частных и общем случаях
4	**Регулятивные:** – моделирование реальных объектов и процедур	выделять блоки информации (концептуальные, предметные, математические, информационные), переводить проблему с житейского язык на математический язык, контент в знаки, сим-	*Предметные результаты* – осознание значения математики в повседневной жизни человека; - формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления	– способность к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов,

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
		волы, иллюстрации, таблицы, фреймы, алгоритмы и процедуры		определения или предсказания их свойств; – умение пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования; – иметь представления о полезности знаний математики вне зависимости от избранной профессии или специальности

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
5	– рефлексия и использование жизненного опыта (планирование и самоорганизация деятельности)	анализировать, составлять план действий, осуществлять реализацию плана; определять проблемные зоны и делать прогноз результата, находить новые связи и закономерности	*Метапредметные результаты* – умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности; – умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач	– способности преодолевать интеллектуальные трудности, решать принципиально новые задачи, проявлять уважение к интеллектуальному труду и его результатам; – проводить анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применить математический аппарат и математические инструменты (например, динамические таблицы), то же – для

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
				идеализированных (задачных) ситуаций, описанных текстом
6	– самооценка и самоконтроль	сопоставлять результат с целью. Определять зависимость условий и результата. Принятие решения и осуществление осознанного выбора	*Метапредметные результаты* – умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией; – умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения;	– проявление позитивных эмоций от математической деятельности, в том числе от нахождения ошибки в своих построениях как источника улучшения; и нового понимания; – умения проверять математическое доказательство, приводить опровергающий пример;

	УУД и ключевые компетенции	ООУД и характеристика ключевых компетенций	ФГОС ООО	Профессиональный стандарт педагога
			– владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности	– выявление в процессе решения задачи, сомнительных мест, подтверждение правильности решения; – проявлять инициативу по использованию математики в реальной жизни и других науках

1.4. Математика в игровой деятельности (деловые, дидактические и интеллектуальные игры)

Геймификация: истоки и понятие. Что такое геймификация? Геймификация (или игрофикация) – это использование игровых механик в неигровых сферах: образовании, бизнесе, финансах, спорте и т. д. Она помогает создать для пользователя дополнительную мотивацию – интерес. Так проще усваивать знания, осваивать новшества и внедрять полезные привычки. Бизнес с помощью геймификации вовлекает и удерживает клиентов и получает постоянную обратную связь. А как образование? Есть мнение, что учеба в школе похожа на игру: зарабатываешь баллы (оценки), переходишь на другой уровень (класс или курс), борешься за призы (стипендия, медаль или красный диплом). Кроме того, учителя могут использовать игровые приёмы – проводить викторины, квесты или даже ролевые игры. Первопроходцем технологичной геймификации в сфере образования явился российский сервис LinguaLeo, в котором учить языки помогает львенок.

Во второй половине XX века люди начали рассматривать игры как способ повышения эффективности своей деятельности.

2002 год – рождение «геймификации»

Разрабатывая игровой пользовательский интерфейс для коммерческих электронных устройств (банкоматы, торговые автоматы, мобильные телефоны), Ник Пеллинг использует «намеренно уродливое» слово «геймификация». С этого названия начинается история геймификации.

2008 год – первое документированное упоминание

В статье блога, посвященной работе на Саммите по социальным играм 2008 года, Брет Террилл впервые задокументирован термин «геймификация»: «*В разговорах одна из самых больших тем… это геймификация Интернета. Основная идея состоит в том, чтобы использовать игровую механику и применить ее к другим веб-ресурсам для повышения вовлеченности*». К несчастью для Брета, его статья так и не нашла широкого отклика!

В 2008 году вышла онлайн-игра Foldit, созданная в Вашингтонском университете и посвященная фолдингу белка. Белок представляет собой цепь аминокислот, которая при разных условиях сворачивается в белковую глобулу. Разнообразие возможных укладок одной и той же цепи невообразимо велико. Игроки укладывают белковые цепи, и за каждую удачную свертку получают очки. Ученые фиксируют самые сложные развивающиеся структуры, и это помогает, например, в поиске новых.

2009 год – широкое внедрение геймификации

В 2009 году компании Microsoft нужно было проверить перевод на разные языки всех диалоговых окон операционной Windows 7. Для этого руководитель отдела Росс Смит создал игру, которую распространили по всем системам Microsoft в разных регионах. Задания выполнялись добровольно, а за каждую найденную ошибку начислялись баллы. В результате сотрудники компании довольно быстро проверили полмиллиона диалоговых окон.

В 2009 году в Нью-Йорке открылась школа Quest to Learn, созданная педагогами и разработчиками игр, где весь процесс обучения был выстроен как игра. Все ученики получают задание через социальную сеть этой школы. Задания – это квесты, которые дети могли пройти в удобное время. Пример задания для квеста: игрок должен найти в потайном месте формулу решения квадратного уравнения. Она спрятана в библиотеке, и ученик по карте ищет полку с нужным учебником. В результате школьник не просто получает «отлично» по предмету, а выполняет целую игровую миссию.

Также в этом году основана платформа геймификации BigDoori, которая предоставляет игровые решения для лояльности клиентов.

2010 год – заслуженное признание

К 2010 году геймификация получила заслуженное признание. И вскоре все стало действительно интересно. По мере того, как геймификация становится общепризнанной, Growth Engineering находится в смертельной схватке с унылым онлайн-обучением. Поскольку миссия по превращению обучения продолжается, геймификация выглядит многообещающим дополнением к их арсеналу...

Джейн Мак Гонигал (известный разработчик игр, сумевшая восстановиться после сложного сотрясения мозга с помощью игрового процесса и разработавшая игру SuperBetter, помогающую людям справляться с болезнями и депрессией) выступает с новаторским докладом «Игры могут сделать мир лучше» на конференции TED Talk, в котором она пророчит игровой рай: «*Когда я с нетерпением жду следующего десятилетия, я точно знаю две вещи: мы можем сделать любое будущее, в котором мы сможем играть в любые игры, которые захотим, поэтому я говорю: пусть начнутся игры, изменяющие мир* » [Sykhin, 2012, p. 78]. Этот доклад вполне мог стать решающим моментом в истории геймификации.

Также в этом году:

– На конференции DICE 2010 года Джесси Шелл предсказывает, что геймификация будет распространяться повсюду – от вашей зубной щетки до ваших налоговых деклараций;

– Гейб Зихерманн выпускает книгу «Маркетинг на основе игр: стимулирование лояльности клиентов», в которой предлагает, как игровую механику использовать для привлечения клиентов;

– Bunchball и Badgeville используют термин «геймификация» для описания своих услуг.

2011 год – взрыв геймификации

Наибольшую популярность термин приобрел в 2011 году.

Одно из самых ранних определений геймификации можно найти в книге «Gamification by Design» (Gabe Zichermann, Christopher Cunningham), где геймификация была определена как «использование игрового мышления и игровой механики для решения проблем и привлечения клиентов» [Sykhin I., 2012, p. 98]. Авторы ввели новый термин, отметив при этом, что сама идея не нова, например, «*Военные США были пионерами в использовании видеоигр в разных отраслях. В начале 18 века шотландский философ Дэвид Юм заложил основу для понимания мотивации игроков через призму преобладания иррационального «я». В 1960-е годы психологи исследуют «игровую» сторону жизни, а с 1980-х годов Голливуд идет по горячим следам геймификации с такими фильмами, как «Военные игры»....»* [Sykhin I., 2012, p. 108].

В этом же году Компания Gamification Co проводит первый Gsummit в Сан-Франциско, собрав около 400 посетителей (к 2014 году их число увеличится вдвое). Семинар под названием «Геймификация: использование элементов игрового дизайна в неигровом контексте» проводится на конференции CHI (Взаимодействие компьютера и человека) 2011 года, положив начало исследований по геймификации.

Таким образом, к концу 2011 года термин был определен в академических публикациях.

2012 год – ажиотаж вокруг геймификации

– Технологическая компания Badgeville, предоставляющая программное обеспечение как услугу для веб-сайтов с целью влияния на поведение пользователей с помощью методов геймификации, получает финансирование в размере 25 млн долларов.

– Amazon выпускает сервис GameCircle для отслеживания достижений и списков лидеров.

– Открытые значки Mozilla созданы для признания учебных достижений.

– Наоми Олдерман выпускает Zombies, Run!, фитнес-приложение, которое превращает пробежку в парке в леденящую кровь игру – побег от зомби.

2013 год – дополнительные исследования

2013 год знаменателен дальнейшими своими исследованиями в области геймификации. Научно-практическая конференция, проходившая в кампусе Стратфордского университета Ватерлоо, объединяет исследователей различных областей и сфер деятельности. Семинары и презентации на конференции посвящены вопросам эффективного использования игровой механики, в том числе были определены перспективы применения геймификации практически во всех отраслях. Выступление Гейб Зихерманна (канадский писатель, бизнесмен, сторонник использования игровой механики в бизнесе, образовании и других не развлекательных платформах для повышения вовлеченности пользователей в процесс) «Революция геймификации: как использовать вовлечение в качестве выигрышной стратегии сверху донизу» признано докладом №1 на GSummit 2013.

Amazon обновляет систему родительского контроля FreeTime на устройствах Kindle, чтобы родители могли награждать своих детей за образовательные достижение.

2014 год – геймификация в точке бифуркации

Поскольку больший процент инициатив по геймификации не оказывает желаемого воздействия, появляется множество статей, объявляющих конец геймификации как бизнес-стратегии.

Однако дальнейшее изучение данного уникального феномена показывает, что эти инициативы потерпели неудачу, потому что их реализация не была привязана к четкой бизнес-цели. Геймификацию начинают рассматривать не как чудодейственное средство от плохой вовлеченности, а как средство борьбы с ней.

В этом году финалы World Championship проводятся онлайн.

2017 год – геймификация интегрируется в образование

Это был год, когда на сцену вышла Gamification Europe. Впервые сотни сторонников геймификации собрались вместе, чтобы поделиться идеями и стратегиями.

Всемирный правительственный саммит сформулировал стратегию применения геймификации **в образовании**. Эти два события знаменуют начало более широкого применения игровой механики. 2017 год можно рассматривать как год, когда геймификация превратилась из сопровождающего игрового механизма в новую образовательную концепцию.

Геймификация образования: от мотивации к эффективности обучения. В настоящее время геймификации уделяется много внимания в контексте того, как новейшие технологии могут модернизировать систему образования. Длительное время считалось, что игровые моменты только отвлекают от учебы. Сегодня можно выделить четыре основных аргумента по критике геймификации образования.

Аргумент 1. Геймификация излишне упрощает мотивационную задачу обучения, сводя ее к примитивному подкреплению развлекательными стимулами.

Аргумент 2. Принципиальная сложность разработки обучающего игрового мира.

Аргумент 3. Принятое изложение игровых механик, примеров их реализации, служащих основой для большинства дискуссий о геймификации, смещает акценты в понимании ключевых понятий электронного и дистанционного обучения.

Аргумент 4. Геймификация «реабилитирует» игровую культуру, которая в перспективе может вытеснить учебную культуру.

Однако большинство исследований в области образования рассматривали результаты обучения с использованием элементов геймификации как наиболее положительные, например, с точки зрения повышения мотивации и вовлеченности в учебные задачи, а также удовольствия от них.

Геймификация превращает весь учебный процесс в игру. В данном подходе игровые механики и элементы применяются в существующих учебных курсах, для лучшего мотивирования и привлечения учащихся. Примеры такого подхода включают в себя: значки достижений, очки, таблицы лидеров, индикаторы прогресса и уровни. В отличие от геймификации, игровое обучение связано с использованием игр для повышения качества обучения.

Геймификация отличается от обучающих игр, поскольку она занимает весь процесс обучения и превращает его в игру. Для этих целей разработчики используют элементы игрового дизайна, которые представляют собой цифровые объекты и элементы, которые делают процесс похожей на игру.

Здесь важно заметить, что обучающие игры также используют вышеупомянутую игровую механику, элементы и мышление. Разница в том, что основанные на обучении игры превратят процесс из курса электронного обучения в игру, тогда как Gamificaiton берет на себя весь процесс электронного обучения и превращает его в игру (см. табл. 3).

Таблица 3.

Процесс электронного обучения как игра

Точки сравнения	Геймификация образования	Обучение на основе игр	Развивающая игра
Концепция	Геймификация – это идея добавления игровых элементов неигровой ситуации	Использование игр для улучшения опыта обучения	Предназначена для того, чтобы помочь обучаемым узнать об определенном предмете, расширить концепцию, понять историческое событие или культуру
Задача	Получить мотивацию от игровой составляющей	Мотивировать участников в игре	Для обучения основам игры
Вызовы	Поиск новых подходов к решению сложных задач, освоению сложного математического знания	Вызовы как часть игры и должны быть решены	Могут и присутствовать, и не присутствовать
Персонаж	Слабая история, аватара игрока	Ситуация персонажей	Повествование, персонажи
Техники	1. Прогресс на разных уровнях. 2. Счета. 3. Аватары. 4. Виртуальные валюты .	1. Мотивация. 2. Релевантная практика. 3. Эмоциональность. 4. Сюжет.	1. Обучение. 2. Решение проблем. 3. Адаптация 4. Взаимодействие.

Точки сравнения	Геймификация образования	Обучение на основе игр	Развивающая игра
	5. Конкурс с друзьями	5. Игровые цели, задачи	5. Удовольствие
Эффекты	1. Лучший учебный опыт. 2. Эффективная среда обучения. 3. Постоянная обратная связь. 4. Содействие поведенческим изменениям. 5. Может применяться для большинства учебных задач	1. Улучшает память ребенка. 2. Точность симуляции. 3. Развивает стратегическое мышление. 4. Развивает координацию рук и глаз. 5. Развивает навыки построения	1. Моторика. 2. Социальное развитие. 3. Фокусировка и память. 4. Самооценка. 5. Творчество
Вознаграждения	Зарабатывайте очки опыта и повышайте уровень	Внутренне награды, чтобы мотивировать учеников действовать и учиться	Очки счета

Как стать специалистом в геймификации математического образования?

Основными задачами являются:

– раскрытие педагогам-математикам более широкого спектра возможностей внедрения элементов геймификации в систему образования в целом и управления процессом обучения математики в частности;

– ознакомление с новыми формами и способами организации мотивационно-обеспеченного образовательного пространства через погружение в игровое пространство, в том числе в виртуальное;

– содействие в научно-педагогическом сопровождении управлением процессами реализации творчества и функционала обучающихся в освоении сложного математического знания;

– выявление и оценка синергетических эффектов данной технологии обучения.

Методологические подходы и психолого-педагогические теории конструирования интегративного образовательного и игрового пространства:

– Установление роли личностно-ориентированного, контекстно-векторного, бихевиористского, нейрофизиологического, средового и синергетического подходов в построении модели геймификации математического образования в контексте симбиоза научно-технократической и гуманитарной парадигм;

– Анализ дидактических исследований в выявлении значения и сущности технологии игры в обучении (Н. Г. Алексеев, Б. Г. Ананьев, А. Я. Герд, В. М. Демин, Е. М. Дементьев, М. С. Каган, М. В. Кларин, П. Ф. Лесгафт, П. И. Пидкасистый, Г. К. Селевко, В. И. Устиненко, Г. П. Щедровицкий, С. А. Шмаков, В. А. Яковлев и др.);

– Психологический анализ игры [Грабенко, 2002; Выготский, 1996; Леонтьев, 2004; Рубинштейн, 2015; Шадриков, 2017; Югфельд, 2017];

– Определение педагогических возможностей: а) дидактических игр [Борзенков, 2000; Селевко, 2001, 2010; Вербицкий, 2017], б) интеллектуальных игр [Гик, 2010; Полоудин, 2016, 2017; Burgoyne, 2016; Sala, 2017; Sukhin, 2012].

Геймификация в современном математическом образовании: содержательный и технологический аспект. Ознакомление с активными и интерактивными технологиями обучения математике: классификация, принципы подготовки и организации, методические особенности проведения, практика внедрения (веб-квесты, деловые игры, игровое проектирование, дидактические игры); с технологиями обучения математике на основе решения задач на шахматной доске (интеллектуальные игры); роль видеоигр в обучении: классификация видеоигр и игровых механик; возможности применения игровых механик в образовательной среде; перечень сервисов и сообществ, использующих геймификацию для математического образования (Motion Math Games, Mathletics, World of Classcraft, «Академия игропрактики», АНО «Живые игры» и др.).

Стратегия и тактика в интеллектуальных играх: профессионально-практический модуль. Подготовка докладов слушателей по выбору о внедрении игровых технологий в практику обучения математике. Примерные тематики докладов:

Технология выявления и коррекции «проблемных зон» в обучении математике на основе шахматной игры (на примере любого раздела школьного курса математики);

Развитие креативного мышления при решении математических задач на шахматной доске;

Моделирование образовательной деятельности с применением дидактических игр на уроках математики;

Формирование функциональной грамотности через дидактическую игру на уроках математики;

Деловая игра по математике как способ формирования финансовой грамотности школьников;

Геймификация математической деятельности как фактор повышения учебной мотивации школьников и др.

Наше будущее за новыми формами и технологиями. Будущее геймификации, конечно, окутано тайной, тем не менее, в отчете за 2020 год экспертов (Крейг Миллс – менеджер по обучению в GAME; доктор Мариго Рафтопулос – эксперт в области цифровых медиа; Василис Гкогкидис – тренер по геймификации) о развитии геймификации отмечено, что ожидает геймификацию в будущем. Их выводы можно представить тремя ключевыми положениями:

– геймификация будет развиваться. Если наше понимание геймификации не будет развиваться вместе с ней, оно устареет. Устаревшее понимание его возможностей ограничит его потенциал, и мы не должны допустить этого;

– всплеск технологических инноваций приведет к взрыву новых проявлений геймификации;

– дальнейшие академические исследования по геймификации необходимы для ее фундаментального развития. Это откроет новые способы применения принципов геймификации, и придаст научную строгость практике геймификации.

ГЛАВА 2. СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

К педагогическим **особенностям проектирования** содержания математического образования школьников на основе адаптации сложного знания и интеграционных процессов отнесем:

– *личностно-ориентированный подход* к определению сущности сложного знания посредством его структуризации, интеграции и визуализации знаний и процедур, актуализации УУД и их характеристик в решении и исследовании PISA-подобных практико-ориентированных заданий. Это должно способствовать раскрытию и всестороннему развитию личности, формирующей основы для самореализации и активности школьника, создания ситуаций продуктивного учебного взаимодействия в малых группах на основе технологической гибкости и вариативности принятия исследовательских решений;

– *преемственность содержательных линий* школьного математического образования (а также типологии PISA-ориентированного подхода) и вариативности способов актуализации УУД и решения PISA-подобных практико-ориентированных задач в ходе адаптации сложного знания на основе взаимопереходов знаковых систем (вербальной, наглядно-действенной, наглядно-образной (геометрической), логической (знаково-символической));

– целостность, иерархичность и профессионально-педагогическая направленность развертывания математического содержания профессиональной подготовки учителя в единстве теоретического, практического, прикладного, эвристического, мотивационного и алгоритмико-вычислительного компонентов;

– профессионально-направленный процесс создания условий (психологических, педагогических, организационно-методических) для актуализации базовых учебных элементов школьной и вузовской математики с последующим теоретическим обобщением структурных единиц, раскрывающих их сущность, целостность и трансдисциплинарные связи в контексте интеллектуального и личностного развития студентов;

– наглядное моделирование дидактических и когнитивных процессов на основе адекватного восприятия, активизации мотивационной и эмоционально-волевой сферы, мнемических процессов, а также разнообразия форм представления математических объектов (логических, реляционных, семантических, продукционных, фреймовых, гипертекстовых);

– создание условий (педагогических, психологических, организационно-методических) для творческой активности студента, создающей основы профессионального мастерства и моделирующей приемы и методы деятельности учителя математики.

2.1. Вычислительное мышление и структурно-функциональная модель формирования и диагностики математической грамотности

Исследование процессов проявления синергии сложного знания в обучении математике оказывается непосредственно и естественно связанным с эффектом формирования не только функциональной (математической) грамотности, но и категории вычислительного мышления. Дело в том, *что основой решения и исследования практико-ориентированных задач является математическое моделирование,* то есть замещение реальных, материализованных и идеальных объектов и процедур знаково-символическими, геометрическими, реляционными, процедурными, фреймовыми, фрактальными моделями как обобщенными конструктами, вложенными в структурно-логическое поле математических знаков и символов, подчиняющихся мириадам законов и закономерностей, имеющих статус абсолютных истин. Однако реализация логического вывода не всегда приводит к точному результату (это и теорема К. Геделя о неполноте, множественность силлогизмов, что иногда становится нереальным, необходимость вычислительных процедур и многое другое), так что, особенно при исследовании сложного знания необходимо требуются информационные технологии и вычислительные процедуры, хотя бы для получения приближенного решения. Другими словами, нужно так называемое *вычислительное мышление*, когда следуя Ж. Винг «… мыслительные процессы, участвующие в постановке проблем и их решения таким образом, чтобы решения были представлены в форме, которая может быть эффективно реализована с помощью средств обработки информации» [Хеннер, 2018, с. 56]. Е. К. Хеннер приводит ряд примеров определений вычислительного мышления *(далее ВМ)*, которое непосредственно возникает при оперировании со сложным знанием и оказывает влияние на формирование математической грамотности. Ниже некоторые из этих суждений:

– ВМ тесно связано с процессуальным мышлением, определение которого сформулировал Сеймур Пейперт еще в 1981 г. [Брунер, 2008]. Процессуальное мышление включает в себя разработку, представление, тестирование и отладку процедур, представляющих собой набор пошаговых инструкций, каждая из которых может быть формально интерпретирована и исполнена специальным исполнителем, таким как компьютер или автоматическое оборудование;

– ВМ связано с изучением механизмов интеллекта, сопровождаемым практическими приложениями, выражаемыми в усилении человеческого интеллекта путем использования инструментов, помогающих автоматизировать решение сложных задач;

– ВМ – способ формулирования точных методов эффективного решения задач, включая тщательный анализ задач и процедур решения.

Практически речь идет о выявлении обобщенных конструктов и процедур в информационных процессах, сопровождающих исследование сложного знания: *таким образом, нас интересуют обобщенные конструкты и процедуры решения и исследования сложного знания на основе математического и компьютерного моделирования (в том числе, игровой деятельности) с актуализацией математической грамотности школьников в ходе практико-ориентированных процедур решения PISA-подобных заданий.*

Именно их актуализация, как указывает С. Л. Рубинштейн, и есть основа для формирования способностей, в том числе, математической грамотности [Рубинштейн, 2015] (см. рис. 5).

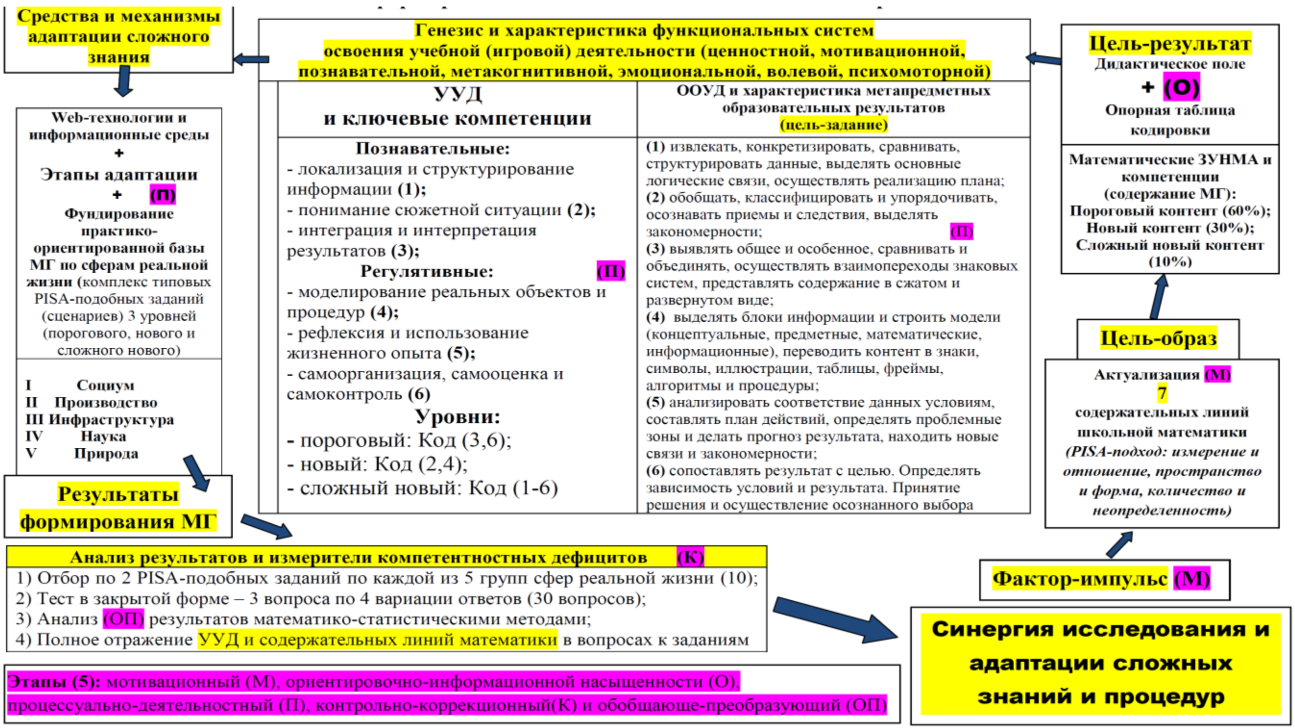


Рис. 5 Структурно-функциональная модель формирования и диагностики математической грамотности и этапы формирования и диагностики математической грамотности обучающихся

Центральным системообразующим компонентом педагогической технологии при формировании математической грамотности является ее ***цель.*** Можно выделить три аспекта цели: во-первых, как традиционно это «идеальный или мысленно представляемый ее **результат**»; во-вторых, как уровень требований, направленных на характеристику содержания функциональной (математической) грамотности: параметры и уровни содержания математической грамотности; широта опыта личности **(через освоение сложного знания)**, этапы проявления в математической грамотности в структуре обогащенного опыта, эмоционально-волевой и мотивационной сферы, креативности и творческой активности личности и т. п.; в-третьих, как целостный и динамический процесс развертывания **иерархии целей и уровня достижений и отражения математической грамотности** в учебной (игровой) деятельности, принятых личностью.

В процессе освоения феномена и концепта математической грамотности формирование цели начинается с передачи школьнику нормативной цели – результата формируемого опыта личности, включающего содержание концепта во всем многообразии проявления сущности. Задача обучающего *на первом этапе* формирования представлений о концепте математической грамотности состоит в том, чтобы сформировать у обучаемых представление о нормативном результате деятельности (НРД).

Анализ различных видов деятельности позволяет выделить два вида цели-результата по В. Д. Шадрикову:

– **цель-образ** – непосредственно направляющая и регулирующая учебную (игровую) деятельность на всем ее протяжении (например, последовательность, этапы адаптации сложного знания, требования, структура, сценарий, средства и формы);

– **цель-задание** – регулирующая учебную (игровую) деятельность через конечный результат, который выступает в форме содержания и сущностных связей концепта математической грамотности: УУД и их характеристика, знания, умения, навыки, математические методы, идеи, алгоритмы, процедуры.

Формирование у обучающихся представлений о том, что должно быть получено в результате учебной деятельности, составляет только первый этап формирования цели-результата. На втором и третьем этапах формируется представление о качественных и количественных параметрах деятельности. Так, диагностируемой ориентировочной основой учебной деятельности по формированию функциональной (математической) грамотности может выступать процедура поэтапной адаптации сложного знания к содержанию школьной математической деятельности, которая представляет собой проектирование в свернутом виде содержания и структуры теоретических и практико-ориентированных конструктов, развертывающихся в иерархиях исследовательской деятельности школьников. При этом необходимо отражение и освоение УУД и актуализация процессов и когнитивных схем интеграции знаний и процедур, адекватное диагностируемому целеполаганию приобретения, применения и преобразования сущностных характеристик математической грамотности через призму решения и исследования практико-ориентированных заданий.

Качественные параметры освоения математической грамотности школьниками задаются компонентным составом, способами выполнения исследовательской деятельности и проектированием теоретического и эмпирического знания, практического и прикладного компонентов, эвристической и алгоритмико-вычислительной деятельности в насыщенной информационно-образовательной среде. Представление о количественных параметрах формируется с опорой на психофизические особенности школьников, акценты индивидуализации и дифференциации исследовательской деятельности, требования Государственного образовательного стандарта общего образования и его региональных особенностей, логику проектирования и развертывания содержания интеграции математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний и процедур, критерии контрольно-оценочной деятельности обучающего.

Учебные цели реализуются через мотивированную учебную деятельность в определенных объективных и субъективных условиях активности личности в решении дидактических задач. В свете деятельностного подхода (Л. С. Выготский, С. Л. Рубинштейн, П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина, А. Н. Леонтьев и др.) в структуре деятельности выделяются следующие компоненты: потребности, мотивы, цели, условия, результаты, объект, на который она направлена. *Деятельность понимается как реальный* *процесс взаимодействия человека, являющегося субъектом этой деятельности, с окружающим миром, взятым в его целостности, процесс решения жизненно важных задач и складывается из совокупности действий и операций*. Действие (как единица психологического анализа деятельности) – составляющий элемент деятельности, состоит из операций, с помощью которых выполняется действие, и всегда направлено на достижение цели. П. Я. Гальперин выделил в любом действии три компонента: ориентировочный, исполнительный и контрольно-корректировочный [Гальперин, 2015]. Н. Ф. Талызина отмечает: «Ориентировочная основа – это та система условий, на которую реально опирается человек при выполнении действий. Ее можно раскрыть как процесс использования ориентировочной основы действий» [Талызина, 2019, с. 156]. Но, рассматривая деятельность процесса учения как сложную систему действий и операций, необходимо формировать ориентировочную основу учебной деятельности, адекватно соотнесенную с целью-результатом учения. При этом важнейшей с психологической точки зрения является ориентировочная часть деятельности, предназначенная выполнять сигнальную функцию, ориентировать индивидуума на процесс решения, в том числе практико-ориентированных задач, развертывающихся в своих иерархиях и отражающих базовые цели формирования математической грамотности.

Содержание математического образования в нашей парадигме, отражающее процессы формирования функциональной (математической) грамотности школьников, определяется как совокупность интегрированных практико-ориентированных знаний, умений, навыков, математических методов и процедур, взглядов и убеждений по освоению и адаптации сложного знания, а также определенный уровень развития познавательных сил и практической подготовки школьников, достигнутой в ходе исследовательской (игровой) деятельности.

2.2. Этапы, технологии и программа проявления синергии сложного знания в формировании математической грамотности

Технология выявления и исследования «зон современных достижений в науке (проблемных зон) применительно к обучению математике позволяет проектировать и реализовывать этапы адаптации современных достижений в науке к наличному состоянию опыта математической деятельности школьников , позволяет интегрировать знания из различных областей наук в контексте школьной математики, создает прецедент исследовательской деятельности школьников при работе в проектной деятельности (в том числе, в малых группах) и в форме развертывания индивидуальных образовательных маршрутов обучающихся, актуализирует синергетические эффекты в процессе освоения сложного знания» [Смирнов, 2016, с. 47].

«Зона современных достижений в науке (проблемная зона)» в математическом образовании школьников – это комплекс содержательных, процессуальных и личностно-адаптационных компонентов обучения математике, основанных на вскрытии противоречий, этапов и проблем когнитивной деятельности школьников в освоении и адаптации современных достижений в науке к школьной математике в урочной и внеурочной деятельности и нацеленных на поиск и исследование сущностей и связей ее сложных учебных элементов, самоорганизацию и эффективное развитие школьников на основе диалога культур.

Критерии выявления «зон современных достижений в науке*»* применительно к обучению математике, основаны на особенностях решения сложных задач [Смирнов, 2017] и имеют следующие характеристики:

– в динамике освоения современных достижений в науке средствами школьной математики есть возможность *вскрытия противоречий и явной неадекватности способов и приемов анализа и исследования информации*, невозможность переноса связей и процедур учебных элементов в частном их проявлении на более общую конструкцию, актуальность построения контрпримеров, присутствие доли неопределенности и непредсказуемости в определении прикладных возможностей обобщенного конструкта, ограниченность объема учебных элементов, требующих разнообразных решений, построенных на основе эмпирических, а не только теоретических обобщений, возможность развития дивергентного мышления обучающихся и понимания функционирования математических операций;

– процесс выявления сущности учебных элементов в сложных «зонах современных достижений в науке» основан на *множественности целеполагания и возможности выявления этапов математического моделирования обобщенного конструкта* и разумной конечности этапов адаптации обобщенной сущности к наличному состоянию опыта математической деятельности. Эффективные правила (*фундирующие модусы* [Смирнов, 2012]) поэтапного развертывания сущности могут быть выделены, но они будут с неизбежностью достаточно вариативны на основе *наглядного моделирования* [Смирнов, 2017а] и принципиально зависимы от контекста;

– необходимы *разнообразные поисковые пробы с использованием информационных технологий* (экспериментальные срезы, варьирование условий и параметров функционирования «зоны современных достижений в науке», сравнительный анализ конкретных проявлений, компьютерное моделирование, аналогии, анализ через синтез (С. Л. Рубинштейн) и т. п.) – реальные взаимодействия и *диалог математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур*, а не только теоретическая деятельность с ее абстрактными моделями. Результат этого поиска не может быть известен заранее. Алгоритмы деятельности (строгие однозначные предписания по ее выполнению) рассматриваются как самый частный вид исследовательских стратегий. Более общее значение имеют эвристики разной степени неопределенности;

– результаты исследования «зоны современных достижений в науке» и процессы взаимодействия с ней *не могут быть предсказаны полностью*, исчерпывающим образом; для этого взаимодействия характерна множественность результатов – наряду с прямыми, прогнозируемыми результатами образуются разнообразные побочные, непредсказуемые продукты.

Отметим, что ориентиром для проектирования технологии адаптации сложного знания в процессе обучения математике будет для нас исследования и инструментарий технологических карт В. М. Монахова, которые «…представляются тремя инструментальными составляющими: первая – диагностика (то, что будет диагностироваться); вторая – дозирование (то, что обеспечивает вероятностную гарантированность предстоящей когнитивной деятельности на базе успешной диагностики); третья составляющая – это система коррекционной профилактики…» [Монахов, 2016, с. 87].

Нам представляется следующая коррекция последовательности введения инструментальных составляющих *технологической карты развертывания этапов адаптации сложного знания:*

– диагностика синергетических эффектов и наличного состояния личностных смыслов и предпочтений в способах освоения математического содержания;

– определение критериев отбора, объема, структуры и содержания «проблемных зон» в освоении математического знания, обладающих потенциалом сложности и возможностями проявления синергии в обучении математике;

– исследование образцов научных проблем (на эталонном и ситуативном уровнях) с проявлением синергии сложного знания средствами математики на основе реализации ИКТ-средств поддержки математического образования;

– актуализация атрибутов и параметров проявления синергии научной проблемы («проблемной зоны» математического образования) с детализацией, анализом, особенностями и этапами;

– актуализация, обобщение и оценка математических, информационных, гуманитарных и естественно-научных знаний и методов в процессуальном периоде исследования «проблемной зоны» в контексте интеграции, этапности и вариативности проявлений.

Задачи исследования «зоны современных достижений в науке»:

– освоить средствами математического и компьютерного моделирования содержательные конструкты приемов и этапов адаптации обобщенного научного знания к наличному состоянию школьных математических знаний и способов учебной деятельности обучающихся;

– выявить и обосновать новые математические результаты в ходе освоения и исследования этапов проявления сущности обобщенного конструкта (построить спираль фундирования сущности); построить графы согласования учебных элементов школьной математики с элементами обобщенных конструкций;

обеспечить наглядность моделирования и высокий уровень учебной мотивации школьников в контексте актуализации приложений и конкретизации сущности обобщенного конструкта;

– отразить и актуализировать тезаурус синергии математического образования в ходе исследовательской деятельности обучающихся: флуктуации, точки бифуркации, аттракторы, бассейны притяжения и т. п.;

– развивать дивергентное мышление и творческую самостоятельность обучающихся на фоне освоения интегративных конструктов математических знаний и процедур, учета вероятных и невероятных обстоятельств, конструирования содержания, этапов, базовых и вариативных характеристик объекта проектирования;

– развивать умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях и когнитивной деятельности на основе диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур.

