

Ярославский государственный педагогический
университет им. К. Д. Ушинского

Кафедра общей физики
Лаборатория механики

Лабораторная работа № 8

**Изучение законов
вращательного движения
с помощью маятника
Обербека**

Ярославль
2009

Оглавление

1. Краткая теория	3
2. Описание установки и метода измерений	4
3. Выполнение работы	6
Задание 1.	6
Задание 2.	7
Задание 3.	8
4. Контрольные вопросы	8

Лабораторная работа № 8

Изучение законов вращательного движения с помощью маятника Обербека

Цель работы:

- знакомство с одним из методов экспериментального определения момента инерции тел;
- проверка основного закона вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека с четырьмя одинаковыми грузами к нему, секундомер ССШЭ-63, выпрямитель ВС-4-12, измерительная линейка, два груза разной массы для приведения маятника во вращение.

1. Краткая теория

Вращательным движением твёрдого тела называется движение, при котором все точки его описывают окружности, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси имеет вид:

$$M_z = I\beta_z, \quad (1.1)$$

где I — момент инерции тела относительно той же оси,
 β_z — угловое ускорение,
 M_z — проекция момента внешних сил на ось.

Численное значение момента сил можно выразить так:

$$M = F \cdot \ell, \quad (1.2)$$

где M — модуль равнодействующей внешних сил, действующих на тело,
 ℓ — плечо силы, то есть расстояние от оси вращения до точки приложения или линии действия силы.

Угловое ускорение, одинаковое у всех точек твёрдого тела, связано с линейным:

$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{r}, \quad (1.3)$$

где a — линейное ускорение точек твёрдого тела, находящихся на расстоянии r от оси вращения.

Момент инерции твёрдого тела относительно некоторой оси зависит от распределения массы относительно оси.

Для материальной точки массой m момент инерции равен mr^2 . Протяжённое твёрдое тело мысленно разбивается на материальные точки массой dm , и момент инерции его находится с помощью интегрирования:

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV.$$

Моменты инерции тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс, зависят от формы тела и, имея одинаковую размерность, отличаются числовыми коэффициентами.

Во всех случаях момент инерции выражается через массу тела, некоторый числовой коэффициент и размер (длину, радиус и т. д.) в квадрате.

Так, для тонкого кольца массой m и радиусом r момент инерции равен mr^2 , для диска (цилиндра) $\frac{mr^2}{2}$, для шара $\frac{2}{5}mr^2$ и т. д.

Если тело имеет произвольную форму и его нельзя разбить на отдельные части, имеющие правильную геометрическую форму, момент инерции можно определить опытным путём. Для этой цели может быть использована специальная установка, которая называется маятником Обербека.

2. Описание установки и метода измерений

Маятник представляет собой лёгкую крестовину (1), на которой можно закреплять грузы массой m_1 , момент инерции которых нужно измерить. На рис. 2.1 они отмечены цифрой (2). В центре крестовины находится шкив (3) с блоком. На шкив наматывается нить, к концу которой подвешивается груз массой m (4). Для удержания груза в верхнем положении служит магнит (5), который включается тумблером (6). Расстояние, пройденное грузом (4), измеряется линейкой-шкалой (7).

2. Описание установки и метода измерений

В нижней части линейки на кронштейне крепится приставка (8) со шторкой, размыкающей контакт цепи электросекундомера. Если опустить груз, крестовина маятника придёт во вращение с возрастающей угловой скоростью и постоянным угловым ускорением.

Применим основной закон динамики вращательного движения к маятнику Обербека, чтобы определить момент инерции одного из одинаковых четырёх грузов, закреплённых на крестовине. Для этого на опыте нужно сначала определить момент инерции I_o ненагруженного маятника (без четырёх грузов), затем нагруженного груза I . Искомый момент инерции одного груза вследствие аддитивности равен:

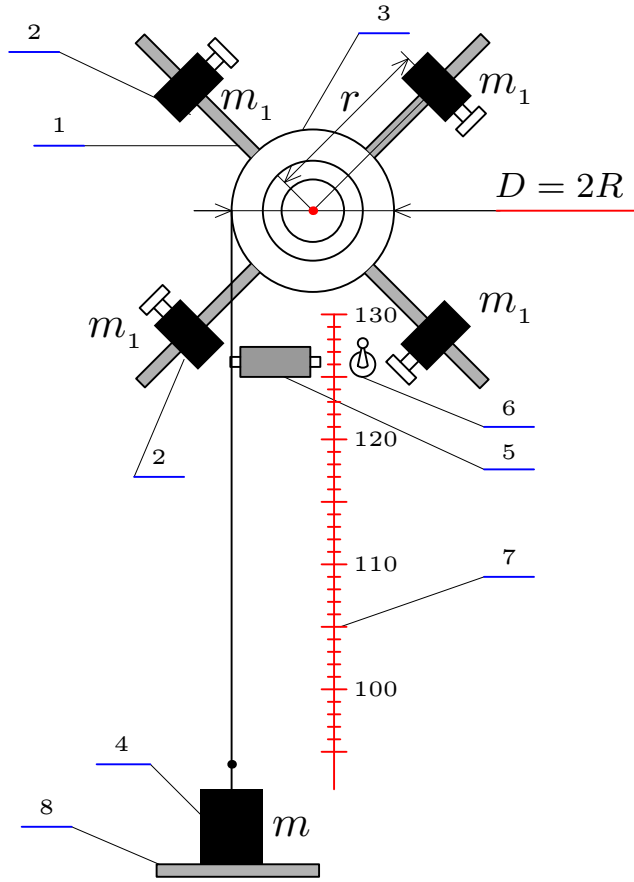


Рис. 2.1

$$I_{\text{гр (эксп.)}} = \frac{I - I_o}{4}. \quad (2.4)$$

Из основного закона динамики вращения момент инерции маятника всегда равен:

$$I = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{\beta}|}. \quad (2.5)$$