Технология исследования «зоны современных достижений в науке» в обучении математике с синергетическими эффектами основана на поэтапном *феноменологическом типе* раскрытии сложной сущности обобщенного конструкта «зоны» средствами математического и компьютерного моделирования в условиях диалога и единства математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур [Broadbent, 2015].

Выделим ряд **технологических этапов развертывания фундирующих процедур** *в процессах адаптации современного научного знания* к школьной математике с проявлением синергетических эффектов и отражения *феноменологического типа моделирования сущности* обобщенного конструкта:

– ***мотивационный*** (*самоактуализация («мне это интересно»)* – проявляется в выраженности ценностных и личностно-адаптационных характеристик познавательной деятельности обучаемых по освоению *эталонов и образцов феноменологии* наглядного моделирования обобщенного конструкта и результатов диагностических процедур: значимость и ценностные ориентиры; выбор способов деятельности по раскрытию отдельного качества проявления обобщенной сущности (содержательного или процессуального компонента – см. рис. 3); поиск и анализ выявления этапов научного познания; методов исследования и механизмов осуществления внутрипредметных и межпредметных связей на основе профессионально-ориентированного и исследовательского подходов; настрой личности на самоопределение и самоорганизацию; освоение принципов и стилей научного мышления: индукции, дедукции, инсайта, аналогии, инверсии и антиципации.

1. **Освоение эталонов и образцов феноменологии наглядного моделирования обобщенного конструкта и результатов диагностических процедур** (вариативность дефиниций, способов представления и условий существования – историогенез, практикоориентируемость, экспериментальные и прикладные методы и процедуры в исследовании эталонов и образцов проявления синергии; верификация аналогий и ассоциаций обобщенного конструкта, компьютерное и математическое моделирование конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта;

2. **Мотивационное поле:** Наглядное моделирование *(уроки-лекции, видео-клипы, проектная деятельность, презентации, деловые игры)* мотивационно-прикладных ситуаций различного толкования эталонов и образцов проявления синергии (на примере нечетких множеств и fuzzy-logic):

– *нечеткие множества:* диаграммы Заде и Венна, типы и построение функции принадлежности для приложений; характеристики нечетких множеств; *автоматическое* управление карусельной печью в производстве цемента (Mamdani, 1977);

– *повышение* качества изображений, сегментация изображений и выделение контуров на изображениях; *нейронные сети*; обработка изображений (Fijiwara, 1991; Franke, 1994);

– *нечеткий вывод:* этапы, операции, фаззификация и дефаззификация, системы управления движением транспорта (Sasaki, 1988; Voit, 1994);

– *нечеткое управление:* нечеткие нейронные сети, автоматическая стиральная машина (Zimmerman, 1994); лечение диабета и контроль уровня сахара в крови (Jakoby, 1994; Kageyama, 1990).

3. ***Задачи*** для актуализации развертывания *индивидуальных образовательных траекторий для малых групп студентов* (определение состава и направленности малых групп,

распределение ролей, выбор и актуализация практико-ориентированной исследовательской деятельности по этапам фундирования и адаптации обобщенного конструкта:

3.1. Презентовать историко-генетическое и проблемное обоснование появления и приложений нечетких множеств и fuzzy logic Л. Заде средствами наглядного моделирования (построение, вычисление, свойства, вариации, лабораторно-расчетные занятия, использование ClassPad400, выявление тенденций и фаз, презентации);

3.2. Исследовать средствами компьютерного и математического моделирования реальный функционал , операциональность и лингвистический контекст процессов и процедур, эффективно решаемых использованием нечетких множеств и fuzzy logic (концептуальное моделирование, математические модели и компьютерный дизайн, вариации и характеристики, вычисление и построение, прикладные задачи, ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, использование MathLab, ClassPad400, GeoGebra, Excel, выявление закономерностей и презентации);

3.3. Экспериментально исследовать средствами компьютерного и математического моделирования способы и вариативность построения нечетких множеств и нечеткого управления (построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, лабораторно-расчетные занятия, использование ClassPad400, кроссплатформенной среды Qt Creator, выявление закономерностей и презентации);

3.4. Исследовать средствами компьютерного и математического моделирования приложения и прикладные задачи на основе использования нечетких множеств и fuzzy logic (построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, использование ClassPad400, систем компьютерной алгебры Maple, MathCad, MathLab, выявление закономерностей и презентации);

– ***ориентировочно-информационной насыщенности*** *(самоопределение («что я могу сделать»))* в реализации эмпирических проб и проектировании наглядных моделей фундирующих процедур представления частных проявлений сущности обобщенного конструкта «проблемной зоны» математического образования на основе познавательной *самостоятельности* и актуализации действий, компетенций и характеристик личностных качеств. Реализация процесса выявления существенных связей и преемственности эмпирических обобщений, *осознание функциональности уровня математического содержания проявления сущности обобщенного конструкта и коррекции состояния его параметров и условий,* адекватности и эффективности соотнесения направленности «цель-результат», базовости и интегративности проектируемых конструктов как ориентировочной и информационной основы целенаправленной и вариативной учебной деятельности:

1. Компоненты, актуализация и организация процессов адаптации обобщенного конструкта «проблемной зоны» к содержанию школьной или вузовской математики (противоречия и доступность математического аппарата и методов – графы согласования знаний и методов, наглядное моделирование и фундирующие процедуры; актуализация атрибутов синергии и интеграции знаний, поиск устойчивых кластеров эмпирических обобщений и приложений (уроки-лекции, видео-клипы, лабораторно-расчетные занятия, ресурсные занятия, проектные методы, компьютерный дизайн и вычислительные процедуры, презентации, деловые игры, научные конференции и семинары):

2. Множественное целеполагание процессов исследования обобщенного конструкта «проблемной зоны» ***(на примере проекта:*** *нечеткие множества и fuzzy logic*):

2.1. Выявление содержания, этапов фундирования сущности обобщенного конструкта (нечеткие множества и fuzzy logic), формализации, историогенеза, наличие образцов проявления сущности на эталонном и ситуативном уровнях;

2.2. Множественный опыт решения микропроблем математического образования в режиме “warming up” и развития надситуационной активности (эмоциональное переживание, рефлексия, наглядное моделирование, инсайт, верификация решения, перенос); анализ возможностей ИКТ-средств для проверки адекватности решения сложных задач математическими методами; самостоятельная постановка задач и методов их решения;

3. Готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление критериев отбора, постановки и поиска решения исследовательских практико-ориентированных задач на основе диагностической информации, систематизированных в форме фундирующих комплексов;

– ***процессуально-деятельностный*** (самоорганизация («я способен управлять процессом») проявляется в проектировании и организации *технологии* освоения обучаемыми исследовательских процедур освоения инновационных проявлений сущности обобщенного конструкта в ходе развертывания ее фундирующих этапов и на основе актуализации приемов творческой познавательной самодеятельности и диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур. При этом разрабатываются и реализуются формы, методы и средства освоения обобщенного конструкта, адекватные своим локальным, модульным и глобальным проявлениям развертывания фундирующих процедур:

1. *Создание творческой среды* в процессе освоения сущности обобщенного конструкта (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах и диалог культур; толерантность к неопределенности; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); сбор и разнообразие форм и методов представления информации, вероятностно-статистический, контентный, графический, кластерный, математический анализ данных; освоение статистических пакетов и офисных редакторов, малых средств информатизации, систем компьютерной алгебры и Web-поддержки.

2. *Развитие дивергентного мышления* на фоне освоения интегративных конструктов, учета вероятных и невероятных обстоятельств, конструирования содержания, этапов, базовых и вариативных характеристик объекта проектирования; теоретическое и эмпирическое обобщение знаний и методов, интеграция знаний и методов на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего развития» личностного опыта.

3. Умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур. *Эффективный диалог математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур* на основе компьютерного и математического моделирования компонентов и этапов адаптации обобщенного конструкта «зоны современных достижений в

науке» (нечеткие множества и fuzzy logic) к школьной или вузовской математике. Диалог гуманитарной, информационной, математической и естественно-научной культур в образовательном пространстве будем рассматривать как взаимодействие, взаимовлияние, взаимообогащение областей знания, которое даёт представление о разных способах познания и осознания действительности (рациональном естественно-научном и иррациональном гуманитарном) на основе открытости информационных сред, принципиально различных, несоизмеримых, но взаимопроникающих типах нелинейного мышления (логическом и интуитивном), способах восприятия информации (дигитальном и визуальном), формирует у обучающихся целостное представление о природе, обществе, человеке, является фактором развития постнеклассических ценностей, междисциплинарного системного знания. Процесс проявления синергии знаний и процедур реализуется поэтапно согласно выделенным уровням актуализации диалога культур в направлении развертывания фундирующих дидактических процедур оснащения и освоения сущности обобщенного конструкта «зоны современных достижений в науке» и получения вероятностно гарантированных результатов обучения математике:

– *структурно-логический уровень* интеграции знаний и процедур различных дисциплин в контексте диалога и единства многообразия культур в освоении обучающихся (в малых группах, деловых играх, сетевых взаимодействиях, презентациях, научных конференциях и семинарах) образцов проявления синергии на эталонном и ситуативном уровне исследования конкретных естественно-научных и гуманитарных проблем математическими и компьютерными методами (распределение ролей в малых группах, построение и актуализация графов согласования межпредметных знаний и процедур, множественность формализации и конкретизации сущности обобщенного конструкта, освоение на практико-ориентированном уровне приемов логического и интуитивного мышления, варьирование модальностей восприятия информации – знаково-символической, образно-геометрической, вербальной. конкретно-деятельностной и тактильно-кинестетической);

– *уровень актуализации единства и особенностей диалога культур* в многообразии межкультурной коммуникации в продуктивном освоении этапов развертывания сущности обобщенного конструкта (нечеткие множества и fuzzy logic). Это проявляется в углубленном исследовании конкретной проблемы современного научного знания на основе многообразия проявлений математических структур (геометрических, алгебраических, топологических, стохастических), использования многообразия средств компьютерного моделирования (систем динамической геометрии – GeoGebra, Математический конструктор, Autograph, компьютерной алгебры – Mathcad, MathLab, Maple, Mathematica, малых средств информатизации – ClassPad400, кроссплатформенной среды Qt Creator, педагогические программные продукты, Web 2.0., Wiki и др.), естественно-научных и гуманитарных приложений на основе математического и компьютерного моделирования. При этом основой диалога культур являются проявления сущности обобщенного конструкта на данном этапе изучения. Дополнительно могут быть реализованы формы: проектная деятельность, WebQuest, тренинги;

– *уровень самоорганизации и саморазвития межкультурных взаимодействий* в контексте актуализации сущности обобщенного конструкта (появление побочных продуктов, преобразование форм и методов, варьирование параметров и условий диалога культур, появление устойчивого интереса и ценностного отношения к другим культурам, разработка интегративных курсов и программ с целями и результатами достижения синергетических эффектов.

4. Наглядное моделирование интеграции (графы согласования) математических, информационных, гуманитарных и естественно-научных знаний на этапах проявления сущности; создание ситуаций интеллектуального напряжения и самоорганизации обучающихся, актуализация неопределенности и точек бифуркации математических процедур, механизмов самоопределения и самоактуализации в проблемных ситуациях в ходе освоения компонентов сущности обобщенного конструкта;

– ***контрольно-коррекционный*** *(оценка эмпирической верификации результатов)* – проявляется в проектировании функций и этапов мониторинга и диагностических процедур измерения состояния и расширения опыта, развития психических функций, синергетических эффектов и характеристик личностных качеств обучаемых;

4.1. *Определение и оптимизация технологических процедур и предметного содержания* образования, уровня освоения сущности и этапов развертывания спиралей и кластеров фундирования; определение целостного комплекса спиралей и кластеров фундирования опыта личности в ходе освоения сущности обобщенного конструкта как необходимого компонента дидактического поля и основы вариативности процессов адаптации современных достижений в науке;

4.2. *Учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности*, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности; самоанализ эффективности стратегий и методов решения, выбор оптимального пути решения проблемы;

4.3. *Оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий*, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи;

5. **Актуализация атрибутов синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения)** в процессе исследования обобщенного конструкта (нечеткие множества и fuzzy logic) – *Формы:* дистанционное обучение проектных групп, лабораторно-расчетные занятия, многоэтапные математико-информационные занятия, научные конференции и семинары, сетевое взаимодействие и дискуссионные форумы; *Средства:* математическое и компьютерное моделирование , QT Creator – кроссплатформенная свободная IDE для разработки на С++, педагогические программные продукты, малые средства информатизации ClassPad400, WebQuest – как средство интеграции Web-технологий с учебными предметами, Wiki-sites, Messenger, Skype; *Технологии:* графы согласования математических знаний и процедур, работа в малых группах, WebQuest – как технология самоорганизации в коллективном творчестве, метод проектов, Wiki–технология, наглядное моделирование, фундирование опыта личности.

– **обобщающе-преобразующий** (*саморазвитие личности (« я могу сделать что-то новое»))* характеризуется: содержанием и характеристиками переноса инноваций в массовую практику освоения школьной математики; интеграцией индивидуального и социального в проектировании инновационных обобщающих конструктов; информационным обменом, социализацией и верификацией инновационной деятельности; характеристиками, параметрами и показателями становления и выраженности индивидуальных образовательных траекторий школьников.

5.1. *Надситуативный уровень мышления*, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации.

5.2**.** *Выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций*, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов.

5.3. *Прогноз и «побочные продукты» исследования* **(**видео – клипы, проектные методы, компьютерный дизайн и интеллектуальные системы, веб-квесты, презентации).

Кластер фундирования обобщенного конструкта с актуализацией атрибутов синергии (см. рис. 6): представляет собой дидактическую модель фундирования проявлений синергии и адаптации сущности обобщенного конструкта из 4 фаз: *первоначального уровня* освоения сущности базового учебного элемента на интуитивно-наглядном уровне, *функционального этапа* осознания и коррекции функций, параметров и условий динамики и вариативности параметров процесса *, операционного этапа* осознания и обобщенности временной и функциональной последовательности действий освоения сущности базового учебного элемента, *оценочного этапа* эмпирической верификации результатов, количественного и качественного анализа действий средствами математического моделирования и компьютерного дизайна, *интегративного этапа,* направленного на умение переводить ситуацию освоения сущности на процессы моделирования, обобщения и переноса. Каждый этап интегрирован с тремя спиралями фундирования средств оснащения процессов развертывания и адаптации сущности обобщенного конструкта (см. рис. 6): *мотивационно-прикладным сопровождением процессов освоения сущности*; *математическим и компьютерным моделированием проявления синергетических эффектов и атрибутов* и *этапами адаптации обобщенного конструкта к школьной математике* (мотивационном, ориентировочно-информационной насыщенности, процессуально-деятельностном, контрольно-коррекционным и обобщающе-преобразующим).

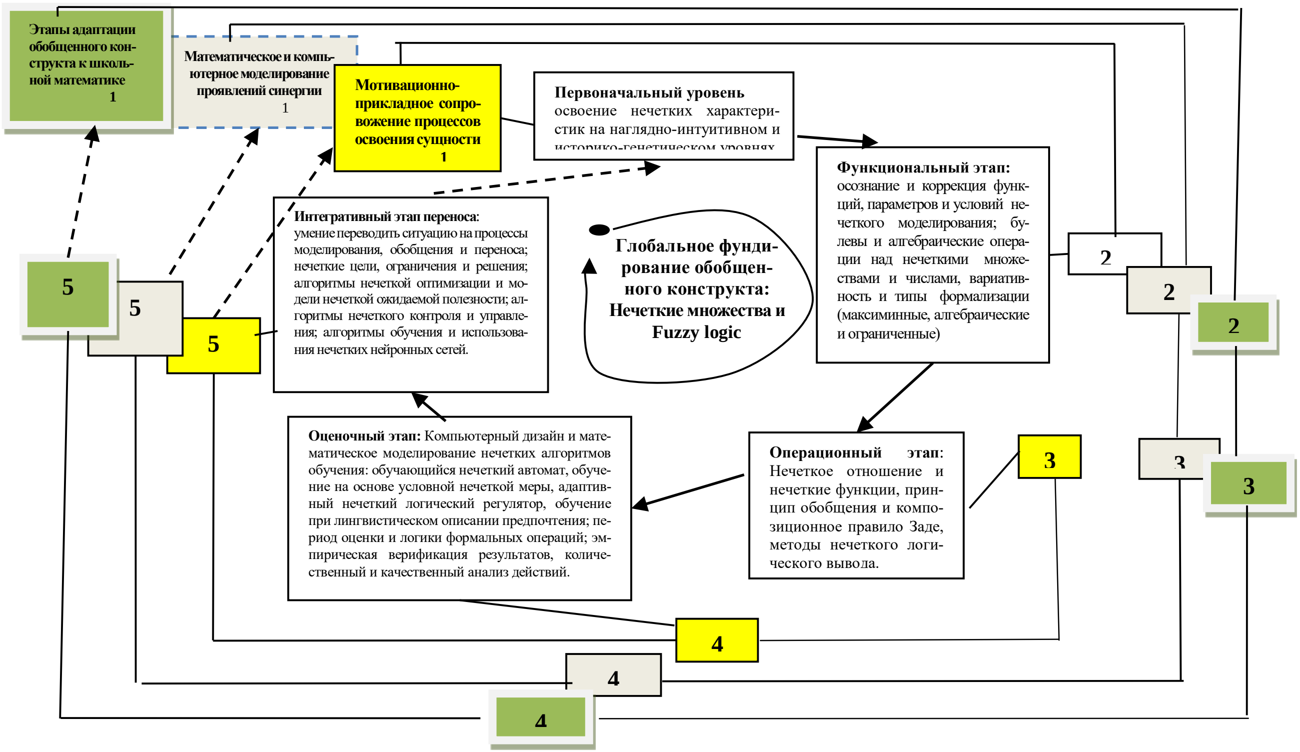


Рис. 6. Кластер фундирования проявлений синергии в адаптации обобщенного конструкта «нечеткое множество и fuzzy logic»

Взаимодействие человека с миром и людьми активизирует его внутренние потенциалы, что выступает основой его самопознания, саморегуляции и самоактуализации, обеспечивая тем самым его личностное саморазвитие. Знания и ценности, которые опосредуются в процессе обучения математике, могут быть приняты и стать достоянием обучающегося, когда они активно перерабатываются и усваиваются не отдельным индивидом, а становятся содержанием общения и деятельности в группе, если они будут интегрированы в совокупность всей той информации, которой группа располагает.

В связи с этим, особое внимание в структуре функционирования кластера фундирования уделяется рассмотрению проблем организации группового взаимодействия обучающихся, являющегося важнейшим источником их самоактуализации и развития, стимулом для творческой активности и дальнейшего личностного роста. При организации групповой творческой деятельности необходимо создать условия для генерирования множественности решений проблемы на основе информационной обогащенности, интеллектуального напряжения и низкой степени регламентации поведения. Так при групповой форме работы студенты имеют возможность проявлять надситуационную активность и реализовать приемы активизации творческого мышления во взаимной зависимости, актуализируя динамику творческого процесса: интуиция, вербализация, наглядное моделирование, формализация, рефлексия, верификация, на основе синтеза конвергентного и дивергентного мышления.

Технология выявления и исследования «зон современных достижений в науке (проблемных зон)», адаптации их применительно к обучению математике позволяет проектировать и реализовывать этапы адаптации современных достижений в науке к наличному состоянию опыта математической деятельности обучающегося, позволяет интегрировать знания из различных областей наук в контексте освоения сложного знания. Выделим ряд **технологических этапов развертывания фундирующих процедур** *в процессах адаптации сложного знания* к школьной и вузовской математике с проявлением синергетических эффектов и отражения *феноменологического типа моделирования сущности* обобщенного конструкта:

1. *Освоение эталонов и образцов феноменологии наглядного моделирования обобщенного конструкта и результатов диагностических процедур* конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта.

2. *Создание мотивационное поля в освоении обобщенного конструкта*: наглядное моделирование *(уроки-лекции, видео – клипы, проектная деятельность, презентации, деловые игры)* мотивационно-прикладных ситуаций различного толкования эталонов и образцов проявления синергии.

3. Задачи для актуализации развертывания *индивидуальных образовательных траекторий для малых групп студентов* (определение состава и направленности малых групп, распределение ролей, выбор и актуализация практико-ориентированной исследовательской деятельности по этапам фундирования и адаптации обобщенного конструкта:

4. *Множественное целеполагание* процессов исследования обобщенного конструкта «проблемной зоны»:

5. *Готовность к дискуссиям и множественности решений* проблемы; выявление критериев отбора, постановки и поиска решения исследовательских практико-ориентированных задач на основе диагностической информации, систематизированных в форме фундирующих комплексов;

6. *Создание творческой среды* в процессе освоения сущности обобщенного конструкта (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах и диалог культур; толерантность к неопределенности и развитие дивергентного мышления; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); сбор и разнообразие форм и методов представления информации; освоение статистических пакетов и офисных редакторов, систем компьютерной алгебры и Web-поддержки;

7. Умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур. *Эффективный диалог математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур* на основе компьютерного и математического моделирования компонентов и этапов адаптации обобщенного конструкта «зоны современных достижений в науке» в школьной математике;

8. *Актуализация атрибутов синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения)* в процессе исследования обобщенного конструкта, фундирования; выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и «побочные продукты» исследования.

Таблица 4.

ПРОГРАММА
развития проявления синергии
освоения сложного знания в математическом образовании

	Студент	**Педагог**
1 этап **Подготовительный**	• наличие образцов (на эталонном и ситуативном уровнях) решения учебных и научных проблем с детализацией, анализом и особенностями, презентацией исследовательских этапов, методов и процедур; • освоение методов и форм научного познания, создание ситуаций интеллектуального напряжения, самоопределение и самоактуализация в проблемных ситуациях; • множественный опыт решения микропроблем в режиме «warming up» и развития надситуационной активности (эмоциональное переживание, рефлексия, наглядное моделирование, инсайт, верификация решения, перенос); • создание творческой среды (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах; толерантность	• наличие внешних стимулов в форме презентации и ценностного принятия передовых педагогических технологий, идей; • наличие вариативности образцов решения педагогических проблем с анализом и особенностями творческих решений (на эталонном и ситуативном уровнях); • широкое освоение средств самодиагностики и развития мотивов самоактуализации личности педагога на основе обретения новых ценностей и определения наиболее эффективных и успешных проявлений собственного педагогического опыта; • развитость конвергентного и критического мышления; отбор,

	Студент	Педагог
	к неопределенности; готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); • постановка и поиск решения исследовательской задачи, актуализация и освоение информационных «зон ближайших и отдаленных ассоциаций», сбор и разнообразие форм и методов представления информации, вероятностно-статистический, контентный, графический, кластерный, математический анализ данных, выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов; • возникновение, требования и типы гипотез, анализ их адекватности, проверяемости, достоверности; выдвижение и формулировка гипотез; • освоение статистических пакетов и офисных редакторов, малых средств информатизации, систем компьютерной алгебры и Web-поддержки; анализ возможностей ИКТ-средств для проверки адекватности решения	постановка и поиск решения исследовательских практико-ориентированных задач, систематизированных в форме фундирующих комплексов с фиксацией необходимых этапов: сбор и анализ данных, возникновение гипотез, анализ возможностей ИКТ-средств поддержки и их внедрения в предметную область; • проектирование инновационных методик, например, «warming up»: проблема – рефлексия – наглядное моделирование – инсайт – анализ – верификация решения – перенос, на многофункциональную проектную деятельность; • технологическая готовность и проектировочная культура: владение методиками и средствами педагогической инноватики; • знакомство с приемами и методами научного познания, создание ситуаций интеллектуального напряжения, самоопределение и самоактуализация в проблемных ситуациях;

	Студент	Педагог
		• освоение технологий фундирования, наглядного моделирования, расширения метакогнитивного опыта и др.; • способность к педагогической рефлексии и освоению ее типов (интеллектуальной, личностной, кооперативной и коммуникативной), поиску и анализу педагогических проблем
2 этап **Содержательно-технологический**	• средства, задачи, методы и алгоритмы Data Mining в эффективном решении проблемы; • наглядное моделирование в основе визуализации объектов и процессов; • развитие дивергентного мышления на фоне освоения интегративных конструктов, учета вероятных и невероятных обстоятельств, конструирования содержания, этапов, базовых и вариативных характеристик объекта проектирования; • построение плана решения задачи, концептуальной, предметной, информационной и математической моделей, анализ возможностей ИКТ-средств поддержки; • актуализация множественности решений на основе однозначности данных;	• конструирование спиралей и кластеров фундирования по типу: теоретическое и эмпирическое обобщение знаний и методов, интеграция знаний и методов на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего развития» личностного опыта; • историко-генетическое оснащение спиралей и кластеров фундирования знаний; • умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях; • развитие дивергентного мышления на фоне освоения интегративных конструктов;

	Студент	Педагог
	• интуиция и прогноз результатов, поиск и алгоритм решения, инсайт, фиксация и верификация процедур и алгоритмов, презентация результатов; • теоретическое и эмпирическое обобщение знаний и методов, интеграция знаний и методов на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего развития» личностного опыта; • умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе принципов самоуправления, распределения ролей, осознания личностных смыслов и предпочтений, создания творческих групп; формирование положительной «Я-позиции» в условиях диалога культур и творческой самостоятельности	• создание ситуаций выбора и неопределенности, принятия решения с высокой степенью ответственности; • личностный опыт творчества и становления индивидуального стиля педагогической деятельности; • наглядное моделирование на основе визуализации объектов и процессов; • актуализация множественности решений на основе однозначности данных; • интуиция и прогноз результатов, поиск и алгоритм решения, инсайт, фиксация и верификация процедур и алгоритмов, презентация результатов; • создание творческой среды в образовательном учреждении (стимулирование ситуации успеха; работа в исследовательских группах; толерантность к неопределенности; готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов)

	Студент	Педагог
3 этап **Оценочно-коррекционный**	• проверка гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи; • учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ эффективности стратегий и методов решения, выбор оптимального пути решения проблемы	• проверка гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи; • учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ предпочтений выбора оптимального пути решения; • мониторинг и оценка эффективности стратегий и их модификаций в процессе решения педагогической задачи
4 этап **Обобщающе-преобразующий**	• совершенствование исследовательской культуры в переживаниях надситуационной активности и участие в постояннодействующих научных семинарах и практикумах, апробация активных методов обучения инновационного профиля, использование опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д. в процессе внедрения новых интерактивных методик и информационных технологий; • анализ и перенос теоретических и эмпирических	• совершенствование профессиональной культуры на основе новых подходов к управлению данными процессами в форме постоянно действующих семинаров и практикумов с использованием активных методов обучения, опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д., в процессе внедрения новых интерактивных методик и информационных технологий;

	Студент	Педагог
	обобщений, и рефлексивный контроль характеристик сформированности индивидуального стиля педагогической деятельности; • самостоятельные постановка задачи и поиск методов ее решения, надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации; • системная интеграция предметных, информационных, математических и профессиональных знаний на основе наглядного моделирования в постановке и решении исследовательских задач профессиональной деятельности	• психодиагностика личностных качеств, определение скорости и интенсивности когнитивных операций, регуляция эмоционального состояния; • анализ теоретических и эмпирических обобщений и рефлексивный контроль характеристик сформированности индивидуального стиля педагогической деятельности; • осознание профессиональных мотиваций, их состав и самомотивирование; верификация результатов диссеминацией и апробацией педагогического опыта; • самостоятельные постановка задачи и поиск методов ее решения, надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации

Технология проявления синергии в процессах адаптации современных достижений в науке в школьной математике может быть ориентирована, соответственно, на феноменологический или генетический тип выявления сущности обобщенного конструкта научного знания и формирования универсальных учебных действий, адекватных формированию практико-ориентированных PISA-подобных заданий.

Фундирующие процедуры перехода от наличного состояния сущности и ее актуального представления к обобщенному потенциальному развитию сущности в форме идеального объекта (процесса или явления, состояния личностных качеств) являются многоэтапными, полифункциональными, направленными и интегративными по актуализации внутри и межпредметных связей. При этом процедуры перехода в зонах ближайшего развития будут более выраженными и направленными, если ориентировочная и информационная основы учебной деятельности обучаемых цементируются специально проектируемым содержанием обучения математике, наглядно моделируемым в форме спиралей или кластеров фундирования базовых учебных элементов в структурно-функциональной модели проявления синергии математического образования в школе и вузе (см. рис. 8).

Таким образом, выстраивается *дидактическая модель формирования математической грамотности обучающихся на основе адаптации сложных знаний и процедур* (в том числе, современных достижений в науке) к содержанию школьной и вузовской математики (см. рис. 7).

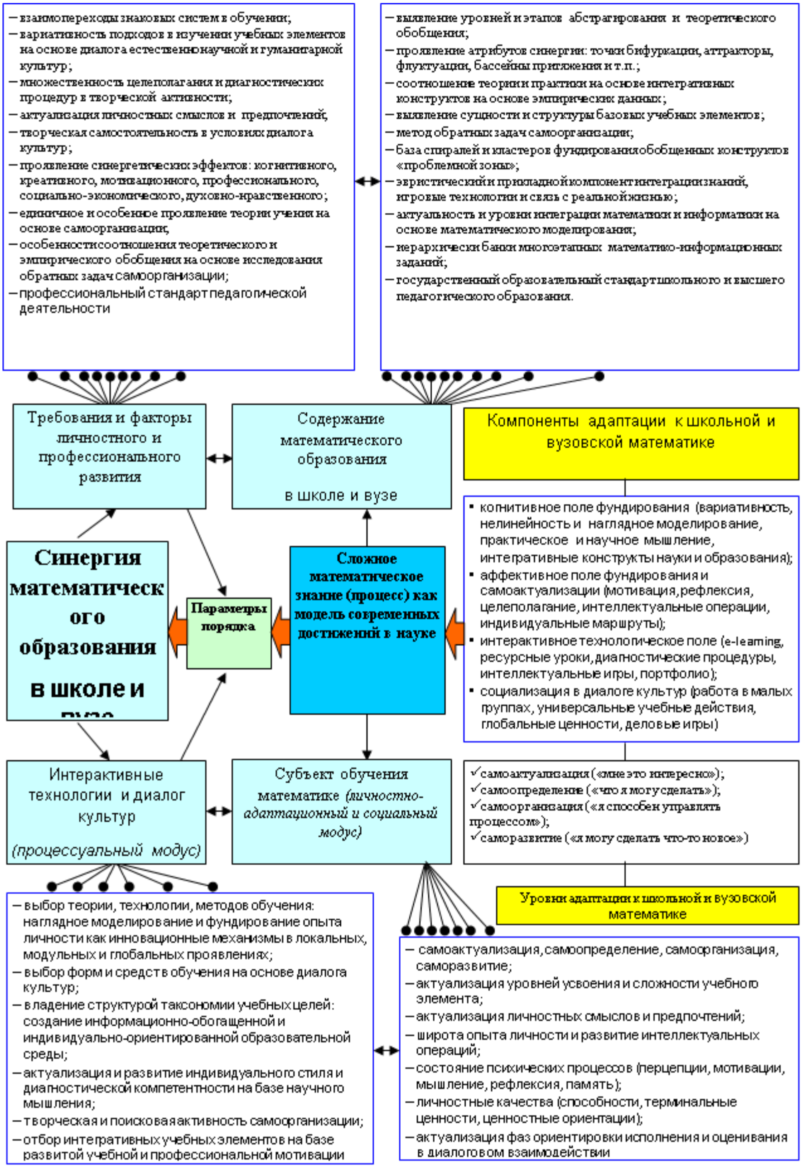


Рис. 7. Структурно-функциональная модель проявления синергии сложного знания в школе и вузе

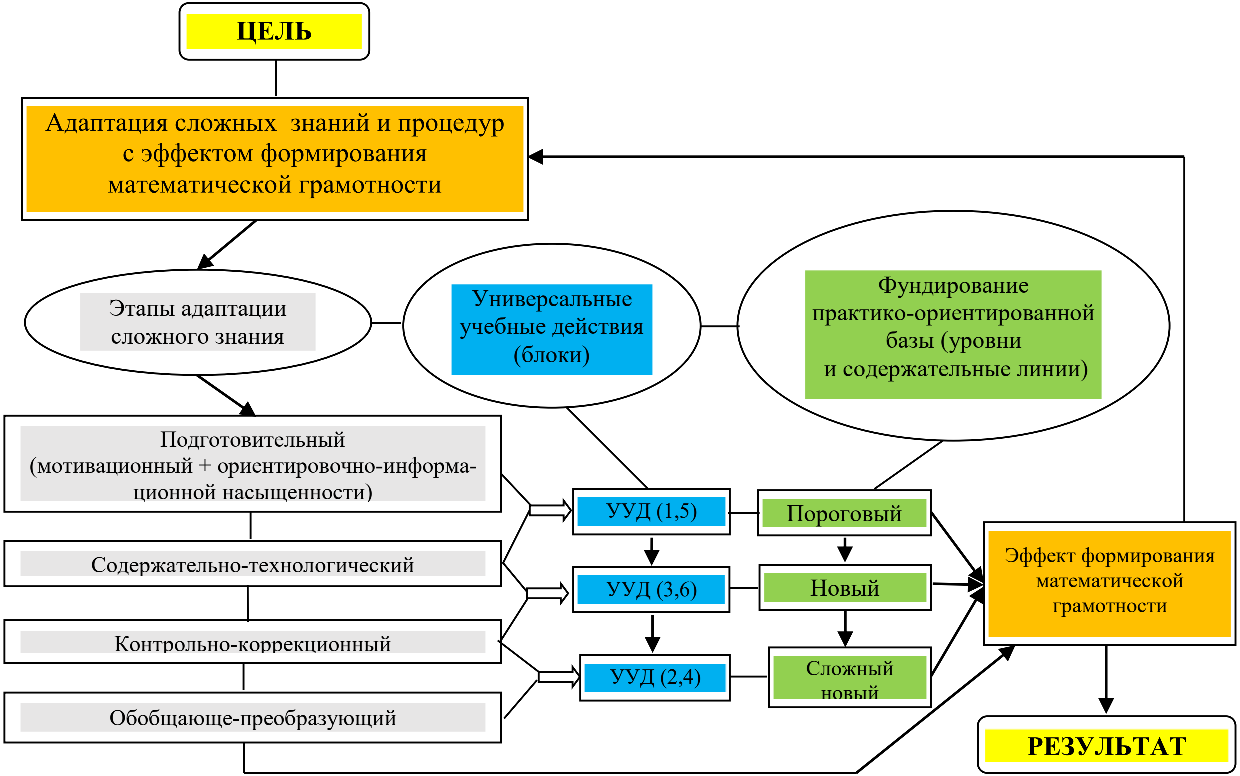


Рис. 8. Модель фундирования математической грамотности на основе адаптации сложного знания

Целенаправленный процесс перехода современного социального опыта, накопленного поколениями в области математики, естественных, гуманитарных и информационных наук, в опыт индивидуальный при условии активности субъекта обучения сопровождается необходимыми атрибутами творческого когнитивного процесса: восприятие, надситуационная активность, понимание, представление, узнавание, локализация, целостность и др. Поэтому в дополнительной профессиональной программе повышения квалификации педагогов должны быть формализованы и материализованы в виде конкретных дидактических решений, сложных учебных элементов, интерактивных форм и видов учебной деятельности не только дидактические (когнитивные процессы и средства, формирующие приобретение, применение и преобразование опыта личности и математической грамотности), а также адаптационные процессы, характеризующие профессиональные пробы принятия педагогом современных образовательных технологий и содержания современной математики, и личностные процессы, направленные на проявление особенностей и развития мотиваций и эмоций, рефлексии и саморегуляции самооценки и выбора, интеллекта и креативности личности. Это с необходимостью приводит к задачам исследования и учета взаимовлияния механизмов интеграции школьных математики и современных достижений в науке, особенностей освоения и использования сложных уровневых математических конструктов личностью в направлении личностного развития и саморазвития, формирования способностей к успешному решению практико-ориентированных задач и научного мировоззрения.

Таким образом, инновационная технология обучения математике на основе освоения сложного знания и исследования интеграционных механизмов формирования при этом математической грамотности обучающихся представляет собой проектирование и организацию реального учебного процесса, соединяющее в себе компоненты: теоретический или объектно-сущностный (приобретение опыта) – освоение и адаптация современных достижений в науке, процессуально-деятельностный (применение и преобразование опыта) – решение и исследование практико-ориентированных PISA-подобных заданий 5-6 уровня, личностно-адаптационный (развитие личностных характеристик, интеллекта) – актуализация универсальных учебных действий и интеллектуальных операций мышления как интегрирующего механизма теоретической (освоение сложного знания) и практико-ориентированной когнитивной деятельности.

2.3. Интеграция математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний и процедур в процессе освоения сложного знания

Объективные факторы интеграционных процессов в математическом образовании. В настоящее время целый ряд объективных факторов определяют значимость, тенденции и актуальность исследования интегративных процессов в математическом образовании:

1) важнейшей чертой современных образовательных процессов в России является объективный рост взаимодействия учебных предметов, видов образовательной деятельности, интеграционных процессов на разных уровнях познавательной активности и творчества обучаемых. Такая закономерность особенно актуальна для исследования проблем математического образования как универсального концепта становления мировоззрения и естественно-научной картины мира, развития мышления и личностных качеств школьника. Это, прежде всего, следствие стремительного развития наук, повышения их объема, уровня и степени дифференциации, повышения степени обобщенности и абстрагирования научных знаний, ведущее к универсализации идей, методов, процессов, формализационных структур различных наук и методов их преподавания. В то же время достигнутый уровень представленности научных знаний в учебных предметах и степень фундаментализации содержания образования свидетельствуют об их разобщенности, неоправданных повторах содержания в различных учебных предметах, отсутствия целостности отражения научных знаний в содержании школьного математического образования (тем более, если учитывать требования профессиональной направленности предметной подготовки будущего учителя).

Тезис 1. *От высокого уровня развития науки – к адекватному уровню ее представленности в образовательных процессах через интеграцию учебных предметов и видов учебной деятельности.*

2) с другой стороны, устойчивые интегративные тенденции в социально-экономических отношениях в обществе и производстве, стирание граней в мировом образовательном пространстве, проблемы саморазвития, самореализации и самоактуализации личности в современном обществе диктуют дидактические требования к математическому образованию школьника в большей систематичности и целостности, системности математических знаний на основе их интеграции, развитии целостности представлений о современной научной картине мира, направленности образовательных программ на интеллектуальное развитие личности.

Тезис 2. *От объективного единства и целостности мира, научного представления о нем, взаимосвязи и целостности процессов развития и социализации личности – к актуализации интегративных процессов в содержании и технологиях математического образования.*

3) в то же время развитие систем профильного обучения в средней школе, многофункциональность профессиональной подготовки учителя, требования целостности структуры предметных знаний как основы профессиональной компетентности будущего учителя ориентируют разработчиков образовательных программ профессиональной подготовки учителя на интеграцию и преемственность блоков профессионально-значимых знаний как фундаментальной, так и методической направленности, согласованности содержания образования, форм и методов обучения на общность приемов и видов математической деятельности школьников с целью придания им особенной дидактической определенности.

Тезис 3. *От объективных требований к проектированию учебного процесса в школе, от требований к уровню компетентности педагога – к инновационным формам, методам, средствам, технологиям и содержанию математического образования на основе интеграции знаний, процедур и компетенций.*

4) разрешение проблем целостности математического и естественно-научного образования в средней школе, оптимизации и интенсификации на основе повышения эффективности функционирования всех компонентов математического образования в условиях его цифровизации требуют проектирования и конструирования универсальных механизмов (методов) интеграции мате-

матических, информационных, естественно-научных и гуманитарных знаний и процедур, приемов и видов познавательной и творческой деятельности, основанных на установлении преемственных связей между блоками знаний, актуализации основополагающих концепций (в том числе синергетических), идей и структурообразующих линий генезиса базовых учебных элементов, универсальных закономерностей развития, генезиса и целостности представления обобщенных научных знаний в школьном математическом образовании.

Тезис 4. *От обобщенности и целостности современных достижений в науке, их прикладной и практико-ориентированной значимости к возможностям адаптации обобщенных конструктов математического знания к школьной математике и формированию математической грамотности школьников.*

Концепция личностно-ориентированной интеграции школьных математических знаний и деятельности как основы освоения сложного знания и формирования математической грамотности школьников предполагает развертывание **в процессе профессиональной переподготовки следующих компонентов и требований:**

1. Целостное исследование *требований ФГОС ООО* на предмет дифференциации и интеграции базовых учебных элементов математического образования и конструирования структурно-логических схем актуализации их взаимосвязей. Выявление теоретических основ содержания и структурно-интегрированных связей дидактического поля учебных элементов оснащения математической грамотности.

2. *Готовность личности* учителя математики к осуществлению интеграции профессиональных компетенций (математических, естественно-научных, информационных, гуманитарных) в ходе исследования сложного знания определяется:

– актуализацией *личностного смысла учебной (игровой) деятельности* по объективации и структуризации объединения различных блоков математических знаний и процедур;

– наличием достаточного уровня математической (предметной) психолого-педагогической *компетентности* и широты освоения математической (игровой) деятельности в знаниевом поле образовательного стандарта;

– умением *моделировать*, выдвигать гипотезы, выявлять проблемные места в алгоритме решения, унифицировать и оптимизировать данные (символы, знаки, параметры), осуществлять взаимопереходы знаковых систем в ходе исследования практико-ориентированных заданий как промежуточных в исследовании синергии сложного знания и современных достижений в науке;

– знанием *уровней и видов интеграции* знаний в учебной (игровой) деятельности, умением осуществлять и реализовывать конкретные механизмы и методы интеграции знаний (проектирование, системогенез, фундирование, наглядное моделирование и др.) в ходе исследования современных достижений в науке;

– владение приемами актуализации различных *видов универсальных учебных действий*, ориентированных на формирование математической грамотности обучающихся, в контексте характеристики генезиса и функциональных систем освоения учебной (игровой) деятельности (ценностной, мотивационной, познавательной, метакогнитивной, эмоциональной, волевой, психомоторной) в ходе освоения сложного знания;

3. Процесс интеграции знаний и процедур в учебной (игровой) деятельности в ходе освоения сложного знания основывается на следующих принципах: личностно-ориентированного обучения, деятельностного подхода, наглядного моделирования, фундирования опыта личности, самоорганизации деятельности, вариативности технологических решений, оптимизации алгоритмов и процедур интеграции знаний, целостности интегрированных конструктов обобщенного знания;

4. Развитие процессов самоактуализации и креативности личности учителя математики в направлении значимости и целостности процессов адаптации сложного знания и современных достижений в науке к школьной математике на основе математического и компьютерного моделирования, самостоятельности в выборе стратегии действий и принятии решения, выбора путей и средств решения учебных и профессиональных задач освоения сложного знания; реализации рефлексивной деятельности в выявлении этапов и процессов формирования основ математической грамотности школьников;

5. Разработка личностно-ориентированной, дидактической модели интеграции математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний и процедур в процессе освоения сложного знания и современных достижений в науке как фактора формирования математической грамотности школьников предполагает наличие следующих компонентов:

– определение и качественный анализ целей, исходных данных, содержания, условий и связей как факторов и средств интеграции знаний и процедур, актуализации УУД и метапредметной деятельности как компонентов образовательного процесса, мотивации и множественного целеполагания, проблемности и значимости исследования сложного знания, построения семантической модель и ее адекватности процессам решения и исследования сложного знания и процедур;

– проектирование технологических действий в процессах интеграции знаний и процедур: анализ и выбор вариантов технологических процедур освоения современных достижений в науке; выявление «проблемных зон» в освоении математики и формировании математической грамотности, потребности в интеграции знаний; отбор и логико-структурный анализ информационных банков средств интеграции знаний и процедур; конструирование и визуализация структуры связей математического и компьютерного моделирования и построения интегративной модели реализации технологических процедур, прогнозировании будущего результата; формирование адекватной когнитивной схемы формирования математической грамотности школьников;

– определение сущности, состава и структуры творческой активности школьников в процессе освоения сложного знания и современных достижений в науке в контексте интеграции математических знаний и процедур как механизма формирования математической грамотности школьников; презентация результатов и коррекция образовательных процедур.

6. Определение содержания и инновационной иерархической структуры процессов генерации и реализации практико-ориентированной базы математической грамотности по сферам реальной жизни (комплекс типовых PISA-подобных заданий (сценариев) 3 уровней (порогового, нового и сложного нового) дидактических

модулей учебных предметов (математический анализ, стохастика и др.) на основе технологии интеграции знаний и процедур в ходе исследования сложного знания. Системообразующая роль интегрированных конструктов УУД как механизма формирования математической грамотности школьников.

7. Разработка требований, критериев, параметров и показателей оценки учебно-методических материалов нового поколения для обеспечения процессов формирования математической грамотности школьников на основе интеграции знаний и процедур в ходе освоения сложного знания и современных достижений в науке на основе математического и компьютерного моделирования. Разработка экспертных таблиц и оценочных показателей требований к учебно-методическим материалам нового поколения.

8. Выявление психологических закономерностей и профессиональных дефицитов педагогов в процессах освоения сложного знания и современных достижений в науке, в том числе, на основе исследования и диагностики процессов интеграции математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний. Разработка пакета психолого-диагностического метода выявления психологической системы педагогической деятельности на основе реализации интегративных связей в освоении сложного знания и современных достижений в науке.

2.4. Математическое моделирование как атрибут и средство формирования математической грамотности школьников

Понятие «математическое моделирование» в последние два-три десятилетия является едва ли не самым распространенным в научной литературе. Все более распространенным и эффективным становится применение математического моделирования в решении и исследовании практико-ориентированных заданий в математическом образовании. Это связано с интенсивным использованием математических моделей в физике, экономике, управлении, гуманитарных и естественных науках, в других областях знаний и технологий.

Можно констатировать, что математическое моделирование в последние десятилетия оформилось в отдельную междисциплинарную область знаний с присущими ей объектами, подходами и методами исследования.

Модель и моделирование в науке и практике: генезис и характеристики

Понятия модели и моделирования наиболее распространены в сфере образования, научных исследованиях, проектно-конструкторских работах, в инженерии и социальных науках. Под моделью (от лат. modulus – мера, образец, норма) понимают такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты. Процесс построения и использования модели называется *моделированием*. Чаще всего термин «модель» используют для обозначения:

– устройства, воспроизводящего строение или действие какого-либо другого устройства (уменьшенное, увеличенное или в натуральную величину);

– аналога (чертежа, графика, плана, схемы, описания и т. д.) какого-либо явления, процесса или предмета.

К недостаткам термина «модель» следует отнести его многозначность. В словарях можно найти много различных значений данного термина, из которых в научной литературе наиболее распространены два:

– модель как аналог реального объекта;

– модель как образец будущего изделия.

Важную роль при разработке моделей играют гипотезы (от греч. hypothesis-основание, предположение), то есть определенные предсказания, предположительные суждения о причинно-следственных связях явлений, основанные на некотором количестве опытных данных, наблюдений, догадок. Формулирование и проверка правильных гипотез основывается, как правило, на аналогиях. Аналогия (от греч. analogia – соответствие, соразмерность) – это представление о каком-либо частном сходстве двух объектов, причем такое сходство может быть как существенным, так и несущественным. Существенность сходства или различия двух объектов условна и зависит от уровня абстрагирования (от лат. abstrahere – отвлекать), определяемого конечной целью исследования. Уровень абстрагирования зависит от набора учитываемых параметров объекта исследования. Гипотезы и аналогии, в определенной мере отражающие реальный, объективно существующий мир, должны обладать наглядностью или сводится к удобным для исследования логическим схемам. Именно подобные логические схемы, упрощающие рассуждения и логические построения, а также позволяющие проводить эксперименты, приводящие к пониманию явлений природы, называют моделями.

Если результаты моделирования удовлетворяют исследователя и могут служить основой для прогнозирования поведения или свойств исследуемого объекта, то говорят, что модель адекватна (от лат. adaequatus – приравненный) объекту. При этом адекватность модели зависит от целей моделирования и принятых критериев. Учитывая заложенную при создании неполноту модели, можно утверждать, что идеально адекватная модель принципиально невозможна. В качестве одной из характеристик модели может выступать простота (или сложность) модели. Очевидно, что из двух моделей, позволяющих достичь желаемой цели и получить требуемый результат с заданной точностью, предпочтение должно быть отдано более простой. При этом адекватность и простота модели не всегда являются противоречивыми требованиями.

В качестве еще одного свойства модели можно рассматривать потенциальность модели (от лат. potentia – мощь, сила), или предсказательность с позиций возможности получения новых знаний об исследуемых объекте. Данное свойство модели подчеркивается в определении Н. Н. Моисеева: «Под моделью мы будем понимать упрощенное, если угодно, упакованное знание, несущее вполне определенную, ограниченную информацию о предмете (явлении), отражающее те или иные его свойства. Модель можно рассматривать как специальную кодирования информации. В отличие от обычного кодирования, когда известна вся исходная информация, и мы лишь переводим ее на другой язык, модель, какой бы язык она не использовала, кодирует и ту информацию, которую люди еще не знали. Можно сказать, что модель содержит в себе потенциальное знание, которое человек, исследуя ее, может приобрести, сделать наглядным и использовать в своих практических жизненных нуждах» [Моисеев, 2001, с. 7]. По этому же поводу высказываются Т. Тоффоли и Н. Марголус: «В науке мало пользы от моделей, которые рабски подчиняются нашим желаниям. Мы хотим иметь модели, которые дерзят нам; модели, которые имеют свой собственный ум. Мы хотим получать от моделей больше, чем в них вложили» [Смирнов, 2016, с. 156]. Именно свойство потенциальности позволяет модели выступать в качестве самостоятельного объекта исследования. Хорошо построенная модель, как правило, доступнее, информативнее и удобнее для исследования, нежели реальный объект.

Рассмотрим основные цели, преследуемые при моделировании в научной сфере. Самым важным и наиболее распространенным предназначением моделей является их применение при изучении и прогнозировании поведения сложных процессов и явлений. Следует учитывать, что некоторые объекты и явления вообще не могут быть изучены непосредственным образом. Недопустимы, например, широкомасштабные «натурные» эксперименты с экономикой страны или со здоровьем ее населения (хотя и те, и другие с определенной периодичностью ставятся и реализуются). Принципиально неосуществимы эксперименты с прошлым какого-либо государства или народа («История не терпит сослагательного наклонения»). Невозможно (по крайней мере, в настоящее время) провести эксперимент по прямому исследованию структуры звезд. Многие эксперименты неосуществимы в силу своей дороговизны или рискованности для человека и /или среды его обитания. Как правило, в настоящее время всесторонние предварительные исследования различных моделей явления предшествуют проведению любых сложных экспериментов. Более того, эксперименты на моделях с применением информационных технологий позволяют разработать план реальных экспериментов, выяснить требуемые характеристики параметров и инструментария, наметить сроки и объем проведения наблюдений, а также оценить результаты и побочные продукты таких экспериментов. Другое, не менее важное, предназначение моделей состоит в том, что с их помощью выявляются наиболее существенные факторы, формирующие те или иные свойства объекта, поскольку сама модель отражает лишь некоторые основные характеристики исходного объекта, учет которых необходим при исследовании того или иного процесса или явления.

Концептуальной моделью принято называть содержательную модель, при формулировке которой используются понятия и представления предметных областей знания, занимающихся изучением объекта моделирования. Выделяют три вида концептуальных моделей: логико-семантические, структурно-функциональные и причинно-следственные. Логико-семантическая модель – модель с описанием объекта в терминах и определениях соответствующих предметных областей. Структурно-функциональная модель – модель рассмотрения объекта как единого целого, с последующим изучением его отдельных элементов или подсистем. Модели могут быть: линейные или нелинейные, детерминированные или стохастические, статические или динамические, дискретные или непрерывные и т. д. *Математическое и компьютерное моделирование* как универсальные характеристики метода позволяют вывести процесс на уровень исследования и интерпретации данных, *вычислительное моделирование* создает основы для получения конкретных результатов и сопоставления с исходной концептуальной моделью.

Наглядно-модельное обучение математике

Моделирование является одним из составных компонентов наглядно-модельного обучения. В процессе обучения, мы формулируем модель существенных признаков объекта изучения, адекватных поставленной цели. Таким образом, наглядно-модельное обучение включает в себя как построение модели (схемы, кода, заместителя) [a *priori*], так и формирование адекватного результата внутренних действий обучаемых в процессе учебной деятельности. Предпочтение отдается «наглядной» модели как опоре на устойчивые ассоциации, простые геометрические формы, психологические законы восприятия и нейрофизиологические механизмы памяти. Модель должна отражать суть понятия, формы или метода исследования.

В итоге можно дать следующий компонентный состав концепции наглядно-модельного обучения математике как педагогического процесса формирования новых математических знаний:

– целеполагание (теоретический, практический, методический модуль);

– представление модели целостного математического объекта;

– оперирование знаково-символическими средствами (материальными и материализованными, перцептивными и идеальными);

– знаково-символическая деятельность (моделирование, схематизация, кодирование, замещение) и управление;

– создание условий устойчивости перцептивного образа и представления;

– адекватность априорной модели (кода, схемы, заместителя) результату внутренних действий обучаемого (перцептивному образу).

Моделирование позволяет максимально полно отразить все существенные качества объекта исследования и при этом предполагает такую процедуру научного анализа, при которой происходят последовательные многократные (циклические) уточняющие и дополняющие друг друга взаимодействия теоретических схем с эмпирическими данными, что может существенно облегчить выработку системы операциональных понятий, одинаково хорошо согласованных как с категориями методологического уровня, так и с экспериментальными данными.

Этот метод предполагает определение структуры и свойств изучаемого явления (в нашем случае мотивации) в виде модели (желательно, математической) с заданными параметрами. Модель строится путем последовательного формирования (реконструкции) мотивации и сопоставления результатов функционирования этой модели с экспериментально наблюдаемыми процессами. При существенном расхождении смоделированных и реально наблюдаемых процессов необходимо искать аналитически пропущенные в модели элементы и корректировать ее параметры. Построение математической модели позволяет экспериментально согласовать с помощью единого формализованного описания все взаимосвязанные виды проявления мотивации. Последняя, как внутренний психологический механизм, констатирующий и регулирующий деятельность, может быть описана в виде базисных векторов евклидова пространства определенной размерности. Направленность деятельности субъекта (его желание) может быть представлена в виде вектора с определенными координатами. В этой же системе в виде точек со своими координатами могут быть представлены и все пристрастно отражаемые объекты, и условия осуществления этой деятельности. Таким образом, одна и та же система базисных векторов будет описывать одновременно и направленность деятельности, и личностные смыслы соответствующих объектов. Это позволяет говорить о модели мотивации личности к изучаемой деятельности. Аналогично может быть построена и групповая модель мотивации. В этом случае в качестве модели будет выступать общая для всех субъектов система базисных векторов, с помощью которой можно формально описать сравнительные индивидуально-личностные особенности мотивации, то есть ее типы. Качество мотивации каждой конкретной личности будет представляться соответствующими точками в этом пространстве. В результате интегральная модель будет описывать мотивацию одновременно и со стороны ее индивидуально-типологических особенностей, и как проявление внутренней регуляции деятельности, системы пристрастной ориентировки личности.

С помощью метода моделирования преодолевается односторонний подход к пониманию, диагностике и формированию мотивации: двойственность во взаимосвязи понятий мотивации и предметности снимается, поскольку эти феномены представляются свойствами единого образования. На основе специально разработанной процедуры эмпирического измерения экспериментально выделенных формализованных параметров этой модели каждому испытуемому можно дать комплексную характеристику, спрогнозировать направление измерений его мотивации, выработать рекомендации по формированию мотивации, изучить условия и факторы, влияющие на воспитание и обучение.

Метод моделирования позволяет и более эффективно организовать конкретное психолого-педагогическое исследование. И при теоретическом, и при эмпирическом подходах большое значение имеет интуиция исследователя. При согласовании понятий трех уровней абстракции либо в одном, либо в другом связующем звене (в зависимости от выбранного направления продвижения исследования) обычно возникает нестандартная ситуация, для решения которой недостаточны обычные приемы научного анализа и требуется обращение к интуиции. При исследовании мотивации методом моделирования значимость научной интуиции и практического опыта исследователя существенно возрастает, поскольку конкретная экспериментальная задача по разработке параметров модели складывается как бы из двух постоянно чередующихся подзадач, решаемых поочередно то в теоретическом, то в эмпирическом плане, уточняющих и дополняющих друг друга как раз в наиболее «слабых звеньях». В связи с этим продуктивное научное исследование такого типа должно базироваться на специальных процедурах и способах работы с экспериментами, использовать разработанные для этих целей методы анализа экспертных оценок; сами эксперты должны добиться очень тщательно, с учетом известных требований и ограничений. Для эффективного решения поставленной задачи необходимо участие нескольких экспертов, хотя в любом случае результат работы экспертной группы может рассматриваться лишь как рабочая гипотеза, вполне операциональная, но требующая специальной экспериментальной проверки.

Для практической оценки меры проявления тех или иных смыслообразующих мотивов у конкретного индивида в конкретном виде деятельности нужна специальная экспериментальная диагностическая процедура, удовлетворяющая определенными требованиями, аналогичным общим требованиям к психологическому тестированию (например, она должна соответствовать теоретической схеме, адекватно отражать мотивы испытуемых, быть удобной в эксплуатации и учитывать другие факторы). Задача усложняется еще и исключительными свойствами и положением предмета исследования – мотивация всегда относилась к самым интимным и трудноосознаваемым сторонам человеческой деятельности и психики. Поэтому в данном случае необходимо использовать специальные приемы и методы анализа, позволяющие выявить сущность явления.

Наглядность и наглядное моделирование в дидактическом процессе

Технология наглядного моделирования позволяет стимулировать мотивации разного уровня и длительности. Моделирование своим объектом имеет модели. В исследовании Н. Г. Салминой разводятся понятия схемы и модели в учебной деятельности. Если модель не предполагает исследовательской функции, а применяется для иллюстрации каких-то положений или выступает как средство усвоения готового материала, то это схема, а вид знаково-символической деятельности – схематизация [Самлина, 2019].

Представление знаний связано со знаково-символической деятельностью и характеризуется структурированностью, связностью и активностью представления. Виды знаково-символической деятельности порождают тип моделей представления знаний, принятые в инженерии знаний и решений проблем искусственного интеллекта: логические, реляционные, семантические сети, продукционные, фреймовые.

Модель должна адекватно отражать основные, главные черты исследовательской деятельности студентов и должна быть описана математически; кроме того, необходимо учесть роль каждого определяющего структуру элемента, его функции и характеристики. Исходя из системного подхода, при исследовании наглядного моделирования в обучении следует выявить структуру этого процесса, так как именно она и должна быть формализована при построении модели познавательной деятельности студентов. Изучение этой структуры невозможно без знания специфики учебного процесса и особенностей методики применения средств и видов наглядного обучения, без использования практического опыта имеющихся в педагогике подходов и методик. После изучения ориентировочной основы и структуры наглядного моделирования необходимо проектировать систему организации и управления исследовательской деятельностью студентов в условиях рефлексии и совместной работы в малых группах.

Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучаемых, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов, явлений и процессов, в том числе посредством адекватного моделирования математического знания.

Именно формирование этих узловых, опорных качеств объекта восприятия (перцептивная модель) и представляет собой суть процесса наглядного моделирования. Такой подход a priori предполагает моделирование объекта восприятия с опорой на нейрофизиологические механизмы памяти, закономерности восприятия, ментальные возможности и аффективные состояния личности. При этом особую значимость приобретают модели, фиксирующие процедуру математических действий в процессе исследовательской активности.

Таким образом, наглядность – не только особое свойство психических процессов, но и свойство математического объекта в рамках учебного исследования. Таковым он становится, когда у статистически достоверной выборки обучаемых возникают наглядные перцептивные образы (а значит, и у генеральной совокупности обучаемых). Наглядность математического объекта (или перцептивного образа) определяется, как уже отмечалось, факторами восприятия, представления, мнемическими процессами в их единстве на основе диагностируемого целеполагания. Следующие критерии определяют существо наглядности математического объекта:

– диагностируемое целеполагание целостности математического объекта (моделирование, кодирование, схематизация, замещение);

– понимание обучаемым сущности математического объекта (адекватность восприятия);

– устойчивость перцептивного образа и представления;

– познавательная и творческая активность обучаемого на основе комфортности и успешности обучения.

Первый и третий критерии обуславливаются проектированием ориентировочной основы учебной деятельности со знаково-символическими средствами учебного процесса, второй и четвертый – знаково-символической деятельностью как обучаемого, так и обучающего (как внешнего, так и внутреннего плана).

Системная реализация в процессе исследовательского обучения математике всех видов наглядного моделирования выступает фактором формирования целостных образов математических объектов, неотъемлемым этапом имитации научного познания в обучении студентов, а значит, и значительно способствует усвоению математических знаний и развитию когнитивных способностей и математического мышления.

Наглядное моделирование – это формирование адекватного категории диагностично-поставленной цели, устойчивого результата внутренних действий обучаемого в процессе моделирования существенных свойств, отношений, связей и взаимодействий при непосредственном восприятии приемов знаково-символической деятельности с отдельными знаниями или упорядоченными наборами знаний.

Таким образом, наглядное моделирование в обучении есть процесс, включающий в себя как проектирование и построение a priori модели (схемы, кода, заместителя), отражающей существо объекта восприятия, так и формирование адекватного результата внутренних действий обучаемых в процессе учебной деятельности. Предпочтение отдается «наглядной модели» в смысле опоры на устойчивые ассоциации, простые геометрические формы, психологические законы восприятия и нейрофизиологические механизмы памяти. Наглядная модель должна отражать суть понятия, формы или метода исследования. Выявление сущности каждого компонента наглядного моделирования в обучении математике предполагает поиск, познание и раскрытие закономерностей эффективного ее функционирования, создания условий для комфортной совместной деятельности преподавателя и ученика, получение диагностируемого адекватного результата внутренних действий обучаемого. Использование «мягких математических моделей» (В. И. Арнольд) при создании ориентировочной и информационной основы учебной деятельности создают условия для оптимального управления познавательной деятельностью обучаемых. Важным обстоятельством является то, что наглядное моделирование осуществляется по III типу ориентировки П. Я. Гальперина, способствует формированию теоретического (математического) мышления и целостному подходу к выявлению сущности учебных элементов.

Наглядное моделирование в процессе исследовательского поведения студентов создает основы для формирования положительной мотивации достижения результатов, самореализации личности и мотивации интеллектуального напряжения.

Первый и третий критерии обуславливаются проектированием ориентировочной основы учебной деятельности (ООУД) со знаково-символическими средствами учебного процесса, второй и четвертый – знаково-символической деятельностью как обучаемого, так и обучающего (как внешнего, так и внутреннего плана). Более наглядно это представляется на следующей схеме.

Структура критериев наглядности перцептивного образа

Схема 1. Критерии наглядности перцептивного образа
ООУД – ориентировочная основа учебной деятельности
ЗСС – знаково-символические средства
ЗСД – знаково-символическая деятельность

Системная реализация в процессе исследовательского обучения математике всех видов наглядного моделирования выступает фактором формирования целостных образов математических объектов, неотъемлемым этапом имитации научного познания в обучении школьников, а значит, и значительно способствует усвоению математических знаний и развитию когнитивных способностей и математического мышления.

Определение и наглядное моделирование ООУД в процессе исследовательского поведения школьников создает основы для формирования положительной мотивации достижения результатов, самореализации личности и мотивации интеллектуального напряжения. В обосновании такого подхода лежит методологический тезис А. Н. Леонтьева: «… актуально осознается только то содержание, которое является предметом целенаправленной деятельности ученика то есть занимает структурное место непосредственно цели внутреннего или внешнего действия в системе той или иной деятельности» [Леонтьев, 2004, с. 57].

Еще с начала XX столетия целый ряд психологов (О. Зельц, М. Вертгеймер, М. Бунге и др.) подчеркивали существенность процесса визуализации исследовательской ситуации как важного этапа решения задачи. Интересно отметить, что подобные вопросы возникают при анализе деятельности оператора автоматизированных систем управления (АСУ) в инженерной психологии так как основным видом его деятельности является деятельность с информационными моделями. В информационную модель включаются данные об объектах управления, состоянии внешней среды и самой системы управления. «Информационная модель для оператора является источником информации, пользуясь которой он оценивает ситуацию и принимает решения, обеспечивающие правильную работу системы и выполнение возложенных на нее задач» [Смирнов, 2012, с. 307]. Работая с информационной моделью (доска управления, индикаторы, экраны и т. п.) оператор АСУ принимает решения, вне непосредственного контакта с реальностью и объективно заинтересован в получении достоверной информации и адекватном реагировании на изменения ситуации. При этом наблюдаются очевидные аналогии с процессом обучения и проблемой наглядного моделирования объектов и действий. «Информационная модель должна быть наглядной, то есть оператор должен иметь возможность воспринимать сведения, даваемые моделью быстро и без их кропотливого анализа» [Смирнов, 2012, с. 310].

Таблица 5 показывает прямые аналогии содержания понятия наглядного моделирования в обучении и требований к информационным моделям в инженерной психологии.

Таблица 5.

Сравнение требований к наглядному моделированию в педагогике и инженерной психологии

Существенные связи наглядного моделирования в обучении	Требования к проектированию информационных моделей в инженерной психологии
Отражение существенных свойств, отношений, взаимодействий математических объектов и действий	Модель представляет собой абстракцию, в которой сохраняются существенные свойства, отношения, взаимодействия
Непосредственное восприятие математических объектов и действий	Модель должна быть наглядной то есть сведения, поставляемые моделью, должны быть восприняты быстро и без их кропотливого анализа
Адекватность категории диагностично поставленной цели результатам внутренних действий обучаемых	Модель должна быть геометрически подобной их (структурных компонентов объекта) действительному расположению
Моделирование существенных свойств математических объектов и действий	Модель имеет правильную организацию структуры (отбор того существенного и типичного, что позволяет с максимальной эффективностью донести существо реальной ситуации)
Устойчивость результатов внутренних действий обучаемых, соответствие законам психологии восприятия	Необходимо учитывать психофизиологические возможности человека

Критерием эффективности при работе с информационной моделью (также, как и с наглядной моделью в обучении) должны служить время и точность выполнения заданий при получении успешного результата. Безусловно, что в учебной деятельности критерием эффективности управляющих воздействий служат также (и в первую очередь) академическая успешность и позитивные изменения в когнитивной и аффективной сферах личностного развития.

В содержательной основе наглядного моделирования в обучении лежит типология моделей знаково-символических средств, реально используемых в математике.

Логические модели представляют математические знания посредством исчисления предикатов и адекватных «иерархических деревьев». Достоинством знаково-символических средств, использующих буквенно-цифровую символику, являются фиксированность алфавита и существование мощных процедур логического вывода. Дерево – это плоский, связный, ациклический граф. Каждый граф, не содержащий циклов, называется лесом. Таким образом, компонентами леса являются деревья. В вершинах графа обычно располагаются учебные элементы (понятия, теоремы, алгоритмы, математические методы, спирали фундирования и т. п.), ребра обозначают отношение между учебными элементами. Таким образом, можно построить логическую структуру понятий или теорем учебного предмета. Однако здесь прямые аналогии инженерии знаний и представления знаний в мышлении человека заканчиваются. Глубина и ширина поиска, процедуры поиска оптимального пути вступают в противоречие с физиологическими и психологическими возможностями восприятия (миллеровские числа, законы гештальта, психомоторика и т. п.). Поэтому, например, в логической структуре понятий должно быть 7±2 базовых понятий (вершин) и 3–4 уровня глубины дерева, с теми же миллеровскими числами в каждой промежуточной вершине. Если это не выполнимо в рамках данного учебного материала, то необходима его глобальная структуризация.

Реляционные модели в основном представляются разнообразными таблицами. В математике таблицы являются не только средством представления знаний, но и учебными элементами, например, матрицы в алгебре, таблицы производных и интегралов в математическом анализе, электронные таблицы в информатике и т. д. Таблицы легко воспринимаются, структура их доступна, данные группируются компактно.

Семантическая модель представляет собой ориентированный граф, в котором вершины соответствуют определенным объектам или понятиям, а дуги отражают отношения между вершинами. Семантическая модель допускает циклы, разнотипность отношений между вершинами, разнообразие видов информации о математических объектах в вершинах: это могут быть блок-схема изучения темы или доказательства теоремы, структурная модель полноты изучения понятия, спирали фундирования и мотивации базового школьного знания и т. д. Требования к построению семантических сетей коррелируют с основными закономерностями восприятия знаково-символических систем.

Продукционная модель фиксирует процедуру математических действий при решении определенных задач. Например, схема исследования функции f действительного переменного выглядит следующим образом:

1. Найти область определения D(f) и область значений R(f) функции, точки пересечения с координатными осями, особые точки и пределы функции f на бесконечности и в особых точках.
2. Найти асимптоты f и построить эскиз графика.
3. Найти первую производную функции f', стационарные и критические точки. Найти промежутки монотонности f, экстремальные точки и значения f в них.
4. Найти вторую производную функции f'', точки перегиба функции f. Найти промежутки выпуклости функции вверх и вниз.
5. Построить график функции.

Таким образом, данная процедура состоит из 5 правил (продукций).

По мере того, как математические и дидактические объекты усложняются, представления знаний в виде сетей уступают место *фреймовым моделям*. Основатель теории фреймов М. Минский дает следующее определение: «Фрейм (рамка) – это единица представления знаний, запомненная в прошлом, детали которой при необходимости могут быть изменены согласно текущей ситуации» [Смирнов, 2012, с. 205]. В тех случаях, когда многое можно сказать о содержимом вершины сети целесообразен переход к фреймовому представлению, содержащему ячейки (слоты) и имена ячеек. Фрейм может иметь многоуровневую структуру. Наличие имен фреймов и имен слотов обеспечивает возможность внутренней интерпретируемости знаний, хранимых во фреймах, а также активизации фрейма за счет процедурных слотов. Таким образом, фреймовые модели удовлетворяют всем четырем основным требованиям к знаниям (внутренняя интерпретируемость, структурированность, связность и активность).

2.5. Web-технологии как средство поддержки процессов формирования математической грамотности

Будем также рассматривать интеграцию математических и информационных знаний, осуществляемую на основе использования Web-технологий посредством взаимопроникновения обобщенных математических знаний и информационных умений в ходе освоения сложного знания современных достижений в науке. В условиях многократно увеличивающегося потока научной информации Web-технологии стали основной технологией информационного обеспечения исследований во многих науках, кроме того, Web-технологии стали интенсивно применяться в информационном обеспечении математического моделирования в зоологии, ботанике, физиологии, юриспруденции, лингвистике, физической культуре и даже в искусстве. Как видно, Web-технологии стали играть фундаментальную роль в информационном обеспечении математических исследований во всех науках, названия которых отражены в перечне соответствующих учебных предметов средней школы.

Таким образом, современный учитель должен иметь не только фундаментальные знания по математике, но и владеть современными Web-технологиями, особенно в условиях смены режима работы учебных заведений, а именно перехода на дистанционный формат обучения. Традиционная схема пассивной передачи обучающимся учебной информации дает минимальный эффект. Поэтому педагогическими преимуществами применения Web-технологий в процессе обучения являются резко возросшие объем и скорость получения учебной информации, разнообразие форм ее предъявления, возможность индивидуализации темпа обучения.

Анализ разного рода диспропорций между технологизацией, фундаментализацией, дифференциацией, интеграцией, компетентностным подходом и другими тенденциями современного образования дает основание утверждать, что в методологии внедрения Web-технологий в подготовку будущих учителей фундаментальную роль начинает играть современный культурологический подход. В основе этого подхода лежит принцип культуросообразности. Анализ сути принципа культуросообразности применительно к математической подготовке учителей показывает, что та ступень современной «всечеловеческой» математической культуры, на которой мы находимся в данное время, предъявляет к нам требование, чтобы мы действовали сообразно с ней, если только хотим добиться положительных результатов внедрения Web-технологий в этот важный вид подготовки, особенно – учителей математики.