Вращение происходит под действием силы натяжения нити. Применяя к падающему грузу массой m II закон Ньютона, можно найти, что сила во время падения груза равна:

$$|\vec{F}| = m(g - a), \text{ а её момент } |\vec{M}| = m(g - a)R, \quad (2.6)$$

где R — плечо силы, равное радиусу шкива;
 a — линейное ускорение падающего груза.

Для вывода расчётной формулы нужно ещё учесть связь линейного и углового ускорений точки шкива на расстоянии R от оси, а также использовать выражение для линейного ускорения:

$$|\vec{a}| = \frac{2h}{t^2}, \quad (2.7)$$

справедливое для равнопеременного движения без начальной скорости. Здесь h — высота, с которой падает груз за время t .

Окончательно для момента инерции маятника (как нагруженного, так и ненагруженного) получаются идентичные выражения:

$$I_o = mR^2 \left(\frac{gt_o^2}{2h} - 1 \right), \quad I = mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (2.8)$$

Как видно, в каждом опыте для определения момента инерции маятника нужно знать массу падающего груза m , радиус шкива R и высоту падения. Экспериментально нужно только измерять время падения.

3. Выполнение работы

Задание 1. Определение момента инерции ненагруженного маятника Обербека.

Порядок выполнения задания

1. Снять грузы с крестовины.
2. Намотать нить на шкив и подвесить к концу её груз массой m .
3. Включить электромагнит для удержания груза в начальном положении.
4. Проверить горизонтальное положение шторки в нижней части линейки.
5. Сбросить предыдущие показания на табло секундомера.
6. Отключить электромагнит и измерить время падения груза. Результаты измерений занести в таблицу.

Повторить опыт 5–7 раз.

3. Выполнение работы

№ п/п	$t_o, \text{с}$	$I_o, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\Delta I_o, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$(\Delta I_o)^2, (\text{кг} \cdot \text{м}^2)^2$
1				
2				
3				
⋮				
Сумма	X		X	
Среднее	X		X	X

Высота $h = 1,4 \text{ м}$; радиус шкива $R = 0,05 \text{ м}$, масса падающего груза $m = 53 \text{ г}$.

7. По результатам опыта из формулы (2.8) рассчитать I_o , и обработать результаты.

Указание: в этой работе форма таблиц результатов измерений одинакова во всех трёх заданиях; в первом рассчитывается I_o , а далее I — момент инерции нагруженного маятника.

Задание 2. Определение момента инерции нагруженного маятника и расчёт момента инерции одного из грузов $I_{гр}$.

Порядок выполнения задания.

1. Снять груз с нити.
2. Укрепить на крестовине 4 груза массой m_1 каждый так, чтобы маятник находился в безразличном равновесии.

Указание: сначала нужно укрепить симметрично два груза на одном из стержней, расположить этот стержень горизонтально и перемещением одного из грузов добиться, чтобы маятник не вращался. Затем проделать то же с другими двумя грузами.

3. Линейкой измерить расстояния r каждого груза до оси вращения, найти среднее r .
4. На конце нити подвесить тот же груз m , что и в первом задании. Повторить 5-7 раз измерения времени падения груза.
5. Занести результаты в таблицу и обработать их.

Затем по формуле (2.4) нужно рассчитать момент инерции одного из грузов по средним значениям I_o и I .

Полученное значение нужно сравнить с моментом инерции материальной точки массой m_1 на расстоянии r от оси:

$$I_{\text{гр (теор.)}} = m_1 r^2. \quad (3.9)$$

Из сравнения чисел нужно сделать вывод о возможности рассмотрения этих грузов в качестве материальных точек.

Масса каждого груза $m_1 = 0,136$ кг.

Задание 3. Экспериментальная проверка основного закона вращательного движения.

Маятник Обербека позволяет осуществить разные варианты такой проверки. Один из них заключается в том, чтобы при неизменном моменте инерции системы изменить момент действующей силы $|\vec{M}|$. Тогда соответствующим образом изменится угловое ускорение.

Не изменяя положения грузов на крестовине, подвесьте к нити другой груз m' . Проведите те же опыты, что и в предыдущих заданиях. Заполните таблицу 3 и рассчитайте момент инерции I' . Сравните с моментом инерции маятника во втором задании и сформулируйте вывод.

Масса падающего груза $m' = 104$ г.

4. Контрольные вопросы

1. Физический смысл кинематических и динамических величин, характеризующих вращательное движение и единицы их измерения.
2. Вывод расчётной формулы и сущность метода определения $I_{гр}$.
3. Как направлены угловые скорость и ускорение маятника, момент силы натяжения? Зависит ли направление этих векторов от направления вращения?
4. Зависит ли натяжение нити от расположения грузов на крестовине?
5. Подтверждается ли закон $\vec{M} = I\vec{\beta}$ в условиях опыта? С какой точностью?
6. Предложите другие способы проверки этого закона.

Составила Т.Н. Спиридонова
2009 г.