6.1. *Историко-философские аспекты внедрения Web-технологий*. Историко-философский анализ проблем развития математики показывает, что в методологии внедрения Web-технологий в методико-математическую деятельность учителей определяющую роль играет исследование характерных особенностей процесса математизации наук, отражающего формирование на рубеже веков современной культуры приложений математики в самых разнообразных областях знания. Наиболее яркими проявлениями этой новой ступени «всечеловеческой» культуры, оказывающими наибольшее воздействие на образование, являются математическое моделирование, дискретная математика и вычислительные процессы. Они лежат в основе методологии реализации культурологического подхода в модернизации математического образования, способствуя преодолению различных диспропорций между технологизацией, фундаментализацией и другими тенденциями современного образования [Перминов, 2020]. Поэтому математическое моделирование, дискретная математика и теория вычислительных процессов являются культурологической основой внедрения Web-технологий в процессы формирования математической грамотности школьников [Колин, 2010].

Действительно, основные понятия языка указанных областей математики особенно важны в новой формирующейся культуре поиска, обработки и анализа информации в процессе реализации этапов математического моделирования с использованием компьютера и вычислительных процессов в самых различных областях науки и производства. Особенно важную роль в корректной обработке информации играют идеи и методы современной дискретной математики (известной так же под названиями дискретный анализ, компьютерная, конечная, конкретная математика). Поэтому справедливо положение о том, что математическое моделирование, дискретная математика и вычислительные процессы лежат в терминологической основе использования широких возможностей Web-технологий в поиске, обработке, анализе и использовании математической информации в сети Интернет. Благодаря этим наиболее ярким проявлениям современной математической культуры исследований с использованием уникальных возможностей компьютера, Web-технологии стали основой «информационного обеспечения математического исследования» [Елизаров, 2018, с. 225].

Таким образом, математическое моделирование, дискретная математика и вычислительные процессы являются неотъемлемой частью терминологических основ корректной информационной поддержки новых видов учебной деятельности, реализуемых в процессе формирования математической грамотности школьников, например, в реализации различных учебных сетевых проектов в процессе обучения математике сложного знания на основе использования языка математических структур. Язык математических структур и схем (в общенаучной терминологии средств, методов математического познания), доминирующих в математическом моделировании, дискретной математике и теории вычислительных процессов играет особенно важную роль в овладении школьниками математическим тезаурусом.

Во-первых, следует исходить из того, что язык этих структур и схем играет фундаментальную роль в качественном анализе проблем в той или иной предметной области, в систематизации информации по интересующей проблеме в сети Интернет, ее структуризации, представлении имеющихся знаний в виде, удобном для последующего решения проблем.

Во-вторых, язык этих структур и схем играет важную роль в фундаментализации математической деятельности обучающегося, подразумевающей приоритет фундаментальных знаний и придание этим знаниям значения основы или стержня для накопления множества знаний. Поэтому справедливо положение о том, что язык этих структур и схем необходим для унификации, стандартизации внедрения Web-технологий в процессы формирования математической грамотности школьников. Игнорирование этого влечет информационный примитивизм в использовании Web-технологий, характеризуемый усвоением в основном информационной компоненты знаний.

Информационный примитивизм в использовании языка этих структур и схем порождает самые живучие ошибки математического моделирования, остающиеся незамеченными в процессе итогового анализа и тестирования результатов моделирования, и доходящие до этапа внедрения его результатов. В первую очередь – это ошибки пропущенной логики рассуждений, то есть ошибки в корректном использовании необходимых терминов математического языка.

6.2. *Функциональная (математическая) грамотность школьника*. Как следует из изложенного, возникает важная проблема формирования у школьников математической грамотности на основе использования Web-технологий, в основе которой лежит тезаурус (лексика) наиболее ярких проявлений современных достижений в науке, элементов математической культуры: математическое моделирование, дискретная математика, вычислительные процессы в освоении фрактальной геометрии, нечетких множеств и fuzzy logic, теории кодирования и шифрования информации и т. п. Под математической грамотностью обучающегося в использовании Web-технологий следует понимать:

– правильное формулирование информационной потребности, позволяющей определить наиболее предпочтительные математические Web-ресурсы для новых видов учебной деятельности;

– применение оптимального и корректного набора информационных ресурсов по математике;

– эффективное построение поискового запроса на основе грамотной корректной индексации математических текстов и языка запросов;

– адекватной оценки достоверности найденной математической информации, а также качества электронных обучающих ресурсов по математике.

Говоря о формировании математической грамотности у школьников в использовании Web-технологий, также важно учесть, что учитель математики должен знать практически все разделы информатики, владеть ее техническими средствами на уровне высококвалифицированного пользователя и уметь передавать свои знания и навыки другим людям. Поэтому вследствие расширения предметной области информатики «как фундаментальной естественной науки и общеобразовательной дисциплины» [Дружинин, 2020, с. 15] возрастает роль «предметных» информатик и порожденных ими «предметных» информационных технологий, играющих фундаментальную роль в информационном обеспечении процесса обучения в условиях математизации наук.

При внедрении Web-технологий в процессы формирования математической грамотности школьников следует исходить также из того, что Web-технологии играют ведущую роль в освоении информационной среды современных достижений в математической науке (информация и знания, являющиеся наполнением баз данных; распределенная обработка информации; распространение научной информации) и математической культуры (электронные библиотеки, поисковые системы, материалы конференций, симпозиумов, семинаров, виртуальные математические сообщества, Web-сервисы автоматизации различных исследований, специализированные сайты и др.).

6.3. *Дидактические аспекты внедрения Web-технологий*. Социальные сервисы (технологии Web 2.0), основанные на активном участии пользователей в формировании контента, составили основу современной концепции развития сети Интернет. На целесообразность использования сервисов Web 2.0 в образовании указывали следующие зарубежные исследователи [Alexander, 2006; Andersen, 2007; Barret, 2004; Campbell, 2003; Downes, 2012; Notari, 2006; O'Reilly, 2005; Thompson, 2007] и др.

Представим модель интеграции математических и информационных знаний и деятельности школьников на основе технологий Web 2.0 (см. рис. 9):

Рис. 9. Модель интеграции математических информационных знаний и деятельности на основе технологий Web 2.0

С учетом выделенных нами дидактических возможностей использования Web-технологий при формировании математической грамотности школьников, в таблице 6 представлены компоненты интеграции математических и информационных знаний и деятельности [Перминов, 2020].

Таблица 6.

Компоненты интеграции математических и информационных знаний и деятельности на основе Web-технологий и использования информационных сред

Компоненты интеграции	Математическая деятельность по освоению сложного знания	Средства и технологии интеграции	УУД формируемой математической грамотности
Овладение способами пополнения знаний и ориентации в разветвленной системе знаний	1) выполнение учебных сетевых междисциплинарных проектов по математике адаптации сложного знания; 2) актуализация и отбор математических знаний и процедур на основе реализации этапов адаптации сложного знания	**Кросс - платформенная среда Creator**	1) самостоятельно и осознанно ставить цели; 2) структурировать и представлять информацию; 3) планировать, организовывать и управлять своей деятельностью; 4) выявлять, опредмечивать, обобщать и осознанно использовать математические знания в учебно-познавательной деятельности
Определение структуры объекта, всех его элементов и соотношений между ними	3) установление связи между различными математическими понятиями и процедурами 4) построение и компьютерный	**Технологии Web 2.0**	5) концептуальное моделирование; 6) целенаправленно извлекать и генерировать субъективно новые знания

Компоненты интеграции	Математическая деятельность по освоению сложного знания	Средства и технологии интеграции	УУД формируемой математической грамотности
	дизайн структурно-логических схем	**Системы компьютерной алгебры**	
Конструирование и интеграция знаний самим обучающимся	5) показ эталонов и решение PISA-подобных междисциплинарных практико-ориентированных и конструктивных задач (придумать, составить и др.) по математике; 6) выполнение исследовательского Web-квеста по математике		7) математическое и компьютерное моделирование деятельности по достижению поставленных целей; 8) осуществлять самопроверку и самоконтроль
Самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию	7) генерация новых задач и кодирование учебного материала с помощью опорных сигналов и таблиц кодировки		9) интерпретация условий и способов решения заданий; 10) структурировать и представлять информацию
Коммуникации и открытый диалог участников образовательного процесса, формирование нелинейной прямой и обратной связи	8) обмен математической информацией, ведение математической дискуссии, взаимодействие в сетевой социальной среде		11) передавать математические факты; 12) вести вербальный обмен информацией; 13) осуществлять коллективную деятельность

6.4. *Методические аспекты внедрения Web-технологий*. Методологической основой построения любой методической системы выступают дидактические принципы обучения. Речь в данном случае пойдет не о замене существующих традиционных дидактических принципов на новые, а о пересмотре и наполнении их содержанием, позволяющим в условиях цифровизации общества и образования использовать их конструктивно. Руководствуясь известным положением о том, что принципы обучения объединяют теоретические представления и педагогическую практику, направляют в нужное русло деятельность педагогов, реализуют нормативную функцию дидактики, рассмотрим новые трактовки принципов научности, фундаментальности, взаимосвязи теории и практики и фундирования опыта личности.

Новая трактовка принципа научности (связи науки и образования) представляется посредством расширения традиционной трактовки, подразумевающей формирование умений школьников отличать истинно научные знания от псевдонаучных (в том числе – развития их математической грамотности). Именно, широта опыта личности обогащается содержанием современных достижений в науке (фрактальная геометрия, теория кодирования и шифрования информации, нечеткие множества и fuzzy logic, неевклидовы геометрии и т. п.) и их адаптацией к школьной математике на основе математического и компьютерного моделирования.

Изменяется трактовка принципа фундаментальности как принципа, подразумевающего приоритет тезауруса математических структур и схем, которые должны быть в основе любого обучения математике на основе теоретического обобщения. Инновационный принцип фундирования опыта личности заключается в том, что начиная с диагностики состояния широты опыта личности, через реализацию послойной преемственности знаний и способов деятельности при изучении сложного знания в математической (в том числе, исследовательской) и информационной деятельности, объем, содержание и структура математической и информационной компетентности школьников в освоении и познании сущности математических конструктов должны претерпеть значительные изменения, ведущие к пониманию [Смирнов, 2016]. Принцип фундирования является оригинальным синтезом общедидактических принципов: систематичности и последовательности, природосообразности, индивидуализации, саморазвития и личностных приоритетов.

Принцип взаимосвязи теории и практики в условиях реализации насыщенной информационно-образовательной среды предполагает организацию практико-ориентированной математической деятельности школьников на основе математического и компьютерного моделирования и исследования конкретных ситуаций реальной жизни, прикладных аспектов развития естественных и гуманитарных наук, ведущих к развитию интереса, самоопределения и творческой активности личности.

Выделим следующие когнитивно-деятельностные аспекты внедрения Web-технологий и информационных сред в процессы интеграции математических и информационных знаний и деятельности школьников (см. табл. 7):

Таблица 7.

Компоненты когнитивно-деятельностной активности школьников в сети Интернет

Традиционные формы обучения	Компоненты когнитивно-деятельностной активности школьников в сети Интернет
Практические и лабораторные занятия	1) выполнение заданий на определение валидности и достоверности Web-ресурсов по математическим дисциплинам; 2) выполнение заданий на отыскание принципиально новой информации по математике, сопоставление её с известной; 3) выполнение заданий на сравнение свойств различных математических объектов, установление связей между ними, составление и наполнение баз данных основных математических понятий; 4) создание ситуации, инициирующей коммуникации и диалог культур на основе постановки, решения, исследования и интерпретации условий практико-ориентированных задач, поиск новой математической информации, сопоставление её с известной

Традиционные формы обучения	Компоненты когнитивно-деятельностной активности школьников в сети Интернет
Контроль (входной, текущий, итоговый)	публичная защита учебных сетевых проектов с презентацией собственной деятельности, проведение Web-квестов, вычислительные процедуры лабораторно-расчетных и многоэтапных математико-информационных заданий
Самостоятельная работа	1) разработка учебного сетевого проекта на основе решения и исследования PISA-подобных задач; 2) составление тематического Web-конспекта по интеграции математических знаний и процедур на основе интерпретации практико-ориентированных заданий; 3) разработка электронной энциклопедии типов практико-ориентированных и PISA-подобных задач на математическую грамотность; 4) составление аннотированного списка Web-ресурсов по проблеме математической грамотности; 5) отбор, решение, исследование и интерпретация практико-ориентированных заданий по математическим дисциплинам на основе компьютерного моделирования; 6) выполнение заданий на определение валидности и достоверности Web-ресурсов (оценить опубликованные материалы, перепроверить изложенные в статье факты, пользуясь другими источниками); 7) выполнение заданий на составление тезисов, аннотаций, сообщений по математике

Таким образом, каждую из перечисленных выше традиционных форм в процессе обучения студентов математическим дисциплинам можно на основе сетевого образовательного сообщества объединить в единую технологию обучения математике сложного знания [Kuznetsova, 2014].

Онлайн-обучение предоставляет больше возможностей для студентов, чем стандартное синхронное образование [Broadbent, 2015]. Школьники в этом случае осуществляют образовательную деятельность в собственном темпе и в выбранные промежутки времени. Использование новых дидактических практик способствует вовлечению школьников, улучшает критическое и творческое мышление, снижает апатию и способствует коллегиальному обучению [Santos, 2019]. При обучении в онлайн-среде пространство и время в ней не имеют значения [Ku, 2011]. Выделим наиболее важные аспекты в когнитивной и исследовательской учебной деятельности школьников при обучении математике в сетевых образовательных сообществах:

– основной способ познания – собственный опыт обучающегося, приобретаемый через осуществление самостоятельной деятельности в сетевых образовательных сообществах;

– индивидуальность школьника должна находиться в центре процесса обучения;

– установление партнерских и доверительных отношений между педагогом и обучающимся, школьниками между собой;

– взаимодействие не ограничено временными рамками аудиторного занятия, оно может иметь продолжение и после обучения, мобилизовав в него других членов образовательного процесса;

– размещение учебных материалов в открытом доступе позволяет в дальнейшем совершенствовать их и использовать в учебном процессе.

ГЛАВА 3. ДИДАКТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

В последние десятилетия усилиями ученых-математиков, философов, психологов и педагогов методологически выявлено и теоретически доказано, что следующие технологические концепты способны проявить механизмы и факторы актуализации феномена фундаментальности и повышения качества математического образования, формирования математической грамотности школьников (соответственно перечню проблемных зон в освоении математики): самоорганизация и саморазвитие личности на основе актуализации трех сфер проявления синергии сложного: содержательной (практико-ориентированные задачи, явления и реальные процессы – фракталы, хаос, самоорганизация), процессуальной (фундирование опыта, диалог культур и коммуникации, геймификация образования, контексты обучения математике) и личностно-адаптационной (развитие креативности и критичности обучающегося, современные достижения в науке, развитие мотивационной сферы учения) [Хакен, 2014; Малинецкий, 2020a; Морен, 2007; Буданов, 2019; Степин, 2018; Князева, 2020; Мандельброт, 2002; Курдюмов, 2019] и др.

Учебные программы дополнительного профессионального образования педагогов

1. ТЕХНОЛОГИЯ САМООРГАНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ НА ОСНОВЕ АДАПТАЦИИ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ В НАУКЕ

Научный руководитель: Е. И. Смирнов (Ярославль).

Исполнители: В. С. Секованов (Кострома), Е. А. Корсукова, Н. М. Галасеева, Е. А. Смирнова, Е. С. Лебедева, Е. А. Леонец, П. А. Борисова, Р. Ю. Малов (Ярославль).

Дидактические решения *(теория и технология):*

– Самоорганизация становления математической грамотности в ходе освоения фрактальной геометрии;

– Фундирование УУД обучающихся от освоения сложного знания к формированию математической грамотности;

– Наглядное обучение математике как симбиоз математического и компьютерного моделирования;

– Цифровое сопровождение проектно-исследовательской деятельности обучающихся.

2. МАТЕМАТИКА В ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (ДЕЛОВЫЕ, ДИДАКТИЧЕСИЕ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИГРЫ)

Научный руководитель: С. Н. Дворяткина (Елец).

Исполнители: В. С. Абатурова (С-Осетия – Алания), С. А. Тихомиров (Ярославль), Р. Ю. Малов (Ярославль).

Дидактические решения:

– Деловая игра как форма проектирования практико-ориентированных решений в финансовой математике;

– Математические основы интеллектуальных игр;

– Диалог культур в игровой деятельности как способ освоения математики сложного знания/

3. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И ЦИФРОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ ШКОЛЬНИКА В ТВОРЧЕСКОМ И УРОВНЕВОМ ОСВОЕНИИ СЛОЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, ПРОЦЕДУР И ЯВЛЕНИЙ

Научный руководитель: И. В. Кузнецова (Ярославль)/

Исполнители: Г. Ю. Буракова (Ярославль), С. В. Напалков (Арзамас), С. А. Тихомиров (Ярославль), В. С. Абатурова (С-Осетия – Алания).

Дидактические решения:

– Формирование функциональной грамотности средствами дидактической игры на уроках математики;

– Web-коммуникации в освоении сложного знания как средство формирования математической грамотности;

– Геймификация математической деятельности как фактор повышения учебной мотивации школьников.

3.1. Дидактические решения в процессах формирования математической грамотности на основе самоорганизации когнитивной деятельности

В рамках профильного научного исследования предлагаются следующие дидактические решения, отражающие ведущие инновационные идеи, технологии и процедуры, направленные на эффективное формирование математической грамотности обучающихся на основе исследования и адаптации сложного знания, а также опыта отбора, исследования и решения, практико-ориентированных PISA-подобных заданий.

Пример 1. «Самоорганизация становления математической грамотности в ходе освоения фрактальной геометрии».

Краткое описание.

Эффективным направлением формирования математической грамотности школьников становится обучение математике на основе освоения сложного знания (в данном дидактическом решении – элементов фрактальной геометрии). При этом ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания и поддержки дистанционных сред и компьютерного моделирования. Это реализуется в ходе этапного исследования элементов фрактальной геометрии и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Концептом интеграции образовательных парадигм освоения сложного знания и формирования математической грамотности школьников выступает актуализация ядра универсальных учебных действий, проявляющихся в соответствующей когнитивной деятельности школьников. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния (необходим учет индивидуальных различий школьников, формы, методы и средства освоения фрактальной геометрии, соответствующие. Практико-ориентированные задания должны быть разноуровневыми), формирования и развития мотивационной сферы учения (за счет актуализации образцов и адаптации современных, востребованных в жизни и доступных для восприятия, научных знаний и технологий, связанных с элементами фрактальной геометрии), развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы, математическое и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций обучающихся в освоении сложных конструктов и процедур математики. Таким образом, реализация процесса повышения качества функциональной грамотности в освоении математики в школе возможна теперь на основе актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке к школьной математике. Такие образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. Поэтому и необходим также диалог информационной, гуманитарной, математической и естественно-научной культур в освоении математики сложного знания, который связан с решением и исследованием практико-ориентированных PISA-подобных заданий, активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при формировании универсальных учебных действий и образовании целостных структур в обучении математике в школе.

При этом необходимо реализуется идея не только разработки, реализации и исследовании *иерархических разноуровневых комплексов PISA-подобных заданий* для школьников, но и *актуализации базовых обобщенных процедур и УУД* (универсальных учебных действий), интеграции математических знаний и компетенций. Таковыми могут быть: локализации и структурирование информации, понимание и обобщение, интеграции и интерпретации, моделирования и рефлексии, самооценки и самоконтроля знаний, которые коррелируют с уровнями и содержанием математической грамотности в контексте реализации исследовательской и игровой деятельности школьников в ходе освоения сложного знания. Эта интегративная основа способствует взаимодействию, взаимовлиянию, взаимообогащению областей знания и формированию функциональной (математической) грамотности школьников. Синергия математического образования при этом в контексте диалога культур и адаптации современных достижений в науке в «режиме обострения» С. П. Курдюмова, будь то инклюзивное (включенное) образование, дистанционное обучение или интегрированные курсы, позволяет создать условия для повышения качества математического образования, учебной и профессиональной мотивации обучающихся с раскрытием их индивидуальных особенностей («..разворачивая себя к культуре и истории..» Г. Гегель).

Эффективным конструктом может оказаться развертывание следующих этапов проявления синергии сложного знания в математическом образовании в школе как механизм формирования математической грамотности школьников: мотивационный (самоактуализация («мне это интересно»)); ориентировочно-информационной насыщенности (самоопределение («что я могу сделать»)); процессуально-деятельностный (самоорганизация («я способен управлять процессом»)); контрольно-коррекционный (оценка эмпирической верификации результатов); обобщающе-преобразующий (саморазвитие личности («я могу сделать что-то новое»)); при этом необходимы разработки методик осуществления отбора, обоснования и разработки психодиагностических методик и оценочных процедур выявления профессиональных дефицитов педагогов и технологий выявления синергетических эффектов в обучении математике.

Ведущая идея такова: ключевым аспектом феномена формирования математической грамотности школьников и проявления синергетических эффектов в обучении математике сложного знания на основе адаптации современных достижений в науке является возможность актуализации обобщенных этапов и исследования характеристик освоения сущности сложных математических знаний, явлений и процедур, создания условий для коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации содержания, процессов и взаимодействий (аттракторы, точки бифуркации, бассейны притяжения, итерационные процедуры и т. п.) в ходе освоении «проблемных зон» математики.

Проявилась необходимость разработки среды дистанционного обучения математическим дисциплинам в рамках развертывания методических инициатив разработчиков – учителей математики, а также комплексов онлайн-курсов и дистанционных сред; необходимо разработать обеспечение ИКТ средств поддержки (в том числе, математического пакета компьютерной алгебры Mathematica) в решении сложных задач в обучении математике школьников; будет разработана технология «тетрады» в исследовательской деятельности школьников : особенность здесь состоит в том, что обучающимся предстоит выполнять четыре вида творческой деятельности: а) творческая математическая деятельность; б) построение фрактальных множеств с разработкой алгоритмов и языков программирования высокого уровня; в) выполнение лабораторных работ по математике с проведением компьютерных экспериментов; г) изучение творческих биографий ученых и создание художественных композиций с помощью фракталов и ИКТ. Все полученные результаты характеризуют проявление синергии сложного знания в математическом образовании в школе на основе адаптации современных достижений в науке, в основном, в формах реализации интегративных и элективных курсов, проектной деятельности и веб-квестов, лабораторно-расчетных и ресурсных занятий, в том числе, в игровой деятельности.

Именно управление образовательными процессами на базе освоения сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования способны дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т. п.) и повысится уровень математической грамотности школьников, креативность и критичность мышления обучающихся. При этом возможность адаптации современных достижений в науке к школьной математике и компьютерного интерактивного взаимодействия с учебным предметом усиливает развивающий эффект и повышает учебную мотивацию, выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания.

Гипотеза. Реализация методологических и методических идей будет способствовать эффективному формированию математической грамотности школьников в обучении математике в контексте разработки технологий освоения сложного знания в насыщенной информационно-образовательной среде, основанных на адаптации современных достижений в науке и актуализации обобщенных конструктов, фундирующих этапное исследование практико-ориентированных заданий, в учебной и игровой деятельности на основе математического и компьютерного моделирования. Важнейшими факторами реализации при этом технологии формирования математической грамотности будут являться следующие *педагогические условия:*

– информационная насыщенность и индивидуализация мотивационного поля учения (в том числе, процессов цифровизации школы и вуза);

– множественность постановки целей и поиска этапов адаптации обобщенных конструктов сложного знания;

– поиск и исследование бифуркационных переходов в разноуровневой математической деятельности;

– выявление УУД в математической деятельности по решению и исследованию практико-ориентированных заданий в этапных процессах адаптации сложного знания;

– флуктуационное разнообразие параметризации и интеграции математических, информационных, естественно-научных и гуманитарных знаний в построении математических результатов в форме аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных преобразований на основе математического и компьютерного моделирования;

– диалог культур и сетевое взаимодействие на единых информационных платформах исследовательской деятельности с учетом стохастичности процессов и обобщенности результатов формирования математической грамотности;

– постановка эксперимента в математике и проявление синергетических эффектов развития личности в условиях продвижения к пониманию сущности математических объектов и процедур в ходе функционирования насыщенной информационно-образовательной среды.

Источник:

1. Смирнов Е. И. Синергия математического образования: Введение в анализ / Е. И. Смирнов, В. В. Богун, А. Д. Уваров. Ярославль : Изд-во «Канцлер», 2016. 216 с.

2. Секованов В. С. Элементы теории дискретных динамических систем. Санкт-Петербург : Лань, 2016. 180 с.

3. Дворяткина С. Н. Оценка синергетических эффектов интеграции знаний и деятельности на основе компьютерного моделирования / С. Н. Дворяткина, Е. И. Смирнов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. С. 35–42.

4. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. Москва : Высшая школа, 1991. 207 с.

5. Смирнов Е. И. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца / Е. И. Смирнов, А. Д. Уваров, Н. Е. Смирнов // Евразийское научное обозрение. 2017. Т.30. №8. С. 35-55.

6. Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений / В. Н. Осташков, Е. И. Смирнов // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С. 146-157.

7. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы / пер. с англ. Москва : Ин-т компьютерных исследований, 2002. 656 с.

Таблица 8.

Этапы реализации дидактического решения

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	• наличие обобщенных образцов сложного знания (на эталонном и ситуативном уровнях) и решения практико-ориентированных учебных и научных проблем с детализацией, анализом УУД и особенностями, пре-	• наличие внешних стимулов в форме презентации и ценностного принятия передовых педагогических технологий, идей; • наличие вариативности образцов решения педагогических	Знать: • современные проблемы науки и образования и способы их адаптации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания;

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
1 этап **Подготовительный (мотивационный + ориентировочно-информационный)**	зентацией исследовательских этапов, методов и процедур; • освоение методов и форм научного познания, создание ситуаций интеллектуального напряжения, самоопределение и самоактуализация в проблемных ситуациях; • создание творческой среды (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах; толерантность к неопределенности; готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); • возникновение, требования и типы гипотез, анализ их адекватности, прове-	проблем с анализом и особенностями творческих решений (на эталонном и ситуативном уровнях); • широкое освоение средств самодиагностики и развития мотивов самоактуализации личности на основе обретения новых ценностей и определения наиболее эффективных и успешных проявлений собственного когнитивного опыта; • развитость конвергентного и критического мышления; поиск решения исследовательских практико-ориентированных задач, сбор и анализ данных, возникновение гипотез,	• набор компетенций в решении и исследовании сложного знания и способов его адаптации к школьной математике; • набор компетенций в решении и исследовании практико-ориентированных заданий; приемы математического моделирования реальных задач из практики. Уметь: • осуществлять поиск и обработку информации с использованием современных информационных и коммуникационных технологий; • осуществлять поиск, отбор и анализ современных проблем науки и образования, знать этапы адаптации сложного знания к школьной математике;

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	ряемости, достоверности; выдвижение и формулировка гипотез; • отбор, постановка и поиск решения исследовательских практико-ориентированных задач, систематизированных в форме фундирующих комплексов с фиксацией необходимых этапов: сбор и анализ данных, возникновение гипотез, анализ возможностей ИКТ-средств поддержки и их внедрения в предметную область; • способность к педагогической рефлексии и освоению ее типов (интеллектуальной, личностной, кооперативной и коммуникативной), поиску и анализу педагогических проблем	анализ возможностей ИКТ-средств поддержки и их внедрения в предметную область; • технологическая готовность и проектировочная культура: владение методиками и средствами педагогической инноватики; • знакомство с приемами и методами научного познания, создание ситуаций интеллектуального напряжения, самоопределение и самоактуализация в проблемных ситуациях	• ставить цели и задачи самоорганизации, самоопределения, самоактуализации; самоконтроля личности. Владеть: • основными методами математической и компьютерной обработки информации; • основными приемами математического моделирования практико-ориентированных задач, интерпретации условий; УУД освоения сложного знания и практико-ориентированной деятельности; • способами осмысления и критического анализа современных проблем науки и образования, тенденций развития образовательной системы; тенденций развития математической науки

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
2 этап **Содержательно-технологический**	• актуализация приемов развития дивергентного мышления школьников на фоне освоения обобщенных конструктов сложного знания, учета вероятных и невероятных обстоятельств, конструирования содержания, этапов и УУД, базовых и вариативных характеристик объекта проектирования; • построение плана решения и этапов адаптации сложной задачи к школьной математике, концептуальной, предметной, информационной и математической моделей, анализ возможностей ИКТ-средств поддержки; • актуализация множественности решений, средств и форм анализа,	• проявление умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях; • развитие дивергентного мышления на фоне освоения обобщенных интегративных конструктов сложного знания; формирование математической грамотности на фоне решения и исследования практико-ориентированных заданий; • создание ситуаций выбора и неопределенности, принятия решения с высокой степенью ответственности в ходе исследования и адаптации сложного знания к школьной математике; • личностный опыт поисковой	Знать: • сущность личностного саморазвития на основе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий 5-6 уровня; • содержание и особенности когнитивной деятельности в обогащенной информационно-образовательной среде; • набор компетенций и УУД в решении и исследовании сложного знания и способов его адаптации к школьной математике; • набор компетенций и УУД в решении и исследовании практико-ориентированных заданий; Уметь: • осуществлять поиск и обработку информации с ис-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	возможностей параметризации условий задания на основе однозначности данных; • стимулирование интуиции и прогноза результатов, поиска процедур и алгоритмов решения и исследования, создание условий для проявления инсайта, фиксации и верификации процедур и алгоритмов, презентации результатов; • актуализация ситуаций теоретического и эмпирического обобщения знаний и методов, интеграции знаний и методов на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего развития» личностного опыта школьника;	и творческой активности, становление компонентов математической грамотности в практико-ориентированной когнитивной деятельности; • актуализация множественности решений, средств и форм анализа, возможностей параметризации условий задания на основе однозначности данных; • проявление интуиции и прогноза результатов, поиск и алгоритм решения задач, инсайт, фиксация и верификация процедур и алгоритмов, презентация результатов; • формирование положительной «Я-по-	пользованием современных информационных и коммуникационных технологий; решать и исследовать практико-ориентированные задания 5-6 уровня PISA; • использовать математическое и компьютерное моделирование в ходе освоения сложного знания, информационные технологии и цифровые образовательные ресурсы в обогащенной информационной среде обучения математике; • выбирать адекватные способы решения проблем адаптации современных достижений в науки и инновационных технологий к обучению математике в школе;

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	• организация работы в малых группах, умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе принципов самоуправления, распределения ролей, осознания личностных смыслов и предпочтений, создания творческих групп; • создание творческой среды в образовательном учреждении (стимулирование ситуации успеха; организация работы исследовательских групп; воспитание толерантности к неопределенности, готовности к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов)	зиции» в условиях диалога культур и творческой самостоятельности; актуализация ситуаций проявления УУД	Владеть: • основными методами математической и компьютерной обработки информации; приемами решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • опытом применения информационно-коммуникационных технологий и использования цифровых образовательных ресурсов в ходе освоения сложного знания; • опытом целеполагания, планирования и анализа результатов исследовательской деятельности по освоению сложного знания и решению практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
3 этап **Оценочно-коррекционный**	• организация проверки школьниками гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных практико-ориентированной задачи; • контроль учета вероятных и невероятных обстоятельств решения и исследования проблемы, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности, поиск и оценка синергетических эффектов – самоорганизация, самоопределение, самоактуализация, самооценка школьников, наличие побочных продуктов и т. п.; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий;	• проверка гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи; • учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ предпочтений выбора оптимального пути решения, эффекта сформированности УУД; поиск побочных решений; • мониторинг и оценка эффективности стратегий и их модификаций в	Знать: • современные проблемы науки и образования и способы их адаптации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания; • набор компетенций в решении и исследовании сложного знания и способов его адаптации к школьной математике; • набор компетенций в решении и исследовании практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня. Уметь: • осуществлять поиск, отбор и анализ современных проблем науки и образования, практико-ориентированных

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	самоанализ эффективности стратегий и методов решения, выбор оптимального пути решения проблемы	процессе решения практико-ориентированных задач	заданий PISA 5-6 уровня; • выбирать адекватные способы решения проблем адаптации современных достижений в науки и инновационных технологий к обучению математике в школе; • оценивать текущее состояние, ресурс и потенциал своего личностного саморазвития; • ставить цели и задачи самоорганизации, самоопределения, самоактуализации, самоконтроля; Владеть: • способами осмысления и критического анализа современных проблем науки и образования, тенденций развития образовательной системы; тенденций развития математической науки;

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
			• опытом целеполагания, планирования и анализа результатов исследовательской деятельности в освоении сложного знания и практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • навыками саморегуляции и самоконтроля, приемами актуализации процессов самоорганизации в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • опытом рефлексивной деятельности и оценки результатов формирования математической грамотности школьников
	• совершенствование исследовательской культуры и участие в постоянно-дей-	• совершенствование математической грамотности и культуры на основе решения и	Знать: • современные проблемы науки и образования и способы их адап-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
4 этап **Обобщающе-преобразующий**	ствующих научных семинарах и практикумах, апробация активных методов обучения инновационного профиля, использование опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д. в процессе внедрения новых интерактивных методик и информационных технологий освоения сложного знания; • анализ и перенос теоретических и эмпирических обобщений в процессах адаптации сложного знания, формирования математической грамотности школьников, рефлексивный контроль характеристик сформированности индивидуального стиля педагогической деятельности;	исследования практико-ориентированных заданий с актуализацией необходимых УУД в контексте освоения сложного знания, участие в семинарах, факультативах и практикумах с использованием активных методов обучения, опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д., в насыщенных информационно-образовательных средах; • актуализация и анализ теоретических и эмпирических обобщений, и рефлексивный контроль характеристик и этапов адаптации обобщенного сложного знания; понимание	тации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания; • сущность личностного саморазвития на основе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • содержание и особенности когнитивной деятельности в обогащенной информационно-образовательной среде; • набор компетенций в решении и исследовании сложного знания и способов его адаптации к школьной математике; • набор компетенций в решении и исследовании

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	• самостоятельные установки отбора и этапов исследования сложного знания, постановка много функциональности и многофакторности сложной задачи и поиск методов ее решения, адаптации и исследования; стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, поиск новых творческих продуктов, оценка и прогноз дальнейших педагогических действий и дидактических решений, мотивация самоактуализации; • системная интеграция предметных, информационных, математических и профессиональных знаний на основе наглядного моделирования в постановке и реше-	единства УУД в освоении сложного знания и решении практико-ориентированных заданий; • осознание интереса и мотиваций в освоении сложного знания, их состав и самомотивирование; способы верификации и интерпретации результатов решения и исследования практико-ориентированного опыта; • самостоятельная постановка задачи и поиск методов ее решения, надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт,	практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня. Уметь: • осуществлять поиск, отбор и анализ современных проблем науки и образования, практико-ориентированных заданий из реальной жизни 5-6 уровня PISA; • выбирать адекватные способы решения проблем адаптации современных достижений в науки и инновационных технологий к обучению математике в школе; • оценивать текущее состояние, ресурс и потенциал своего личностного саморазвития; • ставить цели и задачи самоорганизации, самоопределения, самоактуализации; самоконтроля в

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	нии исследовательских задач профессиональной деятельности; • психодиагностика личностных качеств, определение скорости и интенсивности когнитивных операций, регуляция эмоционального состояния обучающихся	оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации	освоении сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; Владеть: • основными методами математической и компьютерной обработки информации; • способами осмысления и критического анализа современных проблем науки и образования, тенденций развития образовательной системы; тенденций развития математической науки; • опытом целеполагания, планирования и анализа результатов исследовательской деятельности в ходе освоения сложного знания, решения и исследования прак-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
			тико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • навыками саморегуляции и самоконтроля, приемами актуализации процессов самоорганизации в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • рефлексивными технологии для оценки уровня своего личностного развития

Таблица 9.

Дискуссия

Преимущества	Ограничения
Таким образом, эффективным направлением формирования математической грамотности школьников может стать обучение математике на основе освоения сложного знания. При этом ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания и поддержки	*Для педагога*: Обучение математике в школе должно происходить в информационно-насыщенной образовательной среде освоения сложного уровневого знания в условиях диалога математической, информационной гуманитарной и естественно-научной культур и интеграции дидактических усилий педагога и ученика в направ-

Преимущества	Ограничения
дистанционных сред и компьютерного моделирования. Это реализуется в ходе этапного исследования сложного знания и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Более того, ставится задача на ближайшие годы не только достижения устойчивого порогового уровня в тестировании PISA, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших внеучебных ситуациях, но и достижение способности решать сложные задачи. Приоритетом становятся ситуации, когда проявляется способность школьников использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, требуются самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях и овладевать сложными знаниями креативные обучающиеся. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния (необходим учет индивидуальных различий школьников, то есть практико-ориентированные задания должны быть разноуровневыми), формирования и	лении вскрытия сущностей базовых учебных элементов (понятий, теорем, процедур, алгоритмов, идей) как феномена фундаментализации образования. Необходимо выстраивание иерархий сложного разноуровневого знания, методов и средств в когнитивной деятельности, опоры на дидактические правила и закономерности освоения математической деятельности на основе синергетического подхода (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy-logic, теория хаоса и катастроф, устойчивость динамических систем и нелинейная динамика, теория кодирования и шифрования информации и т. п.). Эффективным конструктом может оказаться развертывание следующих этапов проявления синергии сложного знания в математическом образовании в школе как механизм формирования математической грамотности школьников: мотивационный (самоактуализация («мне это интересно»)); ориентировочно-информационной насыщенности (самоопределение («что я могу сделать»)); процессуально-деятельностный (самоорганизация («я способен управлять процессом»)); контрольно-коррекционный (оценка эмпирической верификации результатов); обобщающе-преобразующий (саморазвитие личности («я могу сделать

Преимущества	Ограничения
развития мотивационной сферы учения (за счет актуализации образцов и адаптации современных, востребованных в жизни и доступных для восприятия, научных знаний и технологий), развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы, математическое и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций обучающихся в освоении сложных конструктов и процедур математики. Таким образом, реализация процесса повышения качества функциональной грамотности в освоении математики в школе возможна теперь на основе актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке к школьной математике. Такие образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. Поэтому и необходим также диалог информационной, гуманитарной, математической и естественно-научной культур в освоении математики сложного знания, который	что-то новое»)); при этом необходимы разработки методик осуществления отбора, обоснования и разработки психодиагностических методик и оценочных процедур выявления профессиональных дефицитов педагогов и технологий выявления синергетических эффектов в обучении математике. Обучающийся уже сейчас должен знакомиться с нелинейным стилем мышления в постнеклассических науках, знать и находить ассоциации в реальной жизни таких феноменов коллективной упорядоченности как эффект Жаботинского-Белоусова, ячейки Бинара («дорога гигантов» в Ирландии), теория Гинзбурга-Ландау сверхпроводимости в системе квантов, уравнения Лотки -Вольтерра в системе «хищник-жертва», снежинка Коха и цилиндр Шварца, сценарий Ферхюльста и «эффект бабочки» странного аттрактора Лоренца и т. п. *Для обучающегося:* • Данное дидактическое решение направлено на формирование 5–6 уровня математической грамотности: обучающийся способен анализировать сложную информацию, провести развёрнутый анализ проблемы и наметить весь путь её решения, интегрировать и интерпретировать знания, выдвигать новые идеи и получать

Преимущества	Ограничения
активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе	побочные продукты, ставить вопросы, выражать своё мнение, аргументировать, формулировать выводы. Все эти действия способствуют развитию учебной мотивации, креативности и критичности мышления, интеллектуальных операций моделирования, анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования, конкретизации

Ссылки на опыт применения

1. Zykova T. V., Kuznetsova, I. V. (2017). Synergy of Students' Network Interaction in the Course of Mathematical Knowledge Development. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 5, 95–102.
2. Alexander B. (2006). Web 2.0: A New Wave of Innovation for Teaching and Learning ? *Educause Review*, 41(2), 32–44. Access at: https://er.educause.edu/-/media/files/article-downloads/erm0621.pdf.
3. Andersen P. (2007). What is Web 2.0.? Ideas, Technologies and Implications for Education. *JISC Technology and Standards Watch.* Access at: http://www.jisc.ac.uk/media/documents/techwatch/tsw0701b.pdf.
4. Barrett H. (2004). Electronic Portfolios as Digital Stories of Deep Learning. Access at: http://electronicportfolios.com/digistory/epstory.html.
5. Broadbent J., Poon W. L. (2015). Self-regulated Learning Strategies and Academic Achievement in Online Higher Education Learning Environments: A Systematic Review. *The Internet and Higher Education*, 27,1-13.
6. Campbell A. P. (2003). Weblogs for Use with ESL Classes. *The Internet TESL Journal*, 9(2). Access at: http://iteslj.org/Techniques/Campbell-Weblogs.html.
7. Downes S. (2001). Knowledge, Learning and Community. Access at: http://www.downes.ca/post/57737.
8. Dvoryatkina S. N., Masina O. N., Shcherbatykh S. V. (2017). Improving the Methods of Pedagogical Diagnosis and the Control of

Mathematical Knowledge Based on the Modern Achievements in Science. *Educational Psychology in Polycultural Space,* 37(1), 71-77.

3.2. Дидактические решения в процессах формирования математической грамотности на основе геймификации образования

Пример 2.

Краткое описание. Одной из ключевых задач современной школы является формирование у учащихся положительной устойчивой мотивации учебной деятельности, которая побуждала бы их к систематической учебной работе, к освоению сложного знания, к самоорганизации и самообразованию.

Педагогической технологией, способствующей повышению учебной мотивации школьников на современном этапе является геймификация, то есть целенаправленное использование игровых элементов в образовательном процессе для формирования новых знаний и опыта в неигровых задачах.

Анализ исследований показал, что геймификация активно обсуждается и применяется в основном на этапе начального образования, а на этапах основного и среднего образования в основном только применительно к предметам гуманитарного цикла. На данный момент геймификация в сфере преподавания математики практически не используется. Отсутствуют методические материалы и публикации по изучаемому вопросу для реализации игры на уроках математики в старших классах.

Геймификация предполагает направленность активности субъектов на решение познавательной проблемы и вместе с тем повышает интерес и мотивацию к обучаемому предмету. Поэтому геймификацию в предметном содержании следует рассматривать как неотъемлемый компонент образовательного процесса, ориентированный на развитие личности, и, прежде всего, на формирование его математической грамотности.

Таким образом, эффективным направлением повышения учебной мотивации школьников становится геймификации математического образования в школе и вузе в контексте актуализации игровой деятельности с проявлением эффектов математической и цифровой грамотности, развитием нелинейного мышления (деловые и дидактические, интеллектуальные игры).

Ведущая идея такова: ключевым аспектом в повышении учебной мотивации школьников, и как следствие формирования их математической грамотности, является внедрение элементов геймификации в систему математического образования через погружение в игровое пространство, в том числе и виртуальное, при освоении сложного математического знания. Использование технологии геймификации в образовании не только повышает учебную мотивацию, но выявляет связи с реальной жизнью и практикой, создает феномен проявления синергетических эффектов в освоении сложного математического знания.

Гипотеза. Реализация методологических и методических идей на основе деловых игр будет способствовать повышению учебной мотивации школьников, а также эффективному формированию их математической грамотности в контексте использования геймификации при освоении сложного знания в насыщенной информационно-образовательной среде.

Важнейшими факторами реализации геймификации в математическом образовании будут являться следующие *педагогические условия:*

– обеспечение полифункциональной и междисциплинарной интерактивной деятельности в реализации игровой и синергетической парадигмы обучения математике в контексте диалога культур в составе деловых и дидактических, интеллектуальных игр;

– использование в игровом пространстве практико-ориентированных и *PISA*-подобных заданий в этапных процессах адаптации сложного знания;

– обеспечение получения постоянной обратной связи от обучающегося, обеспечивающей возможность динамичной корректировки его поведения;

– проектирование игрового пространства образовательного назначения, обладающего возможностями формирования когнитивной картины мира;

– формирование нового знания на базе практического опыта, который школьник приобретает в процессе игровой деятельности при поддержке ресурсов геймификации.

Геймификация математической деятельности для повышения учебной мотивации школьников и поддержки интеллектуального развития личности реализуется через следующие компоненты:

– через форсайт-методологию обучения («RapidForesight»), то есть методологию совместной работы, которая помогает сообществам достичь синергии через совместные усилия;

– через систему практико-ориентированных и PISA-подобных задач на основе когнитивной деятельности школьников в игровом пространстве цифрового ресурса и осуществления постоянной обратной связи с ним;

– через проектирование игрового пространства образовательного назначения, обладающего возможностями формирования когнитивной картины мира;

– через организацию самостоятельной работы, в ходе которой предусматриваются задания на формирование когнитивных умений школьников;

– через элемент соревнования и сравнения полученных результатов (персонажей, выдуманных героев, а не самих учеников);

– через учет индивидуальных и возрастных особенностей участников образовательной среды, когнитивных стилей деятельности (задания имеют разнообразное визуальное представление: картинкой, формулой, звуковым сопровождением).

Источник:

1. Вербах К. Вовлекай и властвуй: игровое мышление на службе у бизнеса / К. Вербах, Д. Хантер. Москва : «Манн, Иванов и Фербер», 2015. 207 с.
2. Исупова Н. И. Геймификация учебного процесса с использованием технологии «перевернутый класс» / Н. И. Исупова, Т. Н. Суворова // Перспективы науки и образования. 2019. №5 (41). С. 412-427.
3. Караваев Л. Н. Совершенствование методологии геймификации учебного процесса в цифровой образовательной среде: монография / Н. Л. Караваев, Е. В. Соболева. Киров : Вятский государственный университет, 2019. 105 с.
4. Смирнов Е. И. Синергия математического образования: Введение в анализ / Е. И. Смирнов, В. В. Богун, А. Д. Уваров. Ярославль : Изд-во «Канцлер», 2016. 216 с.

5. Введение в проектную деятельность. Синергетический подход : учебное пособие / И. В. Кузнецова [и др.]. Электрон. Текстовые данные. Саратов: Вузовское образование, 2020. 166 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/92644.html. ЭБС «IPRbooks»
6. Орлова О. В. Геймификация как способ организации обучения / О. В. Орлова, В. Н. Титова // Вестник Томского Государственного Педагогического Университета. 2015. №9(162). С. 60–64.

Таблица 10.

Этапы реализации дидактического решения

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
1 этап **Подготовительный**	• определение сферы интересов обучающихся с целью определения типологизации игры; • определение игровых элементов, которые помогут детям освоить необходимый навык; • постановка поведенческих задач с целью усиления концентрации внимания детей; • освоение методов и форм организации геймификации в математической	• наличие внешних стимулов в форме презентации и ценностного принятия передовых педагогических технологий, идей; • развитость конвергентного и критического мышления; поиск решения исследовательских практико-ориентированных задач; • технологическая готовность и проектировочная культура: вла-	Знать: • современные проблемы науки и образования и способы их адаптации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания; • набор компетенций в решении и исследовании практико-ориентированных заданий Уметь: • осуществлять поиск и обработку

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	деятельности школьника; • проектирование игрового пространства образовательного назначения, обладающего возможностями формирования когнитивной картины мира; • отбор, постановка и поиск исследовательских практико-ориентированных задач, в ходе решения которых школьники, сталкиваясь с трудностями, экспериментируют в игровом образовательном пространстве и находят их решение; • определение цифровых ресурсов для создания и использования в процессе игровой деятельности;	дение методиками и средствами педагогической инноватики	информации с использованием цифровых ресурсов; • ставить цели и задачи самоорганизации, самоактуализации. Владеть: • основными методами математической и компьютерной обработки информации; • способами осмысления и критического анализа современных проблем науки и образования, тенденций развития образовательной системы

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	• способность к педагогической рефлексии и освоению ее типов (интеллектуальной, личностной, кооперативной и коммуникативной), поиску и анализу педагогических проблем		
2 этап **Содержательно-технологический**	• создание ресурсов для геймификации; • применение приёмов, способствующих созданию у игроков ощущения сопричастности, создание интереса к вымышленным целям; • поэтапное усложнение целей и задач по мере приобретения игроками опыта; • актуализация приемов развития дивергентного мышления школьников на фоне освоения	• проявление умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях; • развитие дивергентного мышления на фоне освоения обобщенных интегративных конструктов сложного знания; • формирование математической грамотности на фоне решения практико-ориентированных заданий в игровой деятельности;	Знать: • структурные компоненты игровой среды и их иерархию; • стратегии и тактики организации и проведения деловых, дидактических и интеллектуальных игр; • сущность личностного саморазвития на основе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий 5-6 уровня; • содержание и особенности когнитивной дея-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	обобщенных конструктов сложного знания в игровой деятельности; • построение плана решения и этапов реализации геймификации в процессе обучения математике; •стимулирование интуиции и прогноза результатов, поиска процедур и алгоритмов решения и исследования, создание условий для проявления инсайта, фиксации и верификации процедур и алгоритмов, презентации результатов; • актуализация ситуаций теоретического и эмпирического обобщения знаний и методов, интеграции знаний и методов	• личностный опыт поисковой и творческой активности, становление компонентов математической грамотности в практико-ориентированной когнитивной деятельности; • проявление интуиции и прогноза результатов, поиск и алгоритм решения задач, инсайт, фиксация и верификация процедур и алгоритмов, презентация результатов; • формирование положительной «Я-позиции» в условиях диалога культур и творческой самостоятельности	тельности в обогащенной информационно-образовательной среде; • набор компетенций и УУД в решении и исследовании практико-ориентированных заданий. Уметь: • самостоятельно планировать и осуществлять познавательную деятельность, структурировать информацию, выбирать способы ее соответствующего представления; • адаптировать современные достижения педагогической науки и инновационных технологий к организации и игровой среды; • осуществлять поиск и обработку информации с использованием

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего развития» личностного опыта школьника; • организация работы в малых группах, умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе принципов самоуправления, распределения ролей, осознания личностных смыслов и предпочтений, создания творческих групп; • создание игровой среды при обучении математике (стимулирование ситуации успеха; организация ра-		цифровых технологий; • решать практико-ориентированные задания 5-6 уровня PISA. Владеть: • подходами к формированию игровой среды с эффектами функциональной и цифровой грамотности обучающихся; • основными методами математической и компьютерной обработки информации; приемами решения практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • опытом применения цифровых технологий в ходе освоения сложного знания; • опытом целеполагания, планирования и анализа результатов исследовательской деятельности по

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	боты исследовательских групп; воспитание толерантности к неопределенности, готовности к дискуссиям и множественности решений проблемы)		освоению сложного знания и решению практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня
3 этап **Оценочно-коррекционный**	• корректировка процесса обучения через игру; • организация проверки школьниками гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных	• проверка гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи; • учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности, умение ставить	Знать: • современные проблемы науки и образования и способы их адаптации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания; • набор компетенций в решении и исследовании

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	практико-ориентированной задачи; • контроль учета вероятных и невероятных обстоятельств решения и исследования проблемы, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности, поиск и оценка синергетических эффектов – самоорганизация, самоопределение, самоактуализация, самооценка школьников, наличие побочных продуктов и т. п.; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ эффективности стратегий и методов решения, выбор оптимального	и решать задачи в условиях неопределенности; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ предпочтений выбора оптимального пути решения, эффекта сформированности УУД; поиск побочных решений; • мониторинг и оценка эффективности стратегий и их модификаций в процессе решения практико-ориентированных задач	практико – ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; Уметь: • осуществлять поиск, отбор и анализ современных проблем науки и образования, практико – ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • совместить конкуренцию каждого отдельно взятого игрока и работу в команде, дух товарищества; • оценивать текущее состояние, ресурс и потенциал своего личностного саморазвития; • ставить цели и задачи самоорганизации, самоопределения, самоактуализации; самоконтроля; Владеть: • навыками командной работы и навыков принятия

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	пути решения проблемы		решений в условиях ограниченного времени; • опытом целеполагания, планирования и анализа результатов деятельности в освоении сложного знания и практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • навыками саморегуляции и самоконтроля, приемами актуализации процессов самоорганизации в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • опытом рефлексивной деятельности и оценки результатов формирования математической грамотности школьников
	• совершенствование исследовательской культуры и	• обсуждение и обобщение практического	Знать: • современные проблемы науки и образования и

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
4 этап **Обобщающе-преобразующий**	участие в постоянно-действующих научных семинарах и практикумах, апробация активных методов обучения инновационного профиля, использование опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д. в процессе внедрения новых интерактивных методик и информационных технологий освоения сложного знания; • анализ и перенос теоретических и эмпирических обобщений в процессах адаптации сложного знания, формирования математической грамотности	опыта, создающее базу для выстраивания причинно-следственных связей и логики изучаемого, для формулирования выводов; • совершенствование математической грамотности и культуры на основе решения и исследования практико-ориентированных заданий с актуализацией необходимых УУД в контексте освоения сложного знания, участие в семинарах, факультативах и практикумах с использованием активных методов обучения, опытно-творческих площадок, временных	способы их адаптации к содержанию школьной математики и приемам формирования математической грамотности на основе освоения сложного знания; • сущность личностного саморазвития на основе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • содержание и особенности когнитивной деятельности в обогащенной информационно-образовательной среде; • набор компетенций в решении и исследовании практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня.

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	школьников, рефлексивный контроль характеристик сформированности индивидуального стиля педагогической деятельности; • системная интеграция предметных, информационных, математических и профессиональных знаний на основе наглядного моделирования в постановке и решении исследовательских задач профессиональной деятельности; • психодиагностика личностных качеств, определение скорости и интенсивности когнитивных операций, регуляция эмоционального состояния обучающихся	научно-исследовательских групп и т.д., в насыщенных информационно-образовательных средах; • осознание интереса и мотиваций в освоении сложного знания, их состав и самомотивирование; способы верификации и интерпретации результатов решения и исследования практико-ориентированного опыта; • самостоятельная постановка задачи и поиск методов ее решения, надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных	Уметь: • осуществлять поиск, отбор и анализ современных проблем науки и образования, практико-ориентированных заданий из реальной жизни 5-6 уровня PISA; • выбирать адекватные способы решения проблем адаптации современных достижений науки и инновационных технологий к обучению математике в школе; • оценивать текущее состояние, ресурс и потенциал своего личностного саморазвития. Владеть: • основными методами математической и компьютерной обработки информации; • опытом целеполагания, планирования и анализа

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
		выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации	результатов исследовательской деятельности в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • навыками саморегуляции и самоконтроля, приемами актуализации процессов самоорганизации в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA 5-6 уровня; • рефлексивными технологиями для оценки уровня своего личностного развития

Таблица 11.

Дискуссия

Преимущества	Ограничения
Игровая деятельность выступает механизмом и методом формирования математической и цифровой грамотности	*Для педагога:* Обучение математике в школе должно происходить в инфор-

Преимущества	Ограничения
школьников на основе адаптации современных достижений в науке. При этом становится актуальной задача создания игрового пространства при обучении математике, в котором создается атмосфера, способствующая эмоциональной вовлечённости игроков; используются сценарии, моделирующие их поведение; организуется социальное взаимодействие школьников. Целенаправленное использование игровых элементов в образовательном процессе для формирования новых знаний и опыта в неигровых задачах реализуется посредством цифровых сервисов в направлении дополненной и виртуальной реальности в ходе этапного исследования сложного знания и решения практико-ориентированных заданий с возможностью эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Взаимодействие в цифровом образовательном пространстве должно строиться в соответствии с субъект-субъектной схемой, и в его организации следует учитывать участие компьютера как своеобразного	мационно-насыщенной игровой образовательной среде освоения сложного уровневого знания в условиях диалога математической, цифровой и естественно-научной культур на основе интеграции дидактических усилий педагога и ученика в направлении вскрытия сущностей базовых учебных элементов (понятий, теорем, процедур, алгоритмов, идей) как феномена фундаментализации математического образования. Это требует от учителя умения проектировать, разрабатывать, использовать цифровые игровые сервисы, а также оценивать качество игрового образовательного пространства. Использование игровых технологий зависит также от возможностей цифровых ресурсов геймификации, уровня подготовки обучающихся. *Для обучающегося:* • Данное дидактическое решение направлено на формирование 5–6 уровня математической грамотности: обучающийся способен анализировать сложную информацию, провести развёрнутый анализ проблемы и наметить весь путь её решения, интегрировать и интерпретировать знания, выдвигать новые идеи и получать побочные

Преимущества	Ограничения
«субъекта взаимодействия», интерактивного партнера, реагирующего на действия как ученика, так и учителя, что позволило бы формировать новое сложное знание в процессе решения практико-ориентированных задач. Поэтому и необходим также диалог цифровой, гуманитарной, математической и естественно-научной культур в освоении математики сложного знания, который активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе и задают ценностный императив личностного развития школьника	продукты, ставить вопросы, выражать своё мнение, аргументировать, формулировать выводы. Все эти действия способствуют развитию учебной мотивации, креативности и критичности мышления, интеллектуальных операций моделирования, анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования, конкретизации; • у ученика возможна потеря способности концентрироваться на предмете, подмена внутренней мотивации на внешнюю, в результате которой школьник, в случае отсутствия вознаграждения, не будет заинтересован выполнять задания; • наличие постоянной конкуренции между учениками может привести к конфликтам за пределами школы

Ссылки на опыт применения:

1. Zykova T. V., Kuznetsova I. V. (2017). Synergy of Students' Network Interaction in the Course of Mathematical Knowledge Development. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 5, 95–102.
2. Alexander B. (2006). Web 2.0: A New Wave of Innovation for Teaching and Learning? *Educause Review*, 41(2), 32–44. Access at: https://er.educause.edu/-/media/files/article-downloads/erm0621.pdf.
3. Andersen P. (2007). What is Web 2.0.? Ideas, Technologies and Implications for Education. JISC *Technology and Standards Watch*. Access at: http://www.jisc.ac.uk/media/documents/techwatch/tsw0701b.pdf.
4. Barrett H. (2004). Electronic Portfolios as Digital Stories of Deep Learning. Access at: http://electronicportfolios.com/digistory/epstory.html.

5. Broadbent J., Poon W. L. (2015). Self-regulated Learning Strategies and Academic Achievement in Online Higher Education Learning Environments: A Systematic Review. *The Internet and Higher Education,* 27, 1-13.

6. Campbell A. P. (2003). Weblogs for Use with ESL Classes. *The Internet TESL Journal*, 9(2). Access at: http://iteslj.org/Techniques/Campbell-Weblogs.html.

7. Downes S. (2012). Knowledge, Learning and Community. Access at: http://www.downes.ca/post/57737.

8. Dvoryatkina, S.N., Masina, O.N., Shcherbatykh, S.V. (2017). Improving the Methods of Pedagogical Diagnosis and the Control of Mathematical Knowledge Based on the Modern Achievements in Science. *Educational Psychology in Polycultural Space*, 37(1), 71-77.

3.3. Дидактические решения в процессах формирования математической грамотности на основе творческого и уровневого освоения сложного знания

Пример 3. Деловая игра как форма проектирования практико-ориентированных решений в финансовой математике.

Краткое описание.

Ключевые направления модернизации математического образования проявляются как в содержании самой математики на предмет ориентации на профессиональные приложения и практическое применение, так и в ее структуре – на интеграцию мирового и отечественного передового педагогического опыта, освоение современных образовательных технологий развивающего и личностно-ориентированного обучения, повышение учебной и предпрофессиональной мотивации к изучению математики, использованию цифровых технологий. К подобным технологиям, решающим комплексные задачи обучения, можно отнести деловые игры. Под *деловой игрой* будем понимать социально-обучающую модель, которая направлена на достижение цели, имитирует условия, содержание, отношения, динамику и особенности той или иной профессиональной деятельности. Деловая игра позволяет в достаточной мере воспроизводить (моделировать) деятельность специалистов, выявлять проблемы, оценивать каждый вариант, принимать решение и определять механизм его реализации в соответствии с ситуацией, сложившейся на конкретном предприятии, фирме и т. п. Деловая игра, в отличие от традиционных методов обучения, по своей природе основывается на средствах личностного вовлечения ее участников в учебный процесс, воздействуя на их мотивационную сферу. Игра позволяет вовлечь в учебный процесс, задействовать для достижения учебных целей такие мотивы поведения человека, которые обычно остаются нейтральными на уроке. Деловая игра создает ученику условия для возникновения потребности в принятии самостоятельных творческих решений. Личностная вовлеченность в процесс обучения через игру – это тот психологический эффект, который возникает в процессе игры благодаря ее деятельностному характеру.

Теоретическое обоснование и практические аспекты применения методов учебной деловой игры изложены в работах отечественных исследователей А. А. Вербицкого, В. В. Гузеева, С. А. Лобановой, А. П. Панфиловой, А. М. Смолкина и др. Исследователями деловые игры как метод активного обучения рассматривается с разных позиций: как форма контекстного подхода [Вербицкий, 2017; 2020]; как способ активизации учебно-познавательной деятельности обучаемых [Выготский, 1996; Шадриков, 2017]; как средство развития обучаемых [Помелов, 2014; Панфилова, 2019; Лобанова, 2009] и др.

Метод деловых игр не новый для методики обучения. В 1970-1980-е годы в стране произошел всплеск деловых игр, различных по методике проведения. Это было связано с появлением понятия «человеческий фактор» как ведущего в эффективной организации производства, что где-то на 10 лет отстало от фундаментального западного понятия «человеческий ресурс». Введение целевого менеджмента, группового обучения рабочих, проведение игр в виде совещаний, а затем иных форм привлечения сотрудников к управлению организацией берет свое начало в модели «человеческие отношения». В этот период появляются целые школы обучающих игр: школа В. К. Тарасова (Таллин), эмоционально-игровая методика Е. В. Гильбо (Ленинград), ролевые игры в тренинге, деловые игры в педагогике. Новаторами в методике преподавания деловых игр явились вузы. Насчитывается более 1 000 различных видов деловых игр.

В 1980-1990-е годы в России наступил этап экономических реформ, связанный с введением новых форм хозяйствования, а затем появлением различных форм собственности. С помощью деловых игр выявлялись пути развития промышленных предприятий, варианты решения крупных региональных проблем, например, сохранения экологии озера Байкал. Стали проводиться игры по поиску и решению конкретных проблем на предприятиях городов России.

С наступлением эпохи компьютеризации широкое распространение получили компьютерные игры, позволяющие получить необходимые навыки по различным специальностям, развить скорость мышления и реакцию.

В настоящее время деловая игра как метод обучения актуализируется благодаря поиску эффективных механизмов решения проблемы повышения уровня финансовой грамотности населения. Одной из самых важных составляющих любой экономики является финансовая система, которая в настоящее время динамично меняется, усложняется – постоянно появляются новые финансовые продукты, все больше расширяется спектр финансовых услуг. Упомянутые процессы ставят новые, комплексные и, как показывает практика, непростые задачи перед населением страны. Большинство людей оказывается неподготовленным к их решению, так как не имеет соответствующих финансовых знаний, навыков планирования личного бюджета, принятия продуманных решений по управлению личными финансами. Так, опрос респондентов в возрасте старше 18 лет из разных городов Российской Федерации, проведенный в 2015 году в рамках проекта Минфина России и Всемирного банка по содействию повышению финансовой грамотности населения, показал, что только 2 % россиян считают свои знания и навыки в области финансовой грамотности отличными, 13 % – хорошими, 42 % – удовлетворительными, а оставшиеся 43 % таких знаний не имеют.

В условиях агрессивного продвижения коммерческими структурами своих продуктов и услуг люди зачастую либо вовсе отказываются от их потребления ввиду их недостаточной ясности, либо принимают невзвешенные решения по инвестированию своих сбережений или привлечению финансирования на невыгодных условиях. Объективным результатом данного процесса мыслится возникновение в финансовой системе значительных диспропорций и рисков, способных вырасти до национальных масштабов.

Своеобразным импульсом для осуществления практической работы в направлении решения обозначенной проблемы в нашей стране послужило создание в 2008 году Концепции Национальной программы повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации *(далее – Концепция)*. Так, в 2010 году Министерством финансов Российской Федерации и Всемирным банком был разработан проект «Содействие повышению финансовой грамотности населения и развитию финансового образования в Российской Федерации», для реализации которого были выбраны экспериментальные площадки (в 2015–2017 годах было запущено 7 таких региональных площадок). В 2017 году Правительство России утвердило Национальную стратегию повышения финансовой грамотности в нашей стране на 2017–2023 годы, определяющую ключевые направления преобразований в сфере повышения финансовой грамотности приоритетных групп населения: молодежи в возрасте до 18 лет, взрослого населения с низким и средним уровнями дохода и людей пенсионного возраста.

Очевидно, что решению проблемы повышения финансовой грамотности населения страны последние десять лет уделялось немало внимания со стороны государства, однако до сих пор уровень финансовой грамотности в России остается достаточно низким. Причиной тому явилось более чем 70-летнее развитие экономики страны по командно-административной модели, по своей природе, не предполагающей формирования у людей понимания даже относительно простых финансовых продуктов и услуг. Кроме того, в наследство современному поколению достался патерналистский стереотип мышления, послуживший объективным препятствием взращиванию культуры полной ответственности за финансовые решения.

На сегодняшний день каждому человеку необходимо иметь элементарные представления о ключевых финансовых категориях, уметь решать простейшие финансово-экономические задачи. Это важно, так как, совершая покупки, осуществляя различные платежи (наличные и с помощью банковских карт), банковские операции (например, получение кредита, оформление вклада), он участвует в финансовых операциях. Уровень финансовой грамотности каждого современного человека определяет его финансовое поведение и, как следствие, качество его жизни. В этой связи одним из наиболее приоритетных направлений работы выступает формирование финансовой грамотности школьника как составной элемент экономического воспитания человека.

Вышеизложенное позволяет заключить, что для нашей страны, как и для большинства стран мира, проблема повышения уровня финансовой грамотности и финансовой дееспособности населения на сегодняшний день является чрезвычайно актуальной.

Гипотеза: реализация методологических и методических идей формирования финансовой грамотности на основе деловых игр в контексте разработки интегративных технологий освоения сложного предпрофессионального знания на основе математического и компьютерного моделирования, обеспечит:

– эффективную содержательно-методическую подготовку учителей математики в области проектирования и реализации образовательного процесса;

– продуктивное развитие дополнительных профессиональных компетенций, необходимых для обеспечения инновационной деятельности педагога по формированию математической (функциональной) грамотности школьников контексте новой образовательной концепции – геймификации образования.

Источник

1. Дворяткина С. Н. Деловая игра как средство проявления синергии в обучении математике студентов-юристов / С. Н. Дворяткина, Т. П. Будякова // CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование. 2018. № 2. С. 90-98.

2. Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Кейс-технологии в обучении математике как механизм развития вероятностного стиля мышления будущих специалистов в области экономики / С. Н. Дворяткина, А. М. Лопухин // CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование. 2020. №1(17). С. 42-50.

Таблица 12.

Этапы реализации дидактического решения

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
1 этап **Подготовительно-организационный и мотивационный**	• поиск и подбор образцов решения практико-ориентированных заданий по финансовой математике, связанных с детализацией, анализом УУД и особенностями, презентацией исследовательских этапов, методов и процедур; • создание ситуаций интеллектуального напряжения, самоопределение и самоактуализация в проблемных предпрофессиональных ситуациях; • создание творческой среды (стимулирование ситуации успеха; работа в малых группах; толерантность к неопределенности; готовность к дискуссиям и множественности решений проблемы;	• ознакомление с эталонами решения профессиональных и реальных проблем, анализом и особенностями творческих решений (на эталонном и ситуативном уровнях); • развитие мотивов самоактуализации личности на основе обретения новых ценностей и определения наиболее эффективных и успешных проявлений собственного	Знает: • сущность понятия «финансовая грамотность», его содержательный потенциал и многофакторность; • теоретические подходы, современные концепции, методы и принципы организации учебного процесса, ориентированного на формирование финансовой грамотности школьников с применением деловых игр; • особенности технологий интеграции игровой деятельности в математическое образование; • методику преподавания содержания школьного курса математики, на котором возможно развитие компетенций финансовой грамот-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	выявление и популяризация образцов творческого поведения и его результатов); • возникновение, требования и типы гипотез, анализ их адекватности, проверяемости, достоверности; выдвижение и формулировка гипотез; • отбор, постановка и поиск решения игровых и практико-ориентированных задач по финансовой математике; • способность к педагогической рефлексии и освоению ее типов (интеллектуальной, личностной, кооперативной и коммуникативной), поиску и анализу педагогических проблем	когнитивного опыта; • поиск решения практико-ориентированных игровых задач по финансовой математике, установление причинно-следственных связей, осуществлять сбор, анализ данных и преобразование информации, формулировка гипотез; • знакомство с приемами и методами решения игровых и практико-ориентированных за-	ности с применением деловых игр

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
		дач по финансовой математике, самоактуализация в проблемных ситуациях	
2 этап **Содержательно-технологический**	• актуализация приемов развития творческого, нелинейного и практического мышления школьников на фоне освоения обобщенных конструктов сложного знания, конструирования содержания, этапов и УУД, базовых и вариативных характеристик объекта проектирования; • построение плана решения и этапов практико-ориентированной математической задачи по финансовой математике с применением игровых технологий, анализ возможностей ИКТ-средств поддержки;	• проявление умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях; • развитие творческого, нелинейного и практического мышления на фоне освоения обобщенных интегративных конструктов сложного знания через деловую игру; формирование	Умеет: • реализовывать на практике обучение математике, ориентированное на формирование финансовой грамотности школьников, используя деловые игры; • проектировать основные компоненты методической системы обучения математике в контексте формирования финансовой грамотности на основе деловой игры; • планировать изучение конкретных тем и разрабатывать различные модели уроков, способствующих реализации поставленной цели – формированию

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	• актуализация множественности решений, средств и форм анализа, возможностей параметризации условий задания на основе однозначности данных; • стимулирование интуиции и прогноза результатов, поиска процедур и алгоритмов решения и исследования, создание условий для проявления инсайта, фиксации и верификации процедур и алгоритмов, презентации результатов; • актуализация ситуаций теоретического и эмпирического обобщения знаний и методов, интеграции знаний и методов на фоне получения нового качества взаимодействия, актуализация и становление в «зонах ближайшего	финансовой грамотности на фоне решения и исследования практико-ориентированных заданий; • поиск и принятие решений с высокой степенью ответственности в ходе исследования практико-ориентированных заданий по финансовой математике в ситуациях выбора и неопределенности; • личностный опыт поисковой и творческой актив-	финансовой грамотности школьников; • обеспечивать методическое сопровождение процесса обучения математике, ориентированного на формирование финансовой грамотности учащихся

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	развития» личностного опыта школьника; • организация работы в малых группах, умения адаптироваться и развиваться в социальных коммуникациях на основе принципов самоуправления, распределения ролей, осознания личностных смыслов и предпочтений, создания творческих групп; • создание творческой игровой среды в образовательном учреждении (стимулирование ситуации успеха; организация работы исследовательских групп; воспитание толерантности к неопределенности, готовности к дискуссиям и множественности решений проблемы; выявление и популяризация образцов творческого	ности, становление компонентов финансовой грамотности в практико-ориентированной когнитивной деятельности; • актуализация множественности решений, средств и форм анализа, возможностей параметризации условий задания на основе однозначности данных; • проявление интуиции и прогноза результатов, поиск и алгоритм ре-	

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	поведения и его результатов)	шения задач, инсайт, фиксация и верификация процедур и алгоритмов, презентация результатов	
3 этап **Оценочно-коррекционный**	• организация проверки школьниками гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных практико-ориентированной задачи; • контроль учета вероятных и невероятных обстоятельств решения и исследования проблемы, оценка их эффективности, умение ставить и решать задачи в условиях неопределенности, поиск и оценка синергетических эффек-	• проверка гипотез, их модификация, оценка методов и процедур нахождения результатов, варьирование условий и данных задачи; • учет вероятных и невероятных обстоятельств, оценка их эффективности, умение ставить и ре-	Владеет: • методикой и технологией организации процесса обучения математике с внедрением элементов интеллектуальных игр, ориентированных на формирование математической грамотности школьников; • способами развития мотивации повышения математической грамотности у школьников на основе интеллектуальных игр; • способами организации контроля соответствующей учебной деятельности в процессе

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	тов – самоорганизация, самоопределение, самоактуализация, самооценка школьников, наличие побочных продуктов и т. п.; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ эффективности стратегий и методов решения, выбор оптимального пути решения проблемы	шать задачи в условиях неопределенности; • оценка истинности гипотез, прогноза и стратегий; самоанализ предпочтений выбора оптимального пути решения, эффекта сформированности УУД; поиск побочных решений; • мониторинг и оценка эффективности стратегий и их модификаций в процессе решения практико-	обучения математике

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
		ориентированных задач по финансовой математике	
4 этап **Обобщающе-преобразующий**	• совершенствование исследовательской культуры и участие в постоянно-действующих научных семинарах и практикумах, апробация активных методов обучения инновационного профиля, использование опытно-творческих площадок, временных научно-исследовательских групп и т. д. в процессе внедрения новых интерактивных методик и информационных технологий освоения сложного знания; • постановка много функциональности и многофакторности практико-ориентированной задачи	• совершенствование математической грамотности и культуры на основе решения и исследования практико-ориентированных заданий по финансовой математике с актуализацией необходимых УУД в контексте игровой деятельности; • осознание интереса и мотиваций в освоении	Знает: • сущность понятия «математическая грамотность», его содержательный потенциал и многофакторность; • теоретические подходы, современные концепции, методы и принципы организации учебного процесса, ориентированного на формирование математической грамотности школьников с применением интеллектуальных игр; • особенности изложения учебного материала в различных учебниках математики; • методику преподавания содержания школьного курса математики,

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	и поиск методов ее решения с применением игровых технологий; стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, поиск новых творческих продуктов, оценка и прогноз дальнейших педагогических действий и дидактических решений, мотивация самоактуализации; • системная интеграция предметных, информационных, математических и профессиональных знаний на основе наглядного моделирования в постановке и решении исследовательских задач профессиональной деятельности; • психодиагностика личностных качеств, определение скорости и ин-	математике на основе игровой деятельности; способы верификации и интерпретации результатов решения и исследования практико-ориентированного опыта; • самостоятельная постановка задачи и поиск методов ее решения, надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексив-	на котором возможно развитие компетенций математической грамотности с применением игровых технологий; • сущность личностного саморазвития на основе освоения сложного знания на основе игровых технологий, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA; • содержание и особенности когнитивной деятельности в обогащенной информационно-образовательной среде; • набор компетенций в решении и исследовании практико-ориентированных заданий PISA. Умеет: • реализовывать на практике обучение математике, ориентированное на

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
	тенсивности когнитивных операций, регуляция эмоционального состояния обучающихся	ных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации	формирование математической грамотности школьников, используя интеллектуальные игровые технологии; • проектировать основные компоненты методической системы обучения математике в контексте формирования математической грамотности на основе интеллектуальных игровых технологий • планировать изучение конкретных тем и разрабатывать различные модели уроков, способствующих реализации поставленной цели – формированию математической грамотности школьников; • обеспечивать методическое сопровождение процесса обучения математике, ориенти-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
			рованного на формирование математической грамотности учащихся; • осуществлять поиск, отбор практико-ориентированных заданий по финансовой математике; • оценивать текущее состояние, ресурс и потенциал своего личностного саморазвития; • ставить цели и задачи самоорганизации, самоопределения, самоактуализации; самоконтроля в решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA. Владеет: • методикой и технологией организации процесса обучения математике с внедрением элементов интеллектуальных игр, ориентированных

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
			на формирование математической грамотности школьников; • способами развития мотивации повышения математической грамотности у школьников на основе интеллектуальных игр; • способами организации контроля соответствующей учебной деятельности в процессе обучения математике; • основными методами математической и компьютерной обработки информации; • опытом целеполагания, планирования и анализа результатов исследовательской деятельности в ходе решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA; • навыками саморегуляции и само-

Этапы применения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Образовательный результат
			контроля, приемами актуализации процессов самоорганизации в ходе освоения сложного знания, решения и исследования практико-ориентированных заданий PISA; • рефлексивными технологии для оценки уровня своего личностного развития

Таблица 13.

Дискуссия

Преимущества	Ограничения
Цели игры в большей степени согласуются с практическими потребностями обучающихся. Данная форма организации учебного процесса снимает противоречие между абстрактным характером учебного предмета и реальным характером профессиональной деятельности, системным характером используемых знаний и их принадлежности разным дисциплинам. Метод позволяет соединить широкий охват проблем и глубину их осмысливания.	*Для педагога:* Обучение математике в школе возможно организовать в информационно-насыщенной игровой образовательной среде освоения сложного уровневого знания в условиях деловой игры на основе нахождения практико-ориентированных решений в области финансовой математики. Это требует от учителя умения и компетенций проектировать, разрабатывать и адаптировать сложное знание, используя при этом игровую деятельность как средство и

Преимущества	Ограничения
Игровая форма соответствует логике деятельности, включает момент социального взаимодействия, готовит к профессиональному общению. Игровой компонент способствует большей вовлеченности обучаемых. Деловая игра насыщена обратной связью, причем более содержательной по сравнению с применяемой в традиционных методах. В деловой игре формируются установки профессиональной деятельности, легче преодолеваются стереотипы, корректируется самооценка. Традиционные методы предполагают доминирование интеллектуальной сферы, в деловой игре проявляется вся личность. Метод провоцирует включение рефлексивных процессов, представляет возможность интерпретации, осмысливания полученных результатов.	форму обучения математике, в том числе тематические образовательные Web-квесты. *Для обучающегося:* – данное дидактическое решение направлено на формирование 5–6 уровня математической грамотности: обучающийся способен реализовать множественное целеполагание, анализировать и интерпретировать сложную информацию в области финансовой математики, провести развёрнутый анализ финансовой проблемы и наметить весь путь её математического решения, интегрировать и интерпретировать знания, выдвигать новые идеи и получать побочные продукты, ставить вопросы, выражать своё мнение, аргументировать, формулировать выводы; – выполнение заданий тематических образовательных Web-квестов по финансовой математике подчинено требованиям обогащения изученных знаний, их обобщения и актуализации УУД, установления внутри- и межпредметных связей в изученном материале, его визуального представления, схематизации, структуризации и т. п.

Ссылки на опыт применения (отечественный и зарубежный):

1. Андреева О. С. Опыт работы с УМК по финансовой грамотности в системе профессионального образования: Волгоградская область / О. С. Андреева, М. Ю. Шевяков // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. Т. 1. № 2. С. 142-153.
2. Кузина О. Е. Финансовая грамотность молодежи // Мониторинг общественного мнения: экономические и социальные перемены. 2009. Т. 92. № 4. С. 157-177.
3. Нестерова И. А. Финансовая грамотность в школе // Образовательная энциклопедия ODiplom.ru Режим доступа: http://odiplom.ru/lab/finansovaya-gramotnost-v-shkole.html (Дата обращения: 24.12.2020).
4. Патова М. Э. Финансовая грамотность детей и молодежи как актуальная задача современного образования / М. Э. Патова, М. Ш. Даурова // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. 2014. № 2 (28). С. 173-175.
5. Подболотова М. И. Финансовая грамотность как компетентность выпускника общеобразовательной школы: структура и содержание / М. И. Подболотова, Н. В. Демина // Академический вестник Академии социального управления. 2014. Т 11. № 1. С. 10-16.
6. Сергеева Т. Ф. Образовательные модели формирования финансовой грамотности в системе общего образования. // Академический вестник Академии социального управления. 2014. Т.11. № 1. С. 30-33.

ГЛАВА 4. ЭФФЕКТИВНЫЕ ПРАКТИКИ В ПРОЦЕССАХ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

Международное тестирование PISA – тест, оценивающий функциональную грамотность школьников в разных странах мира и умение применять знания на практике (тест проводится один раз в три года; в нем принимают участие подростки в возрасте 15 лет) – дает результаты, которые показывают, что около пятой части выпускников основной школы во всем мире не достигают порогового уровня функциональной грамотности (по каждой области – математической, естественно-научной и читательской) и около трети учащихся – по одной из областей. Россия занимает в разные годы от 27 до 35 места в мировом рейтинге. Выявлены основные затруднения в выполнении заданий мониторинга формирования функциональной грамотности: понимание сюжетной ситуации и перевод её на язык предметной области, нахождение способа решения; работа с информацией, представленной в разной форме (рисунок, текст, таблица, диаграмма); работа с реальными данными, величинами и единицами измерений; интерпретация результата с учетом предложенной ситуации; самостоятельность, использование учебного и жизненного опыта. **Цель исследования PISA – оценить готовность учащихся к применению математики в повседневной жизни – привела к необходимости разработки особого инструментария выявления предметных компетенций.** Школьникам предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики. Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в тексте задания в рамках описанной ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Проблемы, которые ставятся в этих контекстах, являются частью опыта или практики участия учащихся в реальной окружающей действительности. В результате для описания когнитивной деятельности школьника при решении задач разработчиками PISA были предложены три глагола:

формулировать, применять и интерпретировать, которые явно отражают основные виды деятельности при решении жизненных проблем посредством использования математики. Они указывают на **три мыслительных процесса**, в которые, как правило, будут вовлечены учащиеся при активном участии в решении проблем: **формулировать** ситуацию математически; **применять** математические понятия, факты, процедуры размышления; **интерпретировать**, использовать и оценивать математические результаты. В. И. Арнольд в работе ««Жесткие» и «мягкие» математические модели» пишет: «Умение составлять адекватные модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования. Успех приносит не столько применение готовых рецептов (жестких моделей), сколько математический подход к явлениям реального мира» [Смирнов, 2012, с. 45]. Одним из важных типов практико-ориентированных задач являются **оптимизационные задачи** – задачи, в которых следует выбрать наилучший (оптимальный) способ из возможных (допустимых) альтернативных вариантов (способов) действий. Такие задачи характеризуются наличием следующих трех элементов: 1) множество возможных действий (определяемое ограничениями задачи), 2) критерий поиска (параметр, по которому оценивается оптимальность), 3) управляемые данные (параметры, изменяемые в пределах ограничений задачи) и неуправляемые данные (неизменные для решаемой задачи параметры). В соответствие с этим, в математической модели оптимизационной задачи, описывающей реальную ситуацию присутствуют следующие элементы: управляемые переменные – переменные, значения которых подвергаются изменению в процессе поиска решения этой задачи; целевая функция (функция цели) – функция, зависящая от управляемых переменных, которая показывает, в каком смысле решение должно быть наилучшим; ограничения задачи – запись ограничивающих или регулирующих условий на управляемые переменные, включенных в постановку задачи и не подлежащих изменению для данной задачи; допустимое решение – набор значений переменных, удовлетворяющих всем ограничениям задачи.

Подобные проблемы встают и перед педагогом, который не только должен владеть принципами, способами и приемами решения и исследования PISA подобных заданий, но и быть способным разрабатывать эффективные методики и технологии решения практико-ориентированных заданий в контексте исследования и адаптации сложного знаний и процедур (например, современные достижения в науке). Эта необходимость в знании, умении и компетентности педагога в использовании методов математического моделирования и формализма математики сложного знания как эффективного инструмента социализации личности, решения и исследования проблем функционирования социума, техники, науки и технологий способна решать задачи формирования математической грамотности обучающихся. *В основе рассматриваемых ниже **эффективных практик обучения математике** лежит актуализация и контекст универсальных учебных действий обучающихся, проявляющиеся синхронно в синергии сложного знания и процессах формирования математической грамотности.*

Учебные программы дополнительного профессионального образования педагогов

ТЕХНОЛОГИЯ САМООРГАНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ НА ОСНОВЕ АДАПТАЦИИ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ В НАУКЕ

Научный руководитель: Е. И. Смирнов (Ярославль).

Исполнители: В. С. Секованов (Кострома), Е. А. Корсукова, Н. М. Галасеева, Е.А. Смирнова, Е. С. Лебедева, Е. А. Леонец, П. А. Борисова, Р. Ю. Малов (Ярославль).

Эффективные практики *(ноу-хау; форма; методика):*

– «Фрактальная характеристика площади боковой поверхности цилиндра Шварца: *цикл лабораторно-расчетных занятий»;* **Методика интеграции математического и компьютерного моделирования в развитии креативности школьника**;

– «Площадь поверхности как проблемная зона математики»; *Веб-квест;* **Методика фундирования опыта личности и диалога культур**;

– «Стохастические фракталы и их приложения в науке, природе и технике»: *факультативный курс*; **Методика наглядного моделирования в развитии модальностей восприятия**;

– «Замощения плоскости многоугольниками и их приложения: элективный курс»; *Элективный курс*; **Методика организации ресурсных занятий как средство развития критичности мышления школьника.**

МАТЕМАТИКА В ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (ДЕЛОВЫЕ, ДИДАКТИЧЕСИЕ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИГРЫ)

Научный руководитель: С. Н. Дворяткина (Елец).

Исполнители: В. С. Абатурова (С-Осетия – Алания), С. А. Тихомиров (Ярославль), Р. Ю. Малов (Ярославль).

Эффективные практики *(ноу-хау; форма; методика):*

– «Технология выявления и коррекции «проблемных зон» в обучении математике на основе шахматной игры»; Факультативный курс; **Методика математического и наглядного моделирования в игровой деятельности**;

– **«**Развитие креативного мышления при решении математических задач на шахматной доске»; Элективный курс; **Методика организации ресурсных занятий как средство развития критичности мышления школьника;**

– «Моделирование математической деятельности в дидактических играх на уроках математики»; Web-квест: **Методика фундирования опыта личности и диалога культур**;

– «Деловая игра как способ формирования финансовой грамотности обучающегося»; факультативный курс; **Методика математического и наглядного моделирования в игровой деятельности**.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И ЦИФРОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ ШКОЛЬНИКА В ТВОРЧЕСКОМ И УРОВНЕВОМ ОСВОЕНИИ СЛОЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, ПРОЦЕДУР И ЯВЛЕНИЙ

Научный руководитель: И. В. Кузнецова (Ярославль).

Исполнители: Г. Ю. Буракова (Ярославль), С. В. Напалков (Арзамас), С. А. Тихомиров (Ярославль), В. С. Абатурова (С-Осетия – Алания).

Эффективные практики *(ноу-хау; форма; методика):*

– «Полигональное моделирование как средство изучения геометрии на основе компьютерной графики и сетевого взаимодействия»; Факультативный курс: **Методика организации ресурсных занятий как средство развития творческого мышления школьника**;

– «Координатно-параметрический метод решения исследовательских задач с параметрами прикладного характера»; *цикл лабораторно-расчетных занятий;* **Методика интеграции математического и компьютерного моделирования в развитии креативности школьника**;

– «Переключательная игра Шеннона с точки зрения теории графов и ее приложения»; Элективный курс: **Методика интеграции математического и компьютерного моделирования в развитии креативности школьника**;

– «Любимый город в задачах: Web-квест «Арзамас в задачах» – математическое и компьютерное моделирование»; Web-квест: **Методика фундирования опыта личности и диалога культур**.

4.1. Наглядное моделирование знаний и фундирование опыта личности как технологии формирования математической грамотности

Развитие личности невозможно представить без наличия ситуаций преодоления проблемных зон как в образовании, так и в реальной жизни. В области образования создание таких проблемных зон и ситуаций преодоления в ходе освоения сложного знания является важнейшим атрибутом качественных изменений в развитии личности. Ориентиром для исследования такого содержания образования являются функциональные характеристики параметров состояния и порядка в переходах от хаоса к состояниям равновесия систем разного вида (фрактальные объекты и процессы, ячейки Бинара, турбулентность и лазеры, химические эффекты Жаботинского-Белоусова, теории диссипативных структур, нелинейная динамика и др.). Весьма показательно, что при этом переходы от хаоса к порядку (и наоборот) происходят через универсальные механизмы усложнения системы, в частности проходя, например, через каскад бифуркаций удвоения периода, реализуя при этом сценарий П. Ферхюльста в развертывании дерева М. Фейгенбаума. Введение в математическое образование школьника процессов освоения сложного знания создает условия для проявления синергии в обучении математике и, тем самым, способствует развитию интеллектуальных операций мышления и творческой самостоятельности школьников. Основным средством анализа и исследования хаотических процессов при этом являются компьютерное и математическое моделирование. В настоящем разделе исследуется одна из «проблемных зон» школьной математики, которая касается задачи измерения и постижения сущности величин посредством построения и адаптации к наличному состоянию школьных знаний важнейших обобщенных конструкций, касающихся анализа и существа «проблемной зоны». Будет исследовано *сложное понятие площади поверхности*, которое в школьном математическом образовании актуализировано на наглядном уровне (в смысле Я. Коменского), освоением формул площадей трехмерных тел: сферы, конуса, цилиндра. Хотя по известным причинам сущность данного понятия остается недоступной для школьника (как предела площадей многогранных комплексов фрагментов касательных плоскостей по измельчающимся триангуляциям поверхности трехмерного математического объекта). Поэтому необходима возможность проектирования когнитивной деятельности школьников по освоению разнообразных проявлений сущности тезиса понятия, в том числе посредством освоения доступного для понимания «антитезиса» в соответствии с реализацией философской парадигмы «тезис – антитезис – синтез», приводящее к дополнительным аспектам проявления сущности понятия. Именно, будут выявлены функциональные параметры и закономерности аппроксимации и исследованы площади слоистых многогранных комплексов при предельном измельчении регулярных и нерегулярных триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования.

Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур. При этом необходимо проектировать приемы и способы отражения и исследования технологических параметров обобщенного конструкта на фоне функционирования системы адаптации и получения новых результатов: в нашем случае обобщенный конструкт научного знания – *понятие площади поверхности* косвенно актуализируется через компьютерное и математическое моделирование процессов *исследования «площади» боковой поверхности цилиндра Шварца* [Мандельброт, 2002; Schwartz, 1890].

Пример 4

Поэтому в качестве эффективного средства и практики исследования и адаптации сложного знания с эффектом формирования математической грамотности предлагается *цикл лабораторно-расчетных занятий* **«Фрактальная характеристика площади боковой поверхности цилиндра Шварца».**

Множественное целеполагание процессов *актуализации понятия площади поверхности приемами исследования «площади» цилиндра Шварца (содержательный аспект)*: патологические свойства «площади» боковой поверхности цилиндра хорошо изучены в так называемом «регулярном» случае и «нерегулярном» случае (см. например, [Смирнов, 2017]). Это происходит тогда, когда его высота H разбивается на m равных частей (соответственно – слоев цилиндра) в «регулярном» случае и m неравных частей в «нерегулярном» случае, а окружность лежащая в основании делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$ в «регулярном» случае и n неравных частей в «нерегулярном» случае.

Таким образом, «площадь» боковой поверхности S_q регулярного цилиндра Шварца высоты H и радиуса R (если данный предел существует – конечный или бесконечный) полностью определяется пределом. При этом ввиду независимого характера стремления $m, n \to \infty$ результат предельного процесса становится слабо прогнозируемым, многозначным, с отсутствием закономерностей в хаотическом развертывании фрактальных структур многогранников. Б. Мандельброт [Мандельброт, 2002] показал, что при $m = n^k$ площадь многогранной поверхности растет как n^k $(k \neq 2)$. Возникают иерархии вопросов, связанных с исследованием многогранных поверхностей цилиндра Шварца и решаемых средствами компьютерного и математического моделирования исследовательской деятельности в малых группах школьников в дистанционной среде или в форме исследования многоэтапных математико-информационных заданий. Подобные исследования (в том числе, в «нерегулярном» случае), проведенные обучающимися на ресурсных или лабораторно-расчетных занятиях в ходе проявления симбиоза математического и компьютерного моделирования, при выполнении многоэтапных математико-информационных заданий, развивают интеллектуальные операции мышления, повышают учебную мотивацию и качество освоения математических действий в проектной деятельности или сетевом взаимодействии. При этом как правило проявляются синергетические эффекты не только в развитии интеллектуальных операций, процессуальных действиях исследования сложного знания, но и в появлении «побочных продуктов» когнитивной деятельности (в данном случае, исследуется новый математический объект «кубок Шварца»).

Технологические конструкты когнитивной деятельности

Подготовительный (мотивационный + ориентировочно-информационный) этап

Фрагменты содержания исследовательской деятельности:

1. **Компоненты, актуализация и организация процессов адаптации «проблемной зоны» школьной математики (*площадь поверхности*) к содержанию обобщенного конструкта научного знания – *цилиндр (сапог) Шварца*** (вариативность дефиниций и условий существования, верификация аналогий и ассоциаций обобщенного конструкта, компьютерное и математическое моделирование конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта, противоречия и доступность математического аппарата и методов, поиск устойчивых кластеров эмпирических обобщений (видеоклипы, лабораторно-расчетные занятия, ресурсные занятия, компьютерный дизайн и вычислительные процедуры, презентации, деловые игры, научные конференции и семинары):

– *Мотивационное поле*. Наглядное моделирование мотивационно прикладных ситуаций «нового» толкования понятия площади поверхности (площадь многогранных поверхностей, невозможность развертки сферы, поверхность вращения, регулярный цилиндр Шварца (равномерное деление основания на n секторов и высоты на m слоев – см. рис. 10), площадь поверхности сферы, цилиндра, конуса, тора по методу Г. Минковского [Дубровский, 1978].

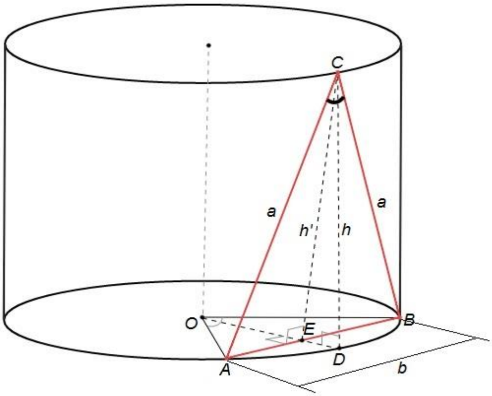


Рис. 10. Элемент триангуляции слоя боковой поверхности цилиндра Шварца

Формы: урок-лекция, презентации, видео-клипы, деловые игры; *Средства*: компьютерное моделирование, системы динамической геометрии – GeoGebra, малые средства информатизации – GeoGebra, педагогические программные продукты; Технологии*: режим «*warming up», проектная деятельность, экспериментальная математика;

– Задачи для актуализации «проблемной зоны» для малых групп школьников:

1.1. Компьютерное и математическое моделирование нахождения площади многогранных поверхностей (построение, вычисление, свойства, вариации, лабораторно-расчетные занятия);

1.2. Существование и нахождение площади поверхности вращения гладких кривых вокруг оси; невозможность развертки сферы (компьютерное и математическое моделирование, вариации, прикладные задачи, ресурсное занятие);

1.3. Нахождение «площади» поверхности цилиндра Шварца в регулярном случае ($m< n^2$, $m = n^2$, $m> n^2$) (компьютерное и математическое моделирование, построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, лабораторно-расчетные занятия);

1.4. Компьютерное и математическое моделирование нахождения площадей поверхностей сферы, конуса, цилиндра, тора по методу Г. Минковского (построение, вычисление, вариации, прикладные задачи, лабораторно-расчетные занятия).

Форма проведения – лабораторно-расчетные и ресурсные занятия (4-6 занятий);

Актуализация УУД **(Код 1,5); (1) извлекать, конкретизировать, сравнивать, структурировать данные, выделять основные логические связи, осуществлять реализацию плана; (5) анализировать соответствие данных условиям, составлять план действий, определять проблемные зоны и делать прогноз результата, находить новые связи и закономерности).**

Блок практико-ориентированных PISA-подобных заданий, актуализирующий этап

В исследовании PISA считается, что все виды математической деятельности, которые выделены на более низких уровнях, являются составными частями деятельности, присущей более высокому по сравнению с ними уровню. Центральную роль в определении различных уровней успешности математической грамотности играют фундаментальные математические способности. Таким образом, в формировании математической грамотности школьников на основе освоения сложного знания ставится задача создания насыщенной информационно-образовательной среды обучения математике за счет изменения содержания образовательных программ в направлении освоения сложного знания. Это реализуется в ходе этапного исследования и решения практико-ориентированных заданий и возможности эффективно интерпретировать задачи из реальной жизни: то есть для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений. Более того, ставится задача на ближайшие годы не только достижения устойчивого порогового уровня в тестировании PISA, при достижении которого учащиеся начинают демонстрировать применение знаний и умений в простейших внеучебных ситуациях. Приоритетом становятся ситуации, когда проявляется способность школьников использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, требуются самостоятельно мыслящие и способные функционировать в сложных условиях и овладевать сложными знаниями креативные обучающиеся. Это создает прецедент расширения и углубления опыта личности на основе текущего его состояния (необходим учет индивидуальных различий школьников, то есть практико-ориентированные задания должны быть разноуровневыми), формирования и развития мотивационной сферы учения (за счет актуализации образцов и адаптации современных, востребованных в жизни и доступных для восприятия, научных знаний и технологий), развития интеллектуальных операций и способностей с опорой на фундирующие механизмы, математическое и наглядное моделирование возможностей проявления и коррекции функциональных, операциональных и инструментальных компетенций обучающихся в освоении сложных конструктов и процедур математики. Таким образом, реализация процесса повышения качества функциональной грамотности в освоении математики в школе возможна теперь на основе актуализации синергетических принципов и подходов в контексте адаптации современных достижений в науке к школьной математике. Такие образовательные системы характеризуются способностью обеспечить в полной мере потребности каждого обучающегося в самообразовании и самоактуализации при освоении сложных знаниевых конструктов и задают ценностный императив личностного развития. Поэтому необходим также диалог информационной, гуманитарной, математической и естественнонаучной культур в освоении математики сложного знания, который активизирует механизмы синергии и является фактором самоорганизации и связующим звеном при образовании целостных структур в обучении математике в школе.

Подготовка и переподготовка педагогов к эффективному решению педагогических проблем математического образования (в том числе, формированию математической грамотности школьников и достижения планируемых результатов в международных сопоставительных исследованиях (PISA, TIMS, PIRLS) требуют инновационных дидактических решений. Таковым в нашем исследовании является технология адаптации современных достижений в науке к школьной математике, работа школьников со сложными знаниями и процедурами в контексте математического и компьютерного моделирования как средств освоения сложного знания, развития креативности и критичности мышления, формирования функциональной (математической) грамотности. Однако в основной своей массе учителя математики слабо подготовлены к управлению эффективной учебной и игровой деятельностью в освоении сложного знания, недостаточно интересуются и владеют современными достижениями в науке, методиками генерирования, освоения и исследования обобщенных конструктов математических знаний и процедур, фундирующих содержание образовательного стандарта математической деятельности в школе.

Протокол актуализации профессиональных компетенций:

Компетенции:

– *Готовность адаптировать и использовать знание современных проблем науки при решении практико-ориентированных заданий с эффектами мотивации, интеграции математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний и самоорганизации обучающихся в учебной и игровой деятельности;*

Знает:

– современные проблемы науки и образования, базовые методики генерирования, освоения и исследования обобщенных конструктов математических знаний и процедур, фундирующих содержание образовательного стандарта математической деятельности в школе;

– эталоны и образцы современных достижений в науке, возможности интеграции математического и компьютерного моделирования и способы их адаптации к школьной математике;

– приемы и способы диагностики учебной мотивации и эффектов самоорганизации обучающихся; систему критериев и показателей формирования уровней становления математической грамотности обучающихся на основе актуализации УУД;

Умеет:

– анализировать современные проблемы науки и образования, проводить сопоставительный анализ эффективности методик генерирования, освоения и исследования обобщенных конструктов математических знаний и процедур, фундирующих содержание образовательного стандарта математической деятельности в школе;

– адаптировать эталоны и образцы современных достижений в науке к школьной математике на основе математического и компьютерного моделирования, обобщать содержание математической деятельности школьников и управлять процессами множественного целеполагания, условиями и содержанием вариативности генерирования и параметризации интерпретации и наглядного моделирования практико-ориентированных заданий;

– проводить диагностику учебной мотивации, креативности и критичности личности и эффектов самоорганизации обучающихся; актуализировать проявление системы критериев и показателей формирования уровней становления математической грамотности обучающихся на основе актуализации УУД;

Владеет:

– способами осмысления и критического анализа современных проблем науки и образования, тенденций развития математической науки; приемами и способами интеграции математических, естественно-научных, информационных и гуманитарных знаний и процедур;

– приемами и способами развития мотивации, креативности и критичности личности и самоорганизации школьников с эффектами формирования функциональной и цифровой грамотности обучающихся на различных уровнях проявления средствами УУД.

– *Способность формировать насыщенную информационно-образовательную и игровую среду средствами математического и компьютерного моделирования при решении практико-ориентированных заданий и организации игровой деятельности;*

Знает:

– содержание и структурные компоненты насыщенной информационно-образовательной и игровой среды, и их иерархию в исследовании сложных знаний и процедур;

– этапы, содержание и формы математического и компьютерного моделирования при решении практико-ориентированных заданий, представляющих процессы адаптации современных достижений в науке и сложного знания;

– стратегии и тактики организации и проведения деловых, дидактических и интеллектуальных игр, приемы и способы выявления, актуализации и интеграции математической деятельности в освоении сложного знания;

Умеет:

– адаптировать современные достижения педагогической науки и инновационных технологий к организации и функционированию насыщенной информационно-образовательной и игровой среды;

– интегрировать математические знания и процедуры, выявлять УУД школьников в ходе освоения сложного знания в контексте математического и компьютерного моделирования;

Владеет:

– способами анализа и критической оценки различных теорий, концепций, подходов к формированию насыщенной информационно-образовательной и игровой среды с эффектами функциональной и цифровой грамотности обучающихся.

Измерители профессиональных компетенций педагога в форме способности генерировать, решать и интерпретировать практико-ориентированные PISA-подобные задания.

Блок предполагает совместное, групповое или индивидуальное решение и исследование 5-10 заданий с отражением и актуализацией 7 содержательных линий школьной математики (проявление в совокупности на всех этапах) и адекватных универсальных учебных действий.

Пример 3 – Эталон

Рассмотрим методику решения практико-ориентированной PISA-подобной задачи на примере (метазнание «Расстояние»).

Расстояние

Электрик решил провести ремонт электрических сетей в кладовке размером: *3(ширина) х 6(длина) х 3(высота)*. Необходимо протянуть электропровод из одного угла комнаты в другой: точки А в точку B (см. рис. 11). По какой ломаной надо тянуть провод по поверхностям комнаты, чтобы его длина оказалась наименьшей? Сколько всего будет решений? Найти величину провода наименьшей длины.

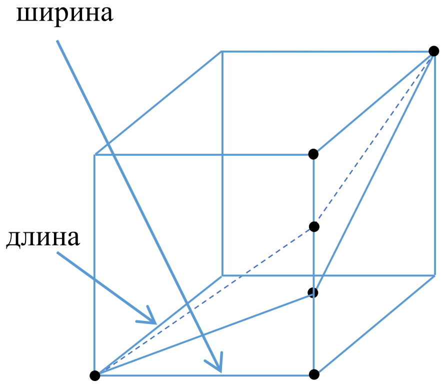


Рис. 11. Ломаные пути провода на боковых гранях

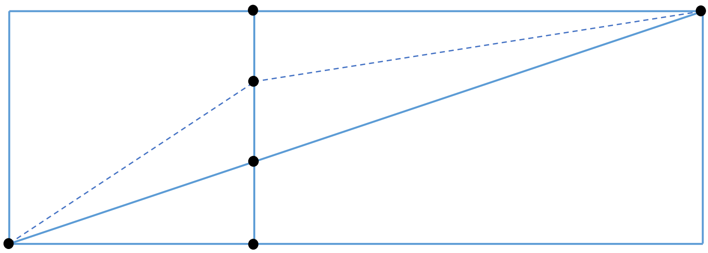


Рис. 12. Развертка двух боковых граней

Решение. Прежде всего необходимо представить ***концептуальную модель*** реальной ситуации (прямые двугранные углы, образующие соседние стены между собой и с потолком и полом комнаты, плоские грани, путь электропровода как ломаной, начало и конец в углах комнаты), а затем построить ***математическую модель*** в виде параллелепипеда и ломаных идущих из вершины А к вершине В, используя по мере необходимости формулу расстояния между двумя точками на плоскости, неравенство треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения в треугольнике. Попытки применить известные алгебраические и геометрические теоремы для нахождения длин ломаных АСВ или АДВ и сравнения их длин наталкивается на трудности. Затем необходимо найти ***внутри модельное решение*** **задачи.** Но если произвести развертку двух боковых граней (см. рис. 12), то, очевидно, что кратчайшим расстоянием будет прямая АВ, а значит ломаная АСВ. Здесь необходимо **пространственное воображение** и **интерпретация** условий задания, которая не противоречит другим условиям. Далее используем **неравенство треугольника** для любого положения точки D на ребре EF (кроме точки C), рассматривая треугольник ABD (AD + DB > AB). Значит, ломаная АСВ действительно имеет кратчайшую длину. Теперь важно реализовать ***интерпретацию и оценку полученного решения***, вернувшись к реальной ситуации (не только поняв, как будет протянут провод, но и аналогично решить вопрос как можно протянуть провод кратчайшей длины по соседним стенам слева, а также по фронтальной стене и потолку, по полу и по задней стене). Ясно, всего будет 4 решения задачи и что длина провода будет $(3^2 + 9^2)^{1/2}=3\bullet10^{1/2}$ (**теорема Пифагора**).

Содержательно-технологический этап

Фрагменты содержания исследовательской деятельности:

Множественное целеполагание процессов исследования обобщенного конструкта научного знания (*пример: актуализация понятия площади поверхности приемами исследования «площади» цилиндра Шварца (содержательный аспект)*): патологические свойства «площади» боковой поверхности цилиндра хорошо изучены в так называемом «регулярном» случае (см. например [Мандельброт, 2002; Schwartz, 1890]). Это происходит тогда, когда его высота H разбивается на m равных частей (соответственно – слоев цилиндра), а окружность лежащая в основании делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$. При такой триангуляции боковой поверхности цилиндра, формула для вычисления ее «площади», посредством получившихся многогранников при $m,n \to \infty$ имеет вид:

$$S_q = 2\pi R\sqrt{R^2\frac{\pi^4}{4}q^2 + H^2} \qquad (1)$$

где:

$$q = \lim_{m,n\to\infty}\frac{m}{n^2}. \qquad (2)$$

Таким образом, «площадь» боковой поверхности S_q регулярного цилиндра Шварца высоты H и радиуса R (если данный предел существует – конечный или бесконечный) полностью определяется пределом (2). Понятно, что истинное значение площади боковой поверхности (q=0) может быть получено рассмотрением касательных плоскостей в точках триангуляции и последующим переходом к пределу площадей внешних многогранников при неограниченном измельчении разбиений. При этом ввиду независимого характера стремления $m,n\to\infty$ результат предельного процесса становится слабо прогнозируемым, многозначным, с отсутствием закономерностей в хаотическом развертывании фрактальных структур многогранников. Б. Мандельброт в [Мандельброт, 2002] показал, что при $m = n^k$ площадь многогранной поверхности растет как n^k $(k \neq 2)$.

Несложно видеть, что $\lim_{q\to\infty} S_q = \lim_{q\to\infty} cq$, где $c = R^2\pi^3$. Таким образом, для вычисления «площади» боковой поверхности S_q регулярного цилиндра Шварца при достаточно больших значениях q вместо формулы (1) можно пользоваться формулой:

$$S_q = R^2\pi^3 q \qquad (3)$$

В работе Е. И. Смирнова и А. Д. Уварова [Смирнов, 2017] исследовано поведение функции (1) и угла между триангуляционными треугольниками с общим основанием, если $m = f^n(a_0)\cdot n^2$ и $m,n\to\infty$, где $f(a_0) = xa_0(1-a_0)$ – логистическое отображение, адекватное сценарию П. Ферхюльста [Кроновер, 2000]. Авторами получена следующая бифуркационная диаграмма (см. рис. 13) с использованием информационных технологий (среда Qt Creator).

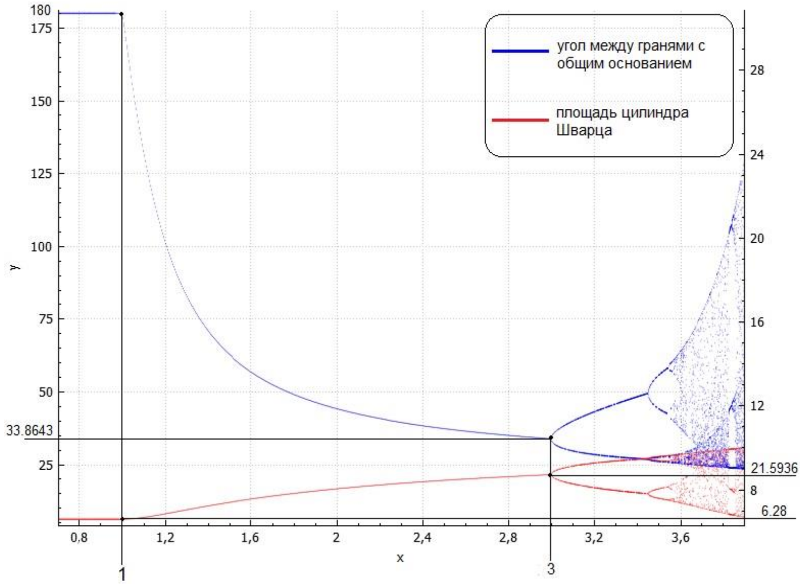


Рис. 13. Бифуркационные диаграммы площади и угла между гранями треугольников

На рис.12 изображены сразу две бифуркационные диаграммы, для которых $0.7 \leq x \leq 3.9$ и $a_0 = 0.2$. При этом на левой вертикальной оси отложены значения угла между гранями с общим основанием, вычисляемые по формуле: $\alpha = 2 \cdot arctan(\frac{1}{1-cos\frac{\pi}{n}} \cdot m)$, а на правой оси отложены значения «площади» цилиндра Шварца вычисленной по формуле (1) с учетом того, что $R = H = 1$, при этом n меняется от 500 до 1 000.

Возникают иерархии вопросов, связанных с рисунком 12 и решаемых средствами компьютерного и математического моделирования исследовательской деятельности в малых группах школьников в дистанционной среде или в форме исследования многоэтапных математико-информационных заданий [Богун, 2018; Секованов, 2016].

2. **Актуализация атрибутов синергии (бифуркации, аттракторы, флуктуации, бассейны притяжения) в процессе исследования** *(адаптация площади поверхности к школьной математике при работе в малых группах с вариациями «площади» цилиндра Шварца*):

Формы: дистанционное обучение проектных групп, лабораторно-расчетные занятия, многоэтапные математико-информационные занятия, научные конференции и семинары, сетевое взаимодействие и дискуссионные форумы;

Средства: математическое и компьютерное моделирование, QT Creator – кроссплатформенная свободная IDE для разработки на C++, педагогические программные продукты, малые средства информатизации GeoGebra, Autograph; WebQuest – как средство интеграции Web-технологий с учебными предметами, Wiki-sites, Messenger, Skype;

Технологии: графы согласования математических знаний и процедур, работа в малых группах, WebQuest – как технология самоорганизации в коллективном творчестве, метод проектов, Wiki-технология, наглядное моделирование, фундирование опыта личности;

***Актуализация УУД* (Код 3,6)** – уровень пороговый: (3) выявлять общее и особенное, сравнивать и объединять, осуществлять взаимопереходы знаковых систем, представлять содержание в сжатом и развернутом виде; (6) сопоставлять результат с целью. Определять зависимость условий и результата. Принятие решения и осуществление осознанного выбора.

Блок практико-ориентированных PISA-подобных заданий, актуализирующий этап

Оценочно-коррекционный этап

Фрагменты содержания исследовательской деятельности: рассмотрим цилиндр Шварца, у которого $H = R = 1$. При этом высота цилиндра разбивается на слои через последовательность $\left\{\frac{a_i}{S_m}\right\}$, где $\{a_i\} = \{\frac{1}{\sqrt{i}}\}$ и $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{i}}$ – обобщенный гармонический ряд. Изучим при этом зависимость функции расстояния между «площадью» S_q регулярного (H разбивается на слои одинаковой высоты) цилиндра и «площадью» нерегулярного (H разбивается на слои разной высоты) цилиндра S' данного примера при достаточно больших n и с учетом параметра q, определенного равенством (2). Таким образом, «площадь» регулярного цилиндра будет вычисляться по формуле (1), а «площадь» нерегулярного цилиндра будет вычисляться по формуле

$$S' = \lim_{m,n\to\infty}(2\pi R\sum_{i=1}^{m} \sqrt{R^2\frac{\pi^4}{4n^4}+H^2\frac{{a_i}^2}{S_m^2}}) \qquad (4)$$

с использованием компьютерной среды QT – Creator, версия 4.8.5. и алгоритмического языка C++. Для определенности будем полагать, что n = 200, $m = 200^k$, где k меняется от 0.8 до 3.2.

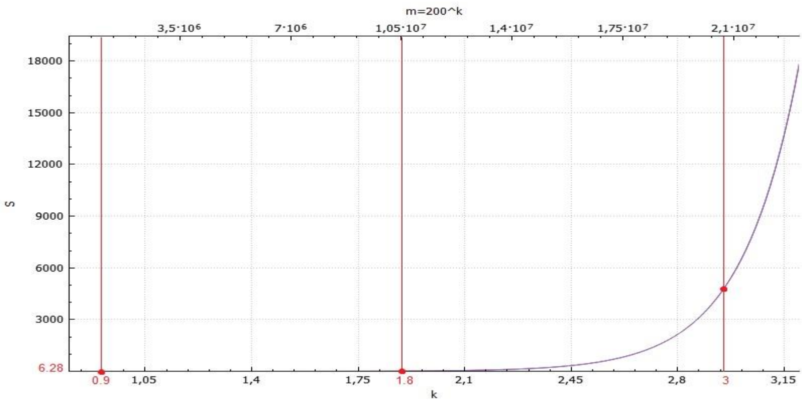


Рис. 14. Графики зависимостей S' и S от параметра k

Однако оба графика настолько близко подходят друг к другу, что на рис. 14 они сливаются в один график, из-за чего может сложиться впечатление, что $|S - S'| = 0$. Более детальное разрешение на следующем рис. 14 показывает, что это не так и охватывает диапазон параметра, где k меняется от 1.5 до 1.9.

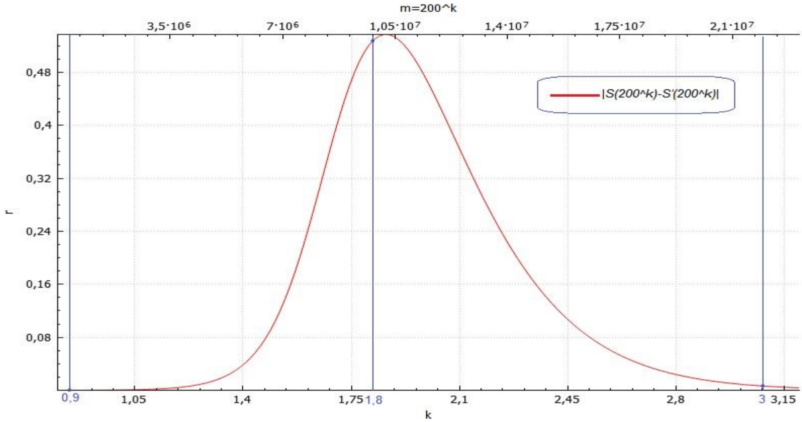


Рис. 15. Фрагмент графиков зависимостей S' *и* S *от параметра* k

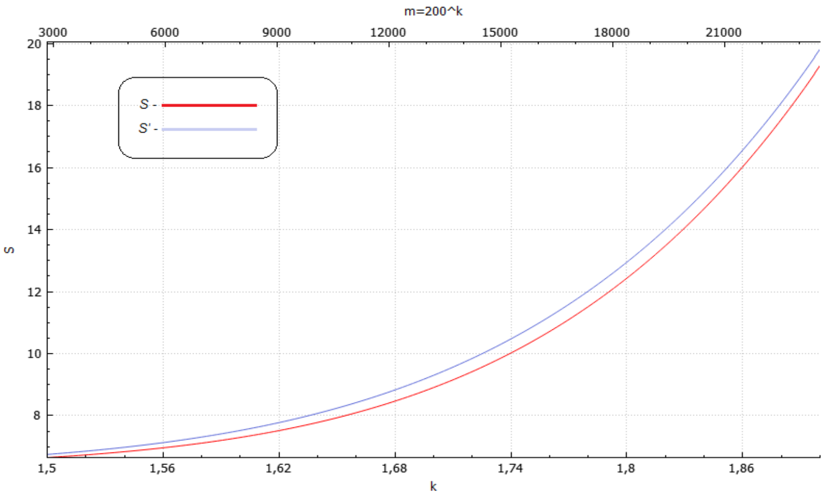


Рис. 16. График зависимости модуля разности «площадей» цилиндра от k

На следующем рисунке построим график $r(k) = |S(200^{k-2}) - S'(200^{k-2})|$ зависимости модуля разности «площадей» цилиндра при $k \in [0.8; 3.2]$. На рис. 15 видно, что расстояние между площадями цилиндров не равно нулю при любом $q = n^{k-2}$. Покажем, что при $k \neq 2$ и достаточно больших значениях n это расстояние все-таки стремится к нулю.

Обозначим через $S_1 = S_1(\mathrm{n})$ и $S_1' = S_1'(\mathrm{n})$ – функции «площадей» регулярного и нерегулярного цилиндров Шварца при фиксированном значение параметра k. При этом $S_1(n) = S = S(q) = S(n^{k-2})$ и $S'_1(n) = S' = S'(q) = S'(n^{k-2})$ и на основе компьютерного моделирования, что предел $\lim_{n\to\infty} |S_1(n) - S(n)| = 0$ при $k \in [0.8; 3.2] \backslash \{2\}$. Пусть $k \in (0; 2]$. Введем функцию $S(k) = \lim_{n\to\infty} S(n^{k-2})$, выражающую «площадь» регулярного цилиндра Шварца в предположении $q = n^{k-2}$. Несложно видеть, что

$$S(k) = \begin{cases} 2\pi, k < 2 \\ 2\pi\sqrt{\frac{\pi^4}{4} + 1}, k = 2 \end{cases},$$

то есть функция $S(\mathrm{k})$ имеет устранимый разрыв при $k = 2$.

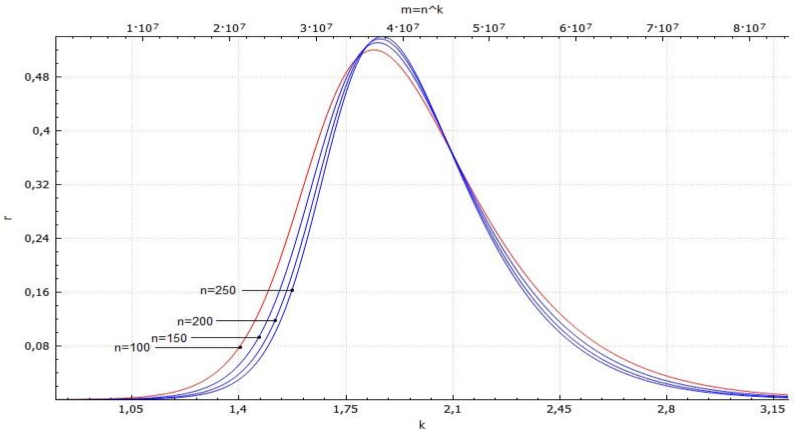


Рис. 17. Графики зависимостей модуля разности «площадей» цилиндра от k при различных n

Пусть $R(q) = \lim_{n\to\infty} | S'(q) - S(q) |$ – функция, выражающая модуль разности «площадей» регулярного и нерегулярного цилиндра от $q = n^{k-2}$. Компьютерное моделирование, представленное на рис.16 наглядно показывает, что

$$R(q) = \begin{cases} 0, q \neq 1 \\ c, q = 1 \end{cases} \qquad (6)$$

Равенство 6 подтверждает гипотезу, выдвинутую ранее, для $q = n^{k-2}$.

Предыдущие эксперименты и компьютерный дизайн показывают, что в случае, когда высоты всех слоев разбиения цилиндра Шварца стремятся к нулю, его «площадь» как функция от числа слоев стремится к «площади» регулярного цилиндра всюду, где она непрерывна. Подобные исследования, проведенные школьниками на ресурсных или лабораторно-расчетных занятиях, при выполнении многоэтапных математико-информационных заданий, в ходе проектной деятельности или сетевого взаимодействия развивают интеллектуальные операции мышления, повышают учебную мотивацию и качество освоения математических действий.

Формы: дистанционное обучение проектных групп, лабораторно-расчетные занятия, многоэтапные математико-информационные занятия, научные конференции и семинары, сетевое взаимодействие и дискуссионные форумы;

Средства: математическое и компьютерное моделирование, QT Creator – кроссплатформенная свободная IDE для разработки на С++, педагогические программные продукты, малые средства информатизации GeoGebra, Autograph; WebQuest – как средство интеграции Web-технологий с учебными предметами, Wiki-sites, Messenger, Skype;

Технологии: графы согласования математических знаний и процедур, работа в малых группах, WebQuest – как технология самоорганизации в коллективном творчестве, метод проектов, Wiki-технология, наглядное моделирование, фундирование опыта личности;

Актуализация УУД (Код 2,4) – уровень новый: (2) обобщать, классифицировать и упорядочивать, осознавать приемы и следствия, выделять закономерности; (4) выделять блоки информации и строить модели (концептуальные, предметные, математические, информационные), переводить контент в знаки, символы, иллюстрации, таблицы, фреймы, алгоритмы и процедуры.

Блок практико-ориентированных PISA-подобных заданий, актуализирующий этап

Обобщающе-преобразующий этап

Фрагменты содержания исследовательской деятельности. Рассмотрим окружность с центром в точке A и радиусом $g_1 = 1$. В окружность вписан правильный шестиугольник и проведен радиус AT так, что AT пересекает сторону шестиугольника в точке U. Предположим, что точка Т движется по окружности. При этом поставим в соответствие центральному углу $c_1 = \alpha$ длину отрезка UT, получим функцию $f(\alpha)$. Введенная функция является ограниченной и периодической, а именно $0 \leq |f(\alpha)| \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ и период $T = \frac{\pi}{6}$. Функцию $f(\alpha)$ можно определить явным образом:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{sin(120^0 - (\alpha - [\frac{\alpha}{60^0}] \cdot 60^0))} \qquad (2)$$

Несложно определить функцию $f_n(\alpha)$, подобную функции из формулы (2) в случае, когда в окружность вписан произвольный правильный n-угольник. Действительно, обозначим через $\varphi = \frac{360^0}{n}$ центральный угол вписанного n-угольника, тогда $f_n(\alpha)$ примет вид:

$$f_n(\alpha) = 1 - \frac{sin(90^0 - \frac{\varphi}{2})}{sin(90^0 + \frac{\varphi}{2} - (\alpha - [\frac{\alpha}{\varphi}] \cdot \varphi))} . \qquad (3)$$

Определим следующую функцию $g(\alpha)$ как функциональный ряд:

$$g(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{k\ \ n}(\alpha), \qquad (4)$$

где функции $f_{kn}(\alpha)$ определяются формулой (3). Легко видеть, что график функции $g(\alpha)$ имеет фрактальную структуру, наподобие графика функции Ван Дер Вардена [Фихтенгольц, 2021]. Теперь рассмотрим слой цилиндра Шварца, пересеченный плоскостью ортогональной его оси. Возникает естественная задача. *Пусть задан цилиндр Шварца высоты* $H = 1$ *и радиуса*

$R = 1$. *При этом его верхнее основание разбивается на n равных частей, а высота на m равных частей. Проведем сечение перпендикулярное оси цилиндра через произвольную точку x на ней. Если* n *стремится к бесконечности, а* m *фиксировано, то какой вид будет иметь функция* $g(\alpha)$*, определенная в формуле (4)?*

Если предположить, что в формуле (4) переменные α и ε независимы, то на ряд, определяемый этой формулой, можно смотреть как на функцию двух переменных $s(\alpha, x)$. Графиком этой функции будет поверхность («Кубок Шварца»). На следующем рисунке изображена часть поверхности $z = s(\alpha, x)$, при этом $0^0 \leq \alpha \leq 360^0$ и $0 \leq x \leq \frac{1}{30}$. Полагаем, что высота одного слоя цилиндра Шварца равна $\frac{1}{30}$ (для наглядности поверхность изображена в цилиндрической системе координат). На последнем рисунке линии уровня, изображенные желтым цветом, соответствуют графикам функции $g(\alpha)$ в полярной системе координат при $k = 0, k = \frac{1}{3}, k = \frac{2}{3}, k = 1$.

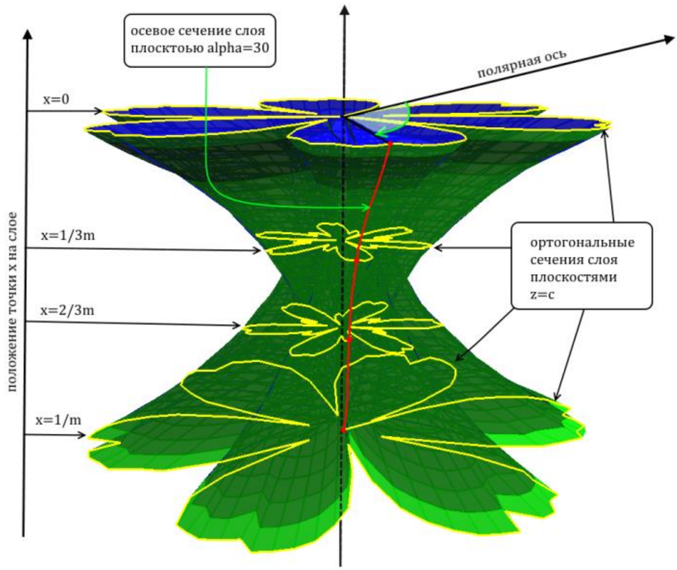


Рис. 18. «Кубок Шварца» как фрактальная поверхность

Аналогично могут быть исследованы другие «зоны современных достижений в науке»: элементы фрактальной геометрии, клеточные автоматы, кодирование и шифрование информации, теория хаоса и катастроф. Как показывает рассмотренный пример лонгитюдное исследование «зон современных достижений в науке» предъявляет повышенные требования к их отбору и количеству, в то же время развивающий эффект от освоения школьниками сложного знания в контексте современных достижений в науке и диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур трудно переоценить.

Формы: дистанционное обучение проектных групп, лабораторно-расчетные занятия, многоэтапные математико-информационные занятия, научные конференции и семинары, сетевое взаимодействие и дискуссионные форумы; *Средства:* математическое и компьютерное моделирование, QT Creator – кроссплатформенная свободная IDE для разработки на C++, педагогические программные продукты, малые средства информатизации GeoGebra, Autograph; WebQuest – как средство интеграции Web-технологий с учебными предметами, Wiki-sites, Messenger, Skype; *Технологии:* графы согласования математических знаний и процедур, работа в малых группах, WebQuest – как технология самоорганизации в коллективном творчестве, метод проектов, Wiki-технология, наглядное моделирование, фундирование опыта личности;

***Актуализация УУД* (Код 1,2,3,4,5,6) – уровень сложный новый:**

(1) извлекать, конкретизировать, сравнивать, структурировать данные, выделять основные логические связи, осуществлять реализацию плана;

(2) обобщать, классифицировать и упорядочивать, осознавать приемы и следствия, выделять закономерности;

(3) выявлять общее и особенное, сравнивать и объединять, осуществлять взаимопереходы знаковых систем, представлять содержание в сжатом и развернутом виде;

(4) выделять блоки информации и строить модели (концептуальные, предметные, математические, информационные), переводить контент в знаки, символы, иллюстрации, таблицы, фреймы, алгоритмы и процедуры;

(5) анализировать соответствие данных условиям, составлять план действий, определять проблемные зоны и делать прогноз результата, находить новые связи и закономерности);

(6) сопоставлять результат с целью. Определять зависимость условий и результата. Принятие решения и осуществление осознанного выбора.

Следующая таблица 14 представляет распределение мероприятий по исследованию «зоны современных достижений в науке» обобщенного конструкта с эффектом формирования математической грамотности обучающихся в реализации цикла лабораторно-расчетных занятий для 9 класса средней школы.

Таблица 14.

Распределение мероприятий по исследованию «зоны современных достижений в науке»

Формы, методы, средства, технологии	9 класс		9 класс	
	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4
Урок-лекция	•			•
Видеоклипы	•		•	•
Ресурсные занятия	•			•
Лабораторно-расчетные занятия	•	•	•	•
Презентации	•	•	•	•
Деловые игры	•			•
Проектные методы		•	•	•
WebQuest				•
Web2.0, адаптивные интерактивные среды дистанционного обучения		•	•	
Программные продукты	•	•	•	•
Комплексы мотивационно-прикладных, исследовательских задач	•	•		•
Элективные и факультативные курсы	•			•
Qt Creator, GeoGebra, MathCad	•	•	•	•

Аналогично могут быть исследованы другие «зоны современных достижений в науке»: элементы фрактальной геометрии, кодирование и шифрование информации, теория хаоса и катастроф и др. Как показывает рассмотренный пример лонгитюдное исследование «зон современных достижений в науке» предъявляет повышенные требования к их отбору и количеству, в то же время развивающий эффект от освоения обучающимися сложного знания в контексте современных достижений в науке и диалога математической, информационной, естественно-научной и гуманитарной культур трудно переоценить. В контексте с актуализацией УУД в процессе решения и исследования практико-ориентированных PISA-подобных заданий такая технология эффективно формирует математическую грамотность обучающихся.

4.2. Эффективные практики формирования математической грамотности школьников на основе геймификации и освоения сложного знания

Одним из способов развития учебной мотивации, творческой активности и математической грамотности обучающихся является использование учителем на уроках математики инновационных методов и современных технологий и содержания обучения. Наиболее широко используемым методом является игровая технология с применением современных информационных технологий на основе сложного знания. Одним из примеров данной технологии является образовательный квест, который всё больше находит свою популярность в образовательном процессе. Квест в процессе обучения – игра, где для продвижения по сюжету и получения конечного результата участникам необходимо решить умственные задачи различного уровня сложности.

В зависимости от сюжета квесты могут быть:

– *линейными* – разгадав одно задание, участники получают следующее, и так до тех пор, пока не пройдут весь маршрут;

– *штурмовыми* – игроки получают основное задание и перечень точек с подсказками, но при этом самостоятельно выбирают пути решения задач;

– *кольцевыми*, которые представляют собой тот же «линейный» квест, но команды стартуют с разных точек, которые будут для них финишными.

Структура образовательного квеста освоения сложного знания может быть следующей:

1. введение в сюжет квеста на основе содержательной математики сложного знания;
2. выполнение заданий квеста, включающих практико-ориентированные PISA-подобные задания разных уровней и актуализирующих УУД;
3. оценка и контроль проделанной работы, интеграция математических знаний и УУД, получение побочных продуктов и анализ эффективности сетевого взаимодействия.

Пример 5. Квест «Площадь поверхности» (разработан Е. Корсуковой).

В рамках проведения факультативного курса «Генезис проявления сущности и методы вычисления площади поверхности» учащимся предлагается пройти квест «Площадь поверхности».

Цели мероприятия:

Обучающие: закрепить изученный материал, выявлять и интегрировать математические знания и процедуры, научиться вычислять и исследовать площадь поверхности различными способами; знакомство с современными достижениями в науке и компьютерными технологиями поддержки освоения математики сложного знания; научиться моделировать объекты и интерпретировать результаты, актуализировать УУД и сетевое взаимодействие; формировать математическую грамотность и культуру;

Развивающие: развить следующие интеллектуальные операции и УУД: эмпирическое и теоретическое обобщение полученных данных; умение сравнивать, анализировать и интерпретировать результаты своей работы; развить память, внимание, наблюдательность, мышление; развитие математической культуры, коммуникации, креативности и критичности мышления;

Воспитывающие: способствовать развитию культуры взаимоотношений при работе в парах, группах, коллективе, в том числе, в условиях сетевого взаимодействия; воспитание коммуникативной этики при работе в группе; формирование активности и самостоятельности в учебно-трудовой деятельности, способствовать созданию ситуаций преодоления трудностей, дисциплинированности и ответственности, умения действовать в нестандартных ситуациях и в ситуациях неопределенности.

Цель игры: обучающимся необходимо построить в ходе игровой деятельности адекватную модель объекта на основе математического и компьютерного моделирования (как часть общей проблемы) и на основе полученных инструкций и сетевого взаимодействия, выполнить задания в командах.

Участники: учащиеся 9 класса, посещавшие факультативные занятия.

Команды: 5 команд, не более 5 учащихся в каждой команде.

Форма проведения квеста: дистанционно.

Продолжительность проведения квеста: 5 часов.

Программное обеспечение, необходимое для прохождения квеста:

– Программы для программирования: Pascal, QT Creator;

– Программа для моделирования: GeoGebra, Blender;

– Программа для проверки правильности вычисления результатов разрабатывается организатором для каждой команды;

– Программа для связи участников: Skype, электронная почта;

– Программа для представления презентаций по теме: PowerPoint.

План проведения мероприятия

Квест рассчитан на пять часов, в том числе три встречи с организатором мероприятия.

I встреча (день старта квеста): в данный день учащиеся знакомятся в правилами проведения игры, разбиваются на команды, получают задания от руководителя. Данную встречу желательно провести в начале неделе.

II встреча (день консультации): во время данной встречи участники игры могут задать руководителю интересующие их вопросы по заданиям. Желательно проводить в конце недели.

III встреча (подведение итогов, выступление с работами): учащиеся смогут представить результаты свой работы, отчитаться по исследовательской теме, награждение победителей квеста. Проводится в конце второй недели.

Пояснительная записка

Данное мероприятие является заключительным этапом проведения факультативного курса «Генезис проявления сущности и методы вычисления площади поверхности». Квест направлен на закрепление и систематизацию знаний учащихся по различным подходам вычисления площади поверхности.

Цель игры – решая математические задачи на основе компьютерного моделирования, вычислить координаты частей интегрируемого тела (робот-конструктор). Тело разбито на 6 частей, в каждой части по 6 неизвестных пакетов данных.

Квест рассчитан на 5 команд, не более 5 человек в одной команде. Каждая команда на I встрече получает от организатора конверт с заданием. Каждый из конвертов направлен на отработку определенного математического метода вычисления площади поверхности и решения практико-ориентированных заданий:

I. *Подготовительный этап.* Решение задач порогового уровня сложности (геометрическая и числовая линии) – задания ориентированы на освоение и отработку формул площади поверхности школьного курса геометрии; задания будут полезны для тренировки решения задач ОГЭ. В процессе решения и исследования актуализируются адекватные УУД.

II. *Содержательно-технологический этап*. Задачи основанные на вычисление площади боковой поверхности цилиндра Шварца. Задачи данного типа лучше решать с помощью программирования.

III. *Контрольно-коррекционный этап.* Нахождение площади поверхности методом развертки. Задачи на вычисление площади поверхности методом Минковского. Компьютерное и математическое моделирование.

IV. *Обобщающе-преобразующий этап*. Нахождение площади поверхности с помощью интегрирования.

Конверт с заданием состоит из следующих компонентов:

– инструкция (включая приемы и способы актуализации УУД) по этапам;

– бланк задач на каждый этап (практико-ориентированные задания);

– бланк для вычисления координат фигуры для моделирования.

Отчет каждой группы должен состоять из смоделированных элементов тела, выступление с одной наиболее интересной (на взгляд членов команды) задачей перед другими командами, краткий рассказ о методе вычисления. Визуальный результат квеста – правильно смоделированное тело – робот-конструктор (см. рис. 19).

Рис. 19. Итоговый результат смоделированного тела

При работе «роли» в команде должны быть распределены, чтобы работа имела максимальный результат, при меньшей затрате времени.

Во время объяснения игры, командам необходимо показать конечное «тело», которое они должны будут получить и обозначить элементы, которые относятся к каждой группе для моделирования. Это необходимо для того, чтобы ребята осознавали конечный продукт деятельности.

Когда учащиеся решат предложенные им задачи свои полученные значения им необходимо ввести в программу для проверки правильности результата. Если программа «соглашается» с результатом, то команде можно переходить к выполнению следующего задания, иначе проверить правильность вычисления.

Победителем считается та команда, которая наберет большее количество баллов за все виды работы. Каждый вид деятельности оценивается следующим образом:

- верно решенные задачи – 7 баллов;
- правильно смоделированные части тела – количество баллов зависит от кого, какими по счету сдала команда отчет: если команда была первой, то она получает 6 баллов, второй – 5 баллов, третьей – 4 балла, четвертой – 3 балла, пятой – 2 балла, последней – 1 балл;
- представление решения одной задачи с подробным объяснением – максимальное количество 3 балла;
- рассказ об определенном методе вычисления площади боковой поверхности – максимальное количество 4 балла;
- максимальное количество, которое может набрать команда – 19 баллов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Именно в результате проведенного профильного исследования разработан и апробирован инновационный подход к формированию математической грамотности обучающихся, основанный на адаптации современных исследований в науке и сложного знания. Когнитивные процессы освоения сложного знания исследованы на основе множественного целеполагания заданий, проявления и актуализации бифуркационных переходов и флуктуации процессов и процедур, визуализации на основе наглядного и математического моделирования аттракторов и бассейнов притяжения итерационных процессов в различных координатных пространствах в направлении усложнения знаний и процедур. Интеграция математических, информационных, естественно-научных и гуманитарных знаний в контексте диалога и единства культур реализована как дидактический механизм актуализации и проявления синергии в обучении математике с использованием компьютерного и математического моделирования. Выявление и исследование «проблемных зон» в обучении математике школьников средствами компьютерного и математического моделирования позволяет осваивать обобщенные конструкты базовых учебных элементов в контексте актуализации диалога культур и интеграции знаний из различных областей наук. При этом открытость образовательной среды, сложность математических конструкций, множественность целеполагания и возможность получения побочных продуктов создают основу для эффективного развития интеллектуальных операций мышления, повышают учебную мотивацию и математическую грамотность обучающихся, креативность и самоорганизацию личности в контексте межкультурных коммуникаций.

Таким образом, выявлены и характеризованы содержание, компьютерный дизайн и технология адаптации сложного знания в ходе исследования обобщенных конструктов выявления сущности одной из «проблемных зон» школьной математики (например, площади поверхности в детализации нелинейной динамики роста площадей многогранных комплексов при измельчении триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования).

Выявлены и характеризованы дидактические и структурно-функциональные модели, этапы адаптационных процессов, технология исследования сложного знания, точки бифуркации, бассейны притяжения, вычислительные процедуры и флуктуации параметров состояния, компьютерный дизайн и побочные результаты исследования. Выстроены иерархии форм и средств исследовательской деятельности школьников: ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, комплексы многоэтапных математико-информационных заданий, проектные методы и сетевое взаимодействие.

Эффективное формирование универсальных учебных действий обучающихся в процессе освоения и адаптации сложного знания позволяет эффективно формировать математическую грамотность в процессе параллельного решения и исследования практико-ориентированных PISA-подобных заданий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ананьев Б. Г. Человек как предмет познания. Санкт-Петербург : Питер, 2001. 276 с.

2. Ананьев Б. Г. Некоторые теоретические проблемы исследования пространственных восприятий и представлений / Б. Г. Ананьев, Е. Ф. Рыбалко, Ф. П. Шемякин // Вопросы психологии. 2010. № 4. С. 18-54.

3. Бешенков С. Н. Основы задачного подхода к изучению программирования / С. Н. Бешенков, И. В. Акимова // Информатика и образование. 2017. №3. С. 46-50.

4. Блонский П. П. Память и мышление. Москва : Директор-Медиа, 2008. 102 с.

5. Богун В. В. Обработка форм в рамках динамических Интернет-сайтов : учебное пособие. Ярославль : РИО ЯГПУ, 2018. 156 с.

6. Борзенков В. Л. Педагогическая игротехника. Методология, теория, практика. Москва : РАМиБ, 2000. 339 с.

7. Барнсли М. Перекрывающиеся системы итерированных функций на отрезке / М. Барнсли, К. Б. Игудесман // Известия высших учебных заведений. Математика. 2012. № 12. С. 3–15.

8. Брунер Дж. Психология познания. За пределами непосредственной информации: монография. Москва : Директ-Медиа, 2008. 482 с.

9. Буданов В. Г. Постнеклассика и третья парадигма естествознания / В. Г. Буданов, В. Н. Еськов // Сложность. Разум. Постнеклассика. 2019. № 1. С. 53-61.

10. Веккер Л. М. Психика и реальность: единая теория психических процессов. Москва : Смысл: Per Se, 2000. 679 с.

11. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход // Вопросы экономики. 2017. № 4. С. 18-49.

12. Вербицкий А. А. Профессионально-предметное развитие педагога на основе контекстно-сетевой технологии / А. А. Вербицкий, Э. П. Комарова, С. А. Бакленева, А. С. Фетисов // Язык и культура. 2020. № 52. С. 123-139.

13. Выготский Л. С. Педагогическая психология. Москва : Педагогика, 1991. 97 с.

14. Выготский Л. С. Игра и ее роль в психическом развитии ребенка // Вопросы психологии. 1996. № 6. С. 62–76.

15. Гальперин П. Я. Лекции по психологии. Москва : Изд-во КДУ, 2015. 300 с.

16. Гик Е. Я. Математика и шахматы. Москва : Бюро Квантум, 2010. 178 с.

17. Ганзен В. А. Восприятие целостных объектов. Системные описания в психологии. Москва : URSS, 2007. 320 с.

18. Грабенко Т. М . Коррекционные, развивающие и адаптирующие игры / Т. М. Грабенко, Т. Д. Зинкевич-Евстигнеева. Санкт-Петербург : Детство-Пресс, 2002. 64 с.

19. Гриншкун В. В. Необходимость удаленного обучения – стимул для формирования и развития цифровой среды образовательной организации // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. Т. 52. С. 8–15.

20. Давыдов В. В. Новый подход к пониманию структуры и содержания деятельности // Вопросы психологии. 2003. №2. С. 15-45.

21. Давыдов В. В. Развивающее образование: теоретическое основание преемственности дошкольной и начальной школьной ступени / В. В. Давыдов, В. Т. Кудрявцев // Вопросы психологии. 2015. № 1. С. 3-23.

22. Далингер В. А. Методические аспекты обучения геометрии на основе цифровых образовательных ресурсов // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020.Т. 17. № 1. С. 10–15.

23. Дворяткина С. Н. Множественность целеполагания в педагогической деятельности: математика на шахматной доске / С. Н. Дворяткина, В. С. Карапетян, С. А. Розанова // Высшее образование в России. 2019. Т. 28. № 4. С. 81–92.

24. Дворяткина С. Н. Оценка синергетических эффектов интеграции знаний и деятельности на основе компьютерного моделирования / С. Н. Дворяткина, Е. И. Смирнов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. С. 35–42.

25. Дружинин В. Н. Психология общих способностей. Москва : Изд-во Юрайт, 2020. 368 с.

26. Дубровский В. Н. В поисках определения площади поверхности // Квант. 1978. № 5. С. 31–34.

27. Елизаров А. М. Семантические технологии в математическом образовании: онтологии и открытые связанные данные / А. М. Елизаров, А. В. Кириллович, Е. К. Липачёв, О. А. Невзорова, Л. Р. Шакирова // Ученые записки ИСГЗ. 2018. Т. 16. № 1. С. 222–227.

28. Зайниев Р. М. Реализация преемственности в математическом образовании : монография. Набережные Челны : Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2015. 220 с.

29. Занков Л. В. Избранные педагогические труды. Москва : Дом педагогики, 1999. 608 с.

30. Каган М. С. Системно-синергетический подход к построению современной педагогической теории // Культурологическое просветительство в современной России: сборник научных статей участников круглого стола X Кагановских чтений. 2017. С. 10–31.

31. Карп Р. М. Комбинаторика, сложность, случайность: лекции лауреатов премии Тьюринга. Москва : Мир, 1993. С. 498-531.

32. Кашапов М. М. Функции экспликации в условиях профессионализации мышления // Вестник Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. Серия Гуманитарные науки. 2021. Т. 15. № 1 (55). С. 100–109.

33. Клапаред Э. Психология ребенка и экспериментальная психология. Москва : Екиториал URSS, 2019. 166 с.

34. Князева Е. Н. Антропный принцип в синергетике / Е. Н. Князева, С. П. Курдюмов // Вопросы философии. 2016. № 3. С. 62-78.

35. Князева Е. Н. Системный подход как основа стратегического управлении // Форсайт. 2020. Т. 14. № 4. С. 34–45.

36. Князева Е. Н. Неопределенность как вызов и основа для исторического творчества // Мир человека: неопределённость как вызов. Серия «Синергетика: от прошлого к будущему». Москва. 2019. С. 111–124.

37. Колин К. К. Философские проблемы информатики. Москва : Бином, 2010. 270 с.

38. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. Москва : Постмаркет, 2000. 352 с.

39. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. Москва : Институт практической психологии, 1998. 416 с.

40. Кузнецов А. А. Как на основе трех требований ФГОС построить и реализовать основную образовательную программу по информатике / А. А. Кузнецов, М. М. Абдуразаков // Информатика и образование. 2017. Т. 289. № 10 . С. 3–7.

41. Кузнецов А. А. Подготовка учителей к разработке, оценке качества и применению электронных образовательных ресурсов / А. А. Кузнецов, Т. Н. Суворова // Педагогика. 2016. № 1. С. 94–101.

42. Кузнецов А. А. Современная и будущая профессиональная деятельность учителя информатики / А. А. Кузнецов, В. М. Монахов, М. М. Абдуразаков // Информатика и образование. 2016а. Т. 274. № 5 . С. 3–12.

43. Курдюмов С. П. Аналоги второго начала термодинамики в открытых нелинейных средах // Мир человека: неопределённость как вызов. Серия «Синергетика: от прошлого к будущему». Москва : Ленанд, 2019. С. 63–69.

44. Ланге Н. Н. Психический мир: избранные психологические труды. Москва ; Воронеж : Ин-т практ. психологии: МОДЭК, 1996 . 368 с.

45. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность. Москва : Издательский центр «Академия», 2004. 352 с.

46. Лобанова С. А. Активные методы обучения как средство развития субъектной позиции студента : дис. … канд. пед. наук / Светлана Алексеевна Лобанова. Краснодар, 2009. 184 с.

47. Майнцер К. Сложносистемное мышление. Материя, разум, человечество. Новый синтез. Москва : Либроком, 2009. 464 с.

48. Малинецкий Г. Г. Образование на постсоветском пространстве в зеркале исследований PISA / Г. Г. Малинецкий, С. Н. Сиренко // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2020б. № 1. С. 35–69.

49. Малинецкий Г. Г. Идеология в контексте естественных наук и теория самоорганизации // Стратегические приоритеты. 2020а. № 1–2 (25–26). С. 93–109.

50. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы / пер. с англ. Москва : Ин-т компьютерных исследований, 2002. 656 с.

51. Маслоу. А. Мотивация и личность. Санкт-Петербург : Изд-во «Питер», 2014. 400 с.

52. Матюшкин А. М. Концепция творческой одаренности // Вестник практической психологии образования. 2012. № 4. С. 83-86.

53. Матюшкин А. М. Проблемное обучение: прошлое, настоящее, будущее / А. М. Матюшкин, А. А. Матюшкина, И. А. Зимняя, Е. В. Ковалевская, Л. И. Колесник, С. П. Микитченко, Е. С. Хохлова, Н. В. Самсонова, С. К. Закирова, Н. Н. Осипова. Нижневартовск : Нижневартовский государственный университет, 2020. 310 с.

54. Моисеев Н. Н. Математика в социальных науках // Математические методы в социологическом исследовании. Москва : Логос, 2001. С. 68-93.

55. Монахов В. М. Системный подход к методическому раскрытию прогностического потенциала образовательных стандартов / В. М. Монахов, С. А. Тихомиров // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С. 117–126.

56. Морен Э. Метод. Природа Природы. Москва : Канон-плюс, 2003. 464 с.

57. Морен Э. Образование в будущем: семь неотложных задач / Синергетическая парадигма. Синергетика образования ; отв. ред. В. Г. Буданов. Москва : Прогресс-Традиция, 2007. С. 24–96.

58. Нагорнова Ж. В. Когнитивные вызванные потенциалы при решении математических задач у подростков, проживающих в различных регионах севера РФ / Ж. В. Нагорнова, Н. В. Шемякина, С. И. Сороко // Физиология человека. 2020. Т. 46. № 3. С. 29–36.

59. Осташков В. Н. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений / В. Н. Осташков, Е. И. Смирнов // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С. 146–157.

60. Осташков В. Н. Диалоги о фракталах. Тюмень : ТюмГНГУ, 2012. 295 с.

61. Панфилова А. П. Технологии развития аналитического потенциала студентов в игровом интерактивном обучении // Инновации. 2019. Т. 251. № 9 . С. 107–110.
62. Перминов Е. А. Об актуальности реализации дискретной линии в цифровизации профессионального образования // Advanced Science. 2020. Т. 16. № 1 . С. 67–70.
63. Пидкасистый П. И. Технология игры в обучении и развитии : учебное пособие / П. И. Пидкасистый, Ж. С. Хайдаров. Москва : Моск. пед. ун-т, 1996. 269 с
64. Подъяков А. Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности. Психологические исследования. Москва : Высшая школа экономики, 2015. С. 6–10.
65. Полоудин В. А. Пилотный проект: «Творческое шахматное обучение младших школьников с использованием электронных образовательных ресурсов» // Начальное образование. 2017. Т. 5. №5. С. 36–42.
66. Полоудин В. А. Робототехника на шахматной доске // Ученые записки ИУО РАО. 2016. Т. 60. № 4 . С. 192–195.
67. Помелов В. А. Креативный потенциал компьютерных игр в контексте формирования инновационного мышления // Вестник КемГУ. 2014. №4 (60). С. 206–209.
68. Пригожин И. Р. Познание сложного / И. Р. Пригожин, Г. Николис. Москва : Ленанд, 2017. 360 с.
69. Реан А. А. Личностные ценности как предикторы переживания счастья подростками / А. А. Реан, И. П. Шагалов // Вопросы психологии. 2018. № 6. С. 16–28.
70. Роберт И. В. Аксиологический подход к развитию образования в условиях цифровой парадигмы // Педагогическая информатика. 2020. №2. С. 89–113.
71. Розанова С. А. Эффекты синергии математического, естественнонаучного и гуманитарного образования: структура, основные характеристики // Математика, физика и информатика и их приложения в науке и образовании: сборник тезисов докладов международной школы-конференции молодых ученых. Москва : МИРЭА, 2016. С. 243–245.
72. Рубинштейн С. Л. Человек и мир : монография. Москва : Питер, 2012. 224 с.

73. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. Санкт-Петербург : Питер, 2015. 713 с.

74. Салмина Н. Г. Символическая функция в структуре сознания / Н. Г. Салмина, Е. В. Звонова, А. Э. Цукарзи // Вестник Московского университета. Серия 14: Психология. 2019. № 3. С. 124–140.

75. Секованов В. С. Элементы теории дискретных динамических систем : учебное пособие. Санкт-Петербург : Изд-во «Лань», 2016. 180 с.

76. Селевко Г. К. Освоение технологии саморазвития личности школьника. Ярославль : ИРО, 2001. 185 с.

77. Селевко Г. К. Воспитательная технология «самосовершенствование школьника» / Г. К. Селевко, И. Н. Закатова, О. Г. Левина // Воспитание в школе. 2000. № 1. С. 144-165.

78. Семенов А. Л. Результативное образование расширенной личности в прозрачном мире на цифровой платформе // Герценовские чтения: психологические исследования в образовании. 2020. № 3. С. 590–596.

79. Смирнов Е. И. Синергия математического образования: Введение в анализ / Е. И. Смирнов, В. В. Богун, А. Д. Уваров. Ярославль : Изд-во «Канцлер», 2016. 216 с.

80. Смирнов Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога : монография. Ярославль : Изд-во «Канцлер», 2012. 654 с.

81. Смирнов Е. И. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца / Е. И. Смирнов, А. Д. Уваров, Н. Е. Смирнов // Евразийское научное обозрение. 2017а. Т.30. №8. С. 35–55.

82. Смирнов Е. И. Наглядное моделирование нелинейной динамики проявления сущности математических понятий и процедур // Международные Колмогоровские чтения – XIV, посвященные 100-летию профессора З. А. Скопеца, 2017б. С. 16–30.

83. Смирнов Е. И. Сложность задач и синергия математического образования / Е. И. Смирнов, С. Ф. Бурухин // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт и инновации : материалы междунар. научно-практ. конф., посвященной 125-летию П. А. Ларичева. Вологда: Издательство: ИП Киселев А.В., 2017. С. 11–17.

84. Сороко С. И. Использование технологии адаптивного биоуправления для коррекции синдрома гиперактивного расстройства с дефицитом внимания у детей / С. И. Сороко, И. В. Николаев // Вестник образования и развития науки Российской академии естественных наук. 2019. № 1. С. 82–93.

85. Степин В. С. О философских основаниях синергетики // Синергетика: Будущее мира и России / под ред. Г. Г. Малинецкого. Москва : URSS, 2008. С. 17–23.

86. Степин В. С. Философия и методология науки. Москва : Академический проект, 2015. 719 с.

87. Степин В. С. Проблемы прогнозирования сложных развивающихся социальных систем // Журнал Белорусского государственного университета. Социология. 2018. № 3. С. 4–10.

88. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология: практикум : учебное пособие. Москва : Юрайт, 2019. 190 с.

89. Талызина Н. Ф. Методика обучения математике. формирование приемов математического мышления: учебное пособие / Н. Ф. Талызина, Г. А. Буткин, И. А. Володарская, Н. Г. Салмина, Г. Никола, Т. К. Никитюк. Москва : Юрайт, 2018. 193 с.

90. Теплов Б. М. Способности и одаренность // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2014. № 4. С. 99–105.

91. Толстых Ю. И. Современные подходы к категории «адаптационный потенциал» // Известия ТулГУ. 2011. №1. С. 493–496.

92. Томчикова С. Н. Игровые технологии в ДОУ : учебно-методический комплекс / С. Н. Томчикова, Н. С. Томчикова. Москва : ФЛИНТА, 2020. 80 с.

93. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов / Т. Тоффоли, Н. Марголус. Москва : Мир, 1991. 280 с.

94. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 т. Т. 2. Москва : Лань, 2021. 800 с.

95. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебник для вузов : в 3 т. Т. 3. Москва : Лань, 2019. 656 с.

96. Хакен Г. Информация и самоорганизация: макроскопический подход к сложным системам / пер. с анг. Москва : URSS, 2014. 320 с.

97. Хеннер Е. К. Базовое школьное образование по информатике // Информатика и образование. 2018. Т. 290. № 1 . С. 34–37.

98. Хуторской А. В. Гипотеза о первобытном происхождении дидактики // Высшее образование сегодня. 2021. № 1. С. 5–10.

99. Хуторской А. В. Педагогические предпосылки самореализации ученика в эвристическом обучении // Вестник Института образования человека. 2020. № 1. URL: https://eidos-institute.ru/journal. (Дата обращения: 10.02.2021).

100. Чепиков М. Г. Интеграция науки: философский очерк. (Филос. очерк). 2 изд., перераб. и доп. Москва : Мысль, 1981. 276 с.

101. Шабалина О. А. Разработка обучающих компьютерных игр: как сохранить баланс между обучающей и игровой компонентой? // Образовательные технологии и общество. 2013. №3. С. 587–602.

102. Шадриков В. Д. Системогенез деятельности. Игра. Учение. Труд : монография. Т. 1. Системогенез профессиональной и учебной деятельности. Ярославль : Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, 2017. 326 с.

103. Шадриков В. Д. Кадры для инновационной экономики: как в действительности обстоит дело с их подготовкой? // Высшее образование сегодня. 2019. № 6. С. 2–10.

104. Шадриков В. Д. Общая психология / В. Д. Шадриков, В. А. Мазилов. Москва : Юрайт, 2019. 411 с.

105. Югфельд И. А. Подготовка будущих учителей к использованию игровых технологий в процессе изучения психологопедагогических дисциплин : дисс…. канд. пед.х наук / Ирина Александровна Югфельд. Тула, 2017. 182 с.

106. Alexander B. (2006). Web 2.0: A New Wave of Innovation for Teaching and Learning ? Educause Review, 41(2), 32–44. Access at: https://er.educause.edu/-/media/files/article-downloads/erm0621.pdf.

107. Andersen P. (2007). What is Web 2.0.? Ideas, Technologies and Implications for Education. JISC Technology and Standards Watch. Access at: http://www.jisc.ac.uk/media/documents/techwatch/tsw0701b.pdf.

108. Asch S. E. (1968). Wolfgang Kohler: 1887-1967. The American Journal of Psychology, 81(1), 110–119.

109. Assessing Reading, Mathematics and Scientific Literacy: A framework for PISA 2009. OECD

110. Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing. OECD (2013), PISA 2012.

111. Barrett H. (2004) Electronic Portfolios as Digital Stories of Deep Learning. Access at: http://electronicportfolios.com/digistory/epstory.html.

112. Broadbent J., Poon W. L. (2015). Self-regulated Learning Strategies and Academic Achievement in Online Higher Education Learning Environments: A Systematic Review. The Internet and Higher Education, 27, 1-13.

113. Burgoyne A.P., Sala G., Gobet F., Macnamara B., Campitelli G., Hambrick D. (2016) The relationship between cognitive ability and chess skill: A comprehensive meta-analysis. Intelligence, 59, 72-83.

114. Campbell A. P. (2003). Weblogs for Use with ESL Classes. The Internet TESL Journal, 9(2). Access at: http://iteslj.org/Techniques/Campbell-Weblogs.html.

115. Downes S. (2012). Knowledge, Learning and Community. Access at: http://www.downes.ca/post/57737.

116. Haken H. (2004). Synergetics. Introduction and Advanced Topics. Springer, Berlin, 758 p.

117. Klakla M. (2003). Formation of the mathematics in Polish schools. Plock, Poland: Ritter.

118. Kuznetsova I. V., Kharitonova I. V. (2014). The designing of independent studying activity of future mathematics teachers based on network technology. Bulletin of Surgut State Pedagogical University, №6 (33), 204–210.

119. Ku D., Chang C. (2011). The Effect of Academic Discipline and Gender Difference on Taiwanese College Students' Learning Styles and Strategies in Web-based Learning Environments. Turkish Online Journal of Educational Technology, 3(10), 265–272.

120. PISA 2021 Mathematics Framework. URL: https://pisa2021-maths.oecd.org/#Twenty-First-Century-Skills (дата обращения: 09.02.2018).

121. Notari M. (2006). How to Use a Wki in Education: Wiki based effective constructive learning. Proceedings of the 2006 International Symposium on Wikis, Odense, Denmark: August 21-23. pp. 131-132. Access at: https://opensym.org/ws2006/proceedings/p131.pdf.

122. O'Reilly T. (2005). What is Web 2.0. Access at: https://www.oreilly.com/pub/a/web2/archive/what-is-web-20.html.

123. Peitger H. O., Jungeus H. and Sourpe, D. (1992). Chaos and Fracatls: New frontier of science . New York: Springer. 999p.

124. Sala G., Gobet F. (2017) Does chess instruction improve mathematical problem-solving ability? Two experimental studies with an active control group. Learning and Behavior, 45(4), 414-421.

125. Santos J., Figueiredo A. S., Vieira M. (2019). Innovative Pedagogical Practices in Higher Education: An Integrative Literature Review. Nurse Education Today, 72, 12–17.

126. Schwartz H. A. (1890). Sur une définition erronée de l'aire d'une surface courbe. Gesammelte Mathematische Abhandlungen, 1, 309-311.

127. Sukhin I. (2012). School Subject "Chess" as a Tool of Developing Thinking: History, Methodology, Scientific Research and Experience of Implementation. Saarbrücken, Germany: Lambert Academic Publishing.

128. Thompson J. (2007). Is Education 1.0 Ready for Web 2.0 Students? Innovate, 3 (4). Access at: https://www.semanticscholar.org/paper/Is-Education-1.0-Ready-for-Web-2.0-Students-Thompson/70c5e603d12d7f07753b4f31be1db2a69e718b6c.

129. Winston A. S. (2000). Boring, Edwin Garrigues. In A. E. Kazdin (Ed.), Encyclopedia of Psychology, 1, 444-445.

130. Zykova T. V., Kuznetsova I. V. (2017). Synergy of Students' Network Interaction in the Course of Mathematical Knowledge Development. Yaroslavl Pedagogical Bulletin, 5, 95–102.

Приложение 1.

Раздаточный материал и ответы для квеста «Площадь поверхности»

Инструкция по выполнению квеста

Дорогие, ребята! С данного момента вы являетесь участниками интеллектуального квеста «Площадь поверхности».

Задание состоит из следующего:

1. Решить предложенные задачи.
2. По полученным результатам вычислить координаты фигуры.
3. Смоделировать фигуры.
4. В заключительный день квеста необходимо представить решение с объяснением одной наиболее интересной задачи.

Количество – 7 задач, которые необходимо решить и полученные результаты ввести в программу проверки результатов. Если программа выдает «Верно», значит, задача решена верно и можно преступать к выполнению следующего задания. В противном случае, следует перепроверить вычисление.

Лист «Фигуры для моделирования» – бланк предназначен для вычисления координат фигур для моделирования частей тела. Вверху над таблицей записаны координаты, какой геометрической фигуры необходимо будет строить.

Для фигуры необходимо вычислить ее основные элементы, координаты положения и поворот (если поворот не указан, следовательно, угол равен 0). Цифры около фигуры обозначают порядковый номер данной фигуры на конечном теле. При необходимости полученный результат округляется до того количества цифр после запятой, которое указано в задании. Фигуры необходимо моделировать в программе Blender. Полученный результат необходимо отправить организатору квеста на электронную почту (файл с расширением. blend).

В заключительный день при представлении решения задачи с объяснением необходимо представить решение, чертеж, рассказать этапы решения.

Победителем считается та команда, которая наберет большее количество баллов за все виды работы. Каждый вид деятельности оценивается следующим образом:

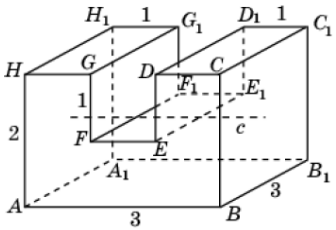
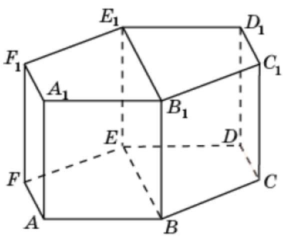
Верно решенные задачи – 7 баллов;

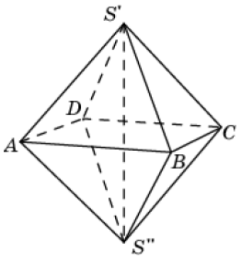
Смоделированные части тела – максимум 6 баллов;

Представление решения одной задачи с подробным объяснением – максимальное количество 3 балла.

УДАЧИ!

Задачи порогового уровня сложности

№	Задача	Ответ
1	В правильной пирамиде SABCD, с высотой 4, сторона SABC основания равна 6. Точки M и N – середины ребер BC и CD. Найдите площадь поверхности сферы, вписанной в пирамиду SMNC.	S_1=
2	Все двугранные углы многогранника, изображенного на рисунке, прямые. Найдите объем и площадь поверхности тела вращения этого многогранника вокруг прямой c, проходящей через центры граней AA_1H_1H и BB_1C_1C. 	S_2=
3	В правильную шестиугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 10, а высота равна 6, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы.	S_3=
4	Найдите объем и площадь поверхности тела вращения четырехугольника BEE_1B_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, вокруг прямой AA_1. 	S_4=

№	Задача	Ответ
5	Площадь основания конуса равна площади поверхности вписанного в него шара. Найдите площадь полной поверхности конуса, если его образующая равна 10.	S_5=
6	В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 10, а высота равна 6, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.) Найдите площадь этой сферы.	S_6=
7	Найдите объем и площадь поверхности тела вращения единичного октаэдра *S'ABCDS''* вокруг прямой *S'S''*. 	S_7=

Фигуры для моделирования

- **Цилиндр-11-29-30**

Элементы	Положение
R = $\frac{[S_1]}{[S_7]}$ = (округ 1)	x(11)= $[\frac{S_4}{S_6}]$ = x(29) = $\lg S_1$= (округ 1) x(30) = − x(29) =
H = $\frac{[S_1]}{[S_4]}$ = (округ 1)	y(11) = $x(11)$ = y(29) = y(30) = $-\cos(S_5 - S_2)$ = (округ 1)
	z(11) = $-\cos(S_5 - S_2)$ = (округ 1) z(29) = z(30) = $\sin(S_1) - \ln[S_5]$ (округ 1)

- **Шар-3**

Элементы	Положение
R = [10·cos (S_6)] =	x= $[\frac{S_6}{S_3}] =$
	y = $x =$
	z = $\frac{[S_5]}{[S_3]-S_1} =$ (округ 2)

- **Цилиндр-17-20**

Элементы	Положение	Поворот
R = $\frac{S_4}{S_2}$ = (округ 2)	x(17) = $\frac{S_5}{[S_3]}$= (округ 2) x(20) = $-\frac{S_5}{[S_3]}$ (округ 1)	x(17) = $10 + [S_1 \cdot S_7]$ = x(20) = 1+$\left[S_5 - \frac{[S_3]}{S_7}\right]$ =
H = $\frac{[S_1]}{[S_7]} =$ (округ 1)	y(17) = $\frac{S_2}{S_3} =$ (округ 1) y(20) = $\lg(S_1 - [S_7]) =$	y(17) = −x(17) = y(20) = $\left[\frac{[S_5]}{S_7}\right] =$
	z(17) = $-\ln(S_1 - S_7)$ = (округ 2) z(20) =$\frac{\sin[S_3]}{\cos(S_4+S_7)}$ = (округ 1)	z(17) = $[-\frac{S_7 \cdot S_1}{2}]$ = z(20) = 100 + $\left[\frac{[S_5] \cdot S_4}{[S_3]}\right] =$

Ключ к фигурам для моделирования

- 11-29-30 цилиндр (шея-2-обувь)

r=1.3; h=0.2; y=0.25; z=-5.1;
x(29)=0.7; x(30)=-0.7;
x(11)=0; y(11)=0; z(11)=0.7

- 17-20 цилиндр (рука-1)

r=0.55; h=1.3;
x(17)=2.27; y(17)=0.6; z(17)=-0.05;
x(20)=-2.3; y(20)=0.2; z(20)=1.2;
угол:
x(17)=34; y(17)=-34; z(17)=-12;
x(20)=170; y(20)=42; z(20)=167;

- 3 шар (голова)

R=3; y=0; x=0; z=2.42

Вычисление площади поверхности методом развертки (новый уровень)

№	Задача	Ответ
1	Сферу, радиуса 15, при развёртке разделили на 20 частей. Для одной доли найти ее высоту a, ширину b. Вычислить радиус R большей дуги, на которой построена долька.	a= b= R=
2	Образующая усеченного конуса составляет с плоскостью нижнего основания угол 30°. Диагональ его осевого сечения перпендикулярна образующей конуса. Сумма длин окружностей оснований равна 2 πm. Найдите площадь боковой поверхности конуса, при m=2.	S_1=
3	Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен 240°. Высота конуса $5\sqrt{5}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.	S_2=
4	При развертке сферы, она была разделена на 5 частей так, что ширина доли равна 8 см. Вычислить площадь сферы.	S_3=
5	Из квадрата, диагональ которого равна 3, свернута боковая поверхность цилиндра. Вычислите площадь полной поверхности цилиндра.	S_4=
6	Угол между диагоналями развертки боковой поверхности цилиндра равен 60°. Длина диагонали равна 4 см. Найти площадь боковой поверхности цилиндра.	S_5=
7	Сфера, разрезанная на части по меридианам, имеет высоту дольку 15,71 см. Радиус большей дуги дольки равен 13, 09. На какое количество частей разделена сфера?	n=

Фигуры для моделирования

- **Цилиндр-12**

Элементы	Положение
R = tg (n) = (округ 1)	x = [S_5-n] =
H = $\sin(a)$ = (округ 1)	y = x = z = $[\ln(S_2) - S_4]$ =

- **Шар-4-5**

Элементы	Положение
R = − cos (R) = (округ 1)	x(4) = $\sin(S_3 - S_4)$ = (округ 2) x(5) = − x(4) =
	y = 1 + $\sin(S_4 - [b])$ = (округ 2)
	z = $[\frac{S_5}{S_4}]$ =

- **Цилиндр-10**

Элементы	Положение
R = − cos (S_3) = (округ 1)	x = $[\frac{S_4}{n}]$ =
H = − cos (R) = (округ 1)	y = x =
	z = $\left[\frac{a}{S_1}\right]$ =

- **Цилиндр-27-28**

Элементы	Положение
R = − cos (R) = (округ 1)	x(27) = sin a = (округ 1) x(28) = − x(27) =
H = $0.1 \cdot n$ =	y = $\sin([S_4] \cdot$ n)=
	z = −b = (округ 1)

Ключ к фигурам для моделирования

- 12 цилиндр (тело)

r=0.1; h=0.7; x=0; y=0; z=4

- 4-5 шар (глаза)

R=0.5; y=1.15; z=3;
x(4)=0.55; x(5)=-0.55

- 10 цилиндр (шея-1)

r=0.9; h=0.5; x=0; y=0; z=1

- 27-28 цилиндр (нога-2)

r=0.5; h=0.6; y=0.2; z=-4.7;
x(27)=0.7; x(28)=-0.7

Цилиндр Шварца (новый уровень)

№	Задача	Ответ
1	Вычислить площадь поверхности цилиндра Шварца (R=1, H=1), разбиение высоты которого представляет геометрическую прогрессию с общим количеством членов n=25. ($n=m^2$)	S_1=
2	Пусть цилиндр Шварца имеет радиус $R=1$ и высоту $H=1$. При этом его высота разбита на слои c_i так, что $c_i=\frac{1}{i^2}$. При каких i имеет место равенство: $\lim\limits_{c_i\to 0, n\to\infty}\frac{1}{c_i n^2}=0$	i=
3	Известно, что высота цилиндра (равная 1) разбита на две части, причем первая часть состоит из m_1=25 частей, а вторая − из m_2=625 частей. Вычислив, площади двух данных цилиндров, найти во сколько раз радиус второго цилиндра больше радиуса первого цилиндра	δ=
4	Цилиндр Шварца, у которого R=1 и H=1, высота разбита множеством типа множества Кантора, общее количество слоем составляет 1024. Вычислить площадь боковой поверхности данного цилиндра, если $n=m^{0,9}$	S_2=
5	Дан шар и цилиндр Шварца. Разбиение высоты цилиндра Шварца представляет собой геометрическую прогрессию с общим количеством 144 слоя. При этом известно, что шар и цилиндр имеют одинаковую площадь поверхности. Вычислить радиус шара. (H=1)	S_3= R=

№	Задача	Ответ
6	Высота цилиндра Шварца разбита на три части: первая часть представляет арифметическую прогрессию с общим количеством слоев 81; вторая часть – геометрическая прогрессию с общим количеством слоев 36; третья часть – множество Кантора с количеством слоев 49. Вычислить площадь боковой поверхности данного цилиндра. ($n=m^2$, H=1, R=1)	S_4=

Фигуры для моделирования

- **Цилиндр-19-22**

Элементы	Положение	Поворот
R $= [ln\, S_4]$=	$x(19) = [\frac{S_3}{R}] + 2 =$ x(22) = 3+sin i = (округ 1)	x(19) = [-R]= x(22) = 10·[S_4]=
H = $\sin S_1$= (округ 1)	y(19) = $[\lg S_1] =$ y(22) = $\ln S_1 + tg\ \delta\ =$ (округ 1)	y(19) = $-100 \cdot \cos(S_4 - -\delta) =$ y(22) = $-[S_1] =$
	z(19) = $-(\cos([S_3] + 2 \cdot \delta)) =$ (округ 1) z(22) = $(\sin([R] + i)) + 2 =$ (округ 1)	z(19) = $[\frac{[S_1]}{S_4}] =$ z(22) = $10 \cdot [\frac{[S_1]}{i}] =$

- **Шар-15-16**

Элементы	Положение
R = 1+ sin (R) = (округ 1)	x(15) = $\cos(S_3 - S_4) + 1 =$ (округ 1) x(16) = – x(15) =
	y(15)=y(16)= $[\sin(S_4)] =$
	z(15)=z(16)= $[\ \frac{S_1}{S_4}\ ] =$

- **Шар-8-9**

Элементы	**Положение**
$R = 2 - \cos(S_3) =$ (округ 1)	$x(8) = \ln\delta =$ (округ 1) $x(9) = -x(8) =$
	$y(8)=y(9)= [\sin(i)] =$
	$z(8)=z(9) = tg(i+\delta) =$

Ключ к фигурам моделирования

- 15-16 шар (плечи)

R=1.3; y=0; z=0.5;
x(15)=1.6; x(16)=-1.6

- 8-9 шар (уши)

R=1.3; y=0; z=2.5;
x(8)=1.6; x(9)=-1.6

- 19-22 цилиндр (ладони)

r=1; h=0.1;
x(19)=3; y(19)=1; z(19)=-0.9;
x(22)=-3.1; y(22)=0.2; z(22)=2.1;
угол:
x(19)=-166; y(19)=-135; z(19)=183;
x(22)=30; y(22)=-390; z(22)=320.

Метод Минковского (новый уровень)

№	Задача	Ответ
1	У шарообразной капсулы из свинца площадь сферы капсулы равна 16π, а площадь поверхности внешней сферы равна 144π. Найти толщину капсулы, если известно, что внешняя и внутренняя сферы концентрические	d=
2	Найдите площадь поверхности тела, являющегося пересечением двух (достаточно длинных) цилиндров радиуса R, оси которых проходят через общую точку и взаимно перпендикулярны (R=9)	S_1=
3	Подберите константы c_1 и c_2 так, чтобы пределы a) $\lim\limits_{\delta\to 0}\frac{V(\Phi_\delta)}{c_1}$ b) $\lim\limits_{\delta\to 0}\frac{V(\Phi_\delta)}{c_2\delta^2}$ имели содержательный геометрический смысл. Для каких фигур Ф они положительны?	c_1= c_2=
4	Вычислить площадь поверхности тора, если диаметр от центра вращающейся окружности до оси равен 19 и диаметр самой вращающейся окружности равен 10	S_2=
5	Вывести с помощью метода Минковского и вычислить площадь боковой поверхности усеченного конуса, если радиус большего основания равен 7, а радиус меньшего основания равен 3	S_3=

Фигуры для моделирования

- **Шар-6-13-14**

Элементы	Положение
R = ln (c_1) = (округ 1)	x(6)=x(13)=x(14)=sin (d)
	y (6)=y(13)=y(14)= $\frac{S_3}{S_1} =$ (округ 1)
	z (6) = $\frac{c_2}{d} + 1 =$ z (13) = [ln (S_2)]= z(14) = – d

- **Шар-1**

Элементы	Положение
R = cos (d) = (округ 1)	x = [c_2] =
	y = x =
	z = $\frac{d}{S_2} + 4 =$

- **Цилинд-25-26**

Элементы	Положение
R = tg c_1 = (округ 1)	x(25) = $\frac{[S_1]}{S_2} =$ (округ 1) x(26) = − x(25) =
H = $[e^d] - 2 =$	y = $\cos([S_3 - c_1]) =$ (округ 2)
	z = $-[\frac{S_1}{c_2} + 3] =$

Ключ к фигурам моделирования

- 6-13-14 шар (нос-пуговицы)

R=0.3; y=1.5; x=0;
z(6)=2.5; z(13)=0; z(14)=-0.7

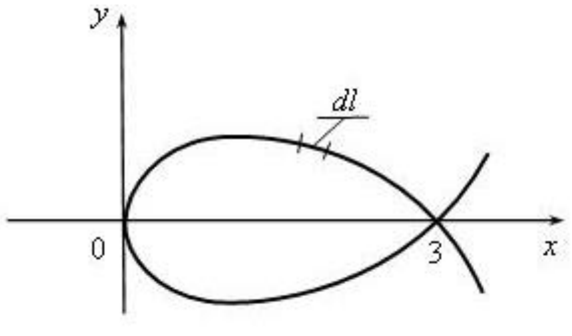
- 25-26 цилиндр (нога-1)

r=0.9; h=1; y=0.25; z=-4;
x(25)=0.7; x(26)=-0.7

- 1 шар (антенна верх)

R=0.5; y=0; x=0; z=4.5

Вычисление площади поверхности с помощью интегрирования (сложный новый уровень)

№	Задача	Ответ
1	Вычислить площадь поверхности тела, полученного вращением параболы $y^2 = x$ вокруг оси OX на промежутке $0 \le x \le 4$.	$S_1=$
2	При каком значении параметра a площадь поверхности, полученная вращением циклоиды, равна 3π $ед^2$? (параметрическое задание, $a_1 < a_2$)	$a_1=$ $a_2=$
3	Вычислить площадь поверхности, полученной вращением первой арки циклоиды $x(t) = t - \sin t,\ y(t) = 1 - \cos t$ вокруг оси OY.	$S_2=$
4	Найти площадь поверхности вращения дуги синусоиды при $0 \le x \le \pi$.	$S_3=$
5	Найти площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}$ вокруг полярной оси.	$S_4=$
6	Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox петли кривой $9y^2 = x(3-x)^2$ 	$S_5=$
7	Вычислить площадь поверхности тора, полученного вращением окружности $x^2 + (y-3)^2 = 1$ вокруг оси OX.	$S_6=$

Фигуры для моделирования

- **Цилиндр-7**

Элементы	Положение	Поворот
R = [sin S_3] =	x = a_1+a_2 =	x = 10·[S_5] =
H = $\frac{S_7}{S2} =$ (округ 1)	y = $2 \cdot H =$	y = [sin S_3] =
	z = -cos S_6+e^{a_2} = (округ 1)	z = x =

- **Цилинд-23-24**

Элементы	Положение
R = ln S_4 = (округ 1)	x(23) = $\frac{[S_6]}{S_2} =$ (округ 1) x(24) = − x(23) =
H = $e^{a_2} =$ (округ 1)	y = $\sin([S_3 + 2 \cdot \mathrm{a}_2]) =$ (округ 2)
	z = $-\left(\frac{S_1}{S_5} - 1\right) =$ (округ 1)

- **Цилиндр-2**

Элементы	Положение
R = sin (S_4) = (округ 1)	x = a_1+a_2 =
H =$\frac{[S_6]}{S_2} =$ (округ 1)	y = x =
	z = $\sin(S_2 + 2) =$ (округ 1)

- **Цилиндр-18**

Элементы	Положение	Поворот
R = $\sin S_2$= (округ 1)	x = $\left(\frac{S_1}{S_5} - 1\right) =$ (округ 1)	x = [S_1 – tg S_6]=
H = $\sin S_1$= (округ 1)	y = lg S_5 = (округ 1)	y = − x=
	z = $-(\sin([S_6] + 2 \cdot S_5 + [S_4])) =$ (округ 2)	z = $-[\frac{[S_6]}{S_5}]$ =

- **Цилиндр-21**

Элементы	**Положение**	**Поворот**
R = $\sin S_2$= (округ 1)	x = $(\lg S_2 + e^{a_1}) =$ (округ 1)	x = [S_2] – [S_3] =
H = $\sin S_1$ = (округ 1)	y = $\sin S_3$ = (округ 1)	y =[$\frac{S_6}{\ln(S_3+[S_4])}$]=
	z = $-\mathrm{tg}\, S_6$ = (округ 1)	z = 10 + [S_2] =

Ключ к фигурам моделирования

- цилиндр (рот)

r=0.2; h=0.7; x=0; y=1.4; z=1.9;

угол:

x=90; y=0; z=90

- 23-24 цилиндр (шорты)

r=1.3; h=1.5; y=0.25; z=-2.8;

x(25)=0.7; x(26)=-0.7

- 2 цилиндр (антенна низ)

r=0.1; h=0.7; x=0; y=0; z=4

- 18-21 цилиндр (рука-2)

r=0.4; h=0.6; x (18)=2.8; y(18)=1; z(18)=-0.65; x(21)=-2.9; y(21)=0.2; z(21)=1.8;

угол:

x(18)=34; y(18)=-34; z(18)=-12; x(21)=170; y(21)=42; z(21)=167.

Научное издание

НОВАЯ ДИДАКТИКА

Евгений Иванович Смирнов
доктор педагогических наук, профессор
Светлана Николаевна Дворяткина
доктор педагогических наук, профессор
Ирина Викторовна Кузнецова
кандидат педагогических наук, доцент

НАГЛЯДНОСТЬ, СИНЕРГИЯ И ФУНКЦИОНАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКОЙ И ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Редактор К. С. Лапшина

Подписано в печать: 22.04.2021.
Формат 60×90/16. Объем 17 п. л., 10,98 уч.-изд. л.
Тираж 500 экз. Заказ № 84.

Редакционно-издательский отдел
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского» (РИО ЯГПУ)
150000, Ярославль, Республиканская ул., 108/1

Отпечатано в типографии
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского»
150000, Ярославль, Которосльная наб., 44
Тел.: (4852)32–98–